رسالہ علم مساحت

مصنفہ

ٹوڈہنٹر صاحب ایم اے

جسکو

منشی محمد ذکاء اللہ صاحب پروفیسر ورنی کیولر سائنس اینڈ لٹریچر میور

سنٹرل کالج الہ آباد نے

ترجمہ کیا

دسوین دفعہ

سنہ ۱۸۸۴ء

مطبع مرتضوی دہلی مین باہتمام حافظ محمد عزیز الدین مطبوع ہوا

اشتہار

کتب مفصلہ ذیل اکثر ہمارے پاس موجود ہین بعض اونمین سے معرض انطباع مین ہین کمیشن بتفصیل ذیل خریدارونکو دیا جائیگا - مگر محصول اونکے ذمہ ہوگا سب روپیہ نقد لیا جائیگا اور واقف کار خریدارونسے قرض کا بھی حساب کتاب کیا جائیگا اور مہینہ دو مہینہ مین اونسے یہ روپیہ لیا جائیگا - اور جنسے ہمیشہ حساب کتاب رہتا ہی اونکو بیس روپیہ سیکڑہ کمیشن دیا جائیگا خواہ کتنے ہی روپیہ کی کتابین ایک دفعہ مین خریدین اشتہار جو لوگ طلب کرین وہ آدہ آنہ محصولی کا بھیجین نہین بیرنگ اون پاس بھیجا جائیگا کورٹ فیس قیمت کتب مین نہ لئے جاوینگے - ڈاک کے ٹکٹ ڈاک ہی مین گم ہوجاتے ہین بہت کم میرے پاس پہونچتے ہین - منی آرڈر پوسٹل نوٹ کے ذریعہ سے روپیہ بھیجنا چاہئے -

مقدار خریداری	کمیشن
۵ روپیہ	۱ر فی روپیہ
۶ روپیہ سے ۱۰ روپیہ تک	۱؍ر فی روپیہ
۱۱ روپیہ سے ۱۹ روپیہ تک	۲ر فی روپیہ
۲۰ روپیہ اور اس سے زیادہ کے لئے	۲۰ روپیہ سیکڑا کمیشن

محمد ذکاء اللہ پروفیسر میور کالج الہ آباد

فہرست کتب موجودہ

علم حساب

نمبر	مضمون	قیمت	محصول
۱	برنارڈ سمتھ کا علم حساب کا رسالہ یہ کتاب مع شرح کے علم حساب مین ایسی کتاب ہوگئی ہی کہ جسمین پانچ چار ہزار سوال مع حل موجود ہین اور تمام قواعد مع اثبات - جو طالب علم اس کتاب کو غور سے پڑھ لے پہر اوسکو کسی اور کتاب کی ضرورت نہین ہوتی -	۱۲ر	۱ر
۲	شرح سوالات متفرقہ ایضاً	۵ر	۱ر
۳	حصہ دوم شرح کل باقی سوالات مولفہ منشی فاضل محمد حسن صاحب مدرس ٹریننگ کالج لاہور	۶ر	۱ر
۴	رسالہ علم حساب اعمال صحاح	۲ر	۰ر
۵	ایضاً اعمال مرکب	۳ر	۰ر
۶	" اعمال کسور	۲ر	۰ر
۷	" اعمال تناسب	۳ر	۰ر
۸	رسالہ علم حساب ذہنی و مساحت	۱ر	۰ر
۹	برنارڈ سمتھ کا اکثر سائز یعنی مشقی سوالات کا ترجمہ مع حل	۵ر	۰ر

رسالہ علم مساحت

۱

بسم اللہ الرحمن الرحیم

رڑکی کالج کا حال سب کو معلوم ہے کہ وہان کے امتحان کے واسطے علم مساحت کیسا ضروری علم ہے
بغیر مساحت جاننے کے وہان کوئی کسی طالب علم کو نہین پوچھتا اوسکی بدولت ہمارے اہل وطن کیسی
دولت کماتے ہین ہر سال کتنے طالب علم قصباتی دیہاتی تحصیلی حلقہ بندی مدرسون کے روزگار
پاتے ہین اونکے واسطے ایک ایسی کتاب کا ترجمہ ہونا چاہیے کہ جناب ٹوڈ ہنٹر صاحب کی کتاب ہے
ضرور تھا اسلئے مینے اوسکا ترجمہ کیا وہ مبتدی کیواسطے ایک کتاب ہے ساری کتاب مین کوئی
بات ایسی نہین کہ اوسمین مبتدی اوجھین فقط علم حساب کا جاننا اس کتاب کے پڑہنے کے لیئے
ضروری ہے مضامین چھوٹے چھوٹے بابونمین منقسم ہین ہر باب کے آخر مین اوسی باب کی مثالین لکھی
ہوئی ہین اور امثلہ متفرقہ مین دس دس مثالین ایک قسم کی آئی ہین اکثر اونمین سے جناب ممدوح ہی نے
تصنیف کی ہین اور بعض کاغذات امتحان سے منتخب ہوئی ہین علم مساحت کے سب قاعدے اور بارہ سو
مثالین اوسمین موجود ہین غرض کتاب ایسی ہے کہ اگر اوسکو علم حساب پڑھ کر کوئی طالب علم
پڑھے تو کبھین نہ رکے اس علم کا لطف اسی کتاب کے پڑہنے سے آتا ہے مثال حساب کو طالب علم
دیکھتا ہے کہ وہ مساحت مین کسی اور پیرایہ مین حل ہوتے ہین حساب کے مکعب و مجذور کے معنی
یہین آنکر کہلتے ہین علم ہندسہ کے ساتھہ جب اوسکا اختلاط ہوتا ہے تو علم ہندسہ کی کچھہ اور
ہی شان نظر آنے لگتی ہے اگر اوس کتاب کو پڑھ کر اقلیدس کو یا کسی اور کتاب کو علم ہندسہ
کی مطالعہ کرے تو عجب لطف اوسکو حاصل ہوتا ہے علم مساحت کی جسقدر کتابین اردو مین
بالفعل موجود ہین اونکو کچھہ نسبت اس کتاب سے نہین ہے یہ ایک ایسے فاضل کی کتاب کا ترجمہ ہے
کہ اوسکا نظیر انگلستان مین بھی نظر نہین آتا۔ روز بروز اس کتاب کی فروخت زیادہ
ہوتی جاتی ہے اسلئے اب یہ سوین دفعہ از سر نو تصحیح ہو کر منطبع ہوئی۔ اور ساری کتاب کی
شرح بھی چھاپی گئی فقط

فہرست مضامین

علم مساحت

دیباچہ

جس علم مین طولون اور رقبون اور حجامتون کے اندازہ کرنے اور جانچنے کے قاعدے بیان ہوتے ہین اوسے علم مساحت کہتے ہین۔
ضرور ہی کہ علم مساحت جو طالب علم شروع کرے وہ پہلے علم حساب سے خوب واقف ہو اور اعداد کا جذر نکالنا جانتا ہو اور اوسکو ان علامتون سے واقفیت ہو کہ + سے جمع اور - سے نفی یعنے تفریق اور × سے ضرب اور ÷ سے تقسیم اور √ جذر مراد ہی
کچھہ علم ہندسہ سے بھی واقف ہونا ضرور ہی اسلئے ہمنے اس کتاب مین اول تین باب فقط علم ہندسہ ہی مین لکھی ہین مبتدی پر فرض ہی کہ اول باب کو نہایت احتیاط اور ہوشیاری سی مطالعہ کرے تاکہ اوسکو اصطلاحات علمی جنسے آگے کام پڑیگا خوب سمجھہ مین آجائین اور اونکے معنی پر عبور ہو جاے اور الفاظ مصطلحات کے حقیقی اور مجازی معنی مین تمیز ہو جائے۔ اس باب کو ختم کرکے چوتھا باب شروع کرے اور دوسرا اور تیسرے باب کی جہان ضرورت پڑے وہان اونہین بھی دیکھہ لے۔

باب اول علم ہندسہ

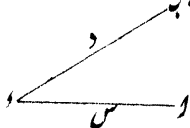
پہلی فصل حدود یعنی اصطلاحات کی تعریف

۱ (۱) نقطہ اور خط کے الفاظ ایسے کثیر الاستعمال ہین کہ اونکے معنی بیان کرنے کی ضرورت نہین مگر جو اونکی تعریفین علم ہندسہ مین کیجاتی ہین اونکے سمجھنے مین ذہانت کو خرچ کرنا پڑتا ہی۔
کتابت مین اور کتابون مین نقطہ ایک سیاہ گنڈلی سی ہوتی ہی اور یہ خواہ کیسی ہی چھوٹی سی چھوٹی ہو تو بھی اوسکی کچھہ نکچھہ مقدار ہوتی ہی۔ لیکن علم ہندسہ مین نقطہ اوسے کہتے ہین جسکی مقدار معدوم ہو۔
خطوط مستقیم اور منحنی دونو طرح کے ہوتے ہین وہ کتابت مین ایک سیاہی کی لکیر ہوتی ہی خواہ کیسی ہی باریک

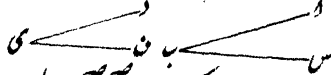
سے باریک ہو پہر بہی کچہہ نہ کچہہ اوسکا عرض ہوتا ہی مگر علم ہندسہ مین خط اوسے کہتی ہین جسکا عرض بالکل نہو۔

(۲) سطح کا لفظ کثیر الاستعمال ہی اور سطح ہموار اور منحنی دو طرح کی ہوتی ہی سطح ہموار کو سطح مستوی یا بسیط بہی کہتے ہین علم ہندسہ مین سطح کا دل نہین ہوتا۔

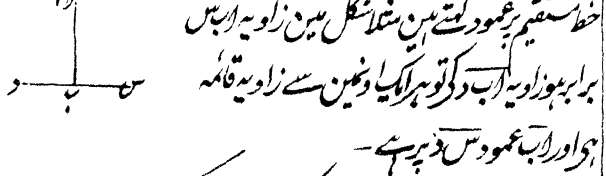
(۳) پس نقطہ وہ ہی جسکا نہ طول ہو نہ عرض ہو نہ سمک ہو۔ اور خط وہ ہی جسکا نرا طول ہو اور سطح وہ ہی جسکا فقط طول اور عرض ہو۔ مجسم یا جسم وہ ہی جسکا طول عرض سمک تینون چیزین ہون اس کتاب مین ہم مجسمات کا ذکر جب تک نہ کرینگے کہ اول نین بابون مین فقط خطوط اور شکلونکا جو ایک سطح مین ہون بیان نہ کرینگے۔

(۴) دو خطوط مستقیم باہم ملین مگر ملکر ایک خط مستقیم نہ بنجاٖین تو اونمین سے ایک خط مستقیم کو جو میلان دوسرے خط مستقیم کے ساتہہ ہوتا ہی اوسی زاویہ مسطحہ مستقیمۃ الخطین کہتے ہین جیسے دو خطوط مستقیم اب اور ب د کے ملنے سے نقطہ ب پر زاویہ پیدا ہوتا ہی

جن خطوط مستقیم سی زاویہ پیدا ہوتا ہی اونکی طولون کے بدلنے سے زاویہ مین کچہہ تغیر نہین واقع ہوتا سی اور د سے وہی زاویہ پیدا ہوتا ہی جو اب اور ب د سے پیدا ہوتا ہی۔

(۵) اگر نقطہ پر ایک ہی زاویہ ہو تو وہ صرف اوس حرف سے تعبیر ہوتا ہی جو اوس نقطے پر لکہا ہو ہی اور جسکو زاویہ کا راس کہتی ہین جیسا کہ اوپر کی دفعہ مین اوسے ب کو زاویہ ب کہتے ہین جب کئی زاوئے کسی ایک نقطہ پر واقع ہون تو اونمین سے ہر ایک زاویہ تین حرفونسے بیان کیا جاتا ہی ان حرفونکے لکہنے کی ترکیب یہ ہی کہ زاوئے کے راس پر جو حرف لکہا ہوا ہو اوسکو بیچمین لکہتے ہین اور اوسکے ادہر ادہر اون دو حرفونکو لکہتے ہین جنمین سے ایک حرف تو ایک خط مستقیم کی کسی مقام پر لکہا ہوتا ہی اور دوسرا حرف دوسرے خط مستقیم کے کسی مقام پر مثلاً زاویہ ف ی ح سے وہ زاویہ سمجہا جاتا ہی جو خطوط مستقیم ی ف اور ی ح سی پیدا ہوتا ہی اور ح ی ہ سے وہ زاویہ جو خطوط مستقیم ی ح اور ی ہ سے بنتا ہی اور ف ی ہ سے وہ زاویہ جو خطوط مستقیم ف ی اور ی ہ سے پیدا ہوتا ہے

(۶) اگر ایک زاویہ دوسرے زاویئے پر اسطرح رکھا جاسکے کہ خطوط جنسے ایک زاویہ پیدا ہوتا ہی وہ بالکل ٹھیک ٹھیک اون خطوط مستقیم پر جنسے کہ دوسرا زاویہ پیدا ہوتا ہی منطبق ہوجائین تو ہم کہا کرتے ہین کہ یہ زاویئے آپسمین برابر ہین مثلاً اگر ا ب س کو ی ف ی پر اسطرح رکھین کہ نقطہ ب نقطہ ی پر ہو اور اسطرح رکھنے سے ب ا منطبق ی د پر ہوجاے تو زاویہ ا ب س کو زاویہ د ی ف کے برابر کہینگے۔

یہ امر ضروری ہی کہ زاویونکی برابر ہونیکا مفہوم مبتدی کے ذہن مین صحیح صحیح ہو اور وہ زاویونکی مساوات کا مشاہدہ اور امتحان اسطرح کرسکتا ہی کہ دو زاویئے مقرر کرکے کاغذ کے بنائے اور ایک پر دوسرے کو رکھہ کر دیکھے وہ منطبق ہوجاتے ہین۔ مگر نظریات ہندسیہ مین یہ عمل فقط ذہنی ہوتا ہی خارج مین مساوات زاویون کی اسطرح عمل کرکے نہین دیکھی جاتی کہ ایک کو دوسرے پر رکھین۔

(۷) دفعہ ۵ کی شکل مین فرض کرو کہ زاویہ ی ف ح برابر ہی زاویہ ح ی ہ کے اسلئے کل زاویہ ف ی ہ زاویہ ف ی ح سے دوچند ہوا اور اسیطرح سے یہ امر ذہن مین آسانی سے آسکتا ہی کہ جب ایک زاویہ دوسرے زاویہ سے دوچند ہو تو اوسکے کیا معنی ہوتے ہین اور علی ہذا القیاس سہ چند وغیرہ۔

(۸) ایک خط مستقیم پر ایک خط مستقیم قائم ہو اور زاویہ متصلہ جو اوسنے اپنی پہلوؤن مین پیدا کئے ہین آپسمین برابر ہون تو اون زاویونمین سے ہر ایک زاوئے کو قائمہ کہتے ہین اور خط مستقیم جو کہڑا ہی اوسی دوسرے خط مستقیم پر عمود کہتے ہین مثلاً شکل مین زاویہ ا ب س برابر ہو زاویہ ا ب د کی تو ہر ایک اونمین سے زاویہ قائمہ ہی اور ا ب عمود س د پر ہے۔

زاویہ قائمہ سی جو زاویہ بڑا ہو اوسی زاویہ منفرجہ کہتی ہین۔

زاویہ قائمہ سی جو زاویہ چھوٹا ہو اوسی زاویہ حادہ کہتی ہین

(۹) خطوط مستقیم متوازیہ وہ خطوط مستقیم ایک سطح مین ہوتے ہین کہ اونکو سیدہا جہانتک چاہین دونو طرف کہینچین تو وہ آپسمین ایک دوسرے سے نہ ملین۔

(۱۰) اشکال مستقیمۃ الاضلاع وہ شکلین ہین جنکو خطوط مستقیم نے گھیر ہو اور اونکی حدود کا نام ضلع ہی

مثلث وہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ہی جسکو تین ضلعون نے گھیرا ہو۔

شکل ذو اربعۃ الاضلاع وہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ہی جسکو چار ضلعون نے احاطہ کیا ہو۔ جس شکل مستقیمۃ الاضلاع کے چار سے زیادہ اضلاع ہون اوسکو کثیر الاضلاع کہتے ہین اگر اوسکے پانچ ضلعے ہون تو اوسکو مخمس اور اگر چھہ ضلعے ہون تو مسدس اور علی ہذا القیاس

کثیر الاضلاع منتظم وہ شکل ہی جسکے سب ضلعے اور زاوئے آپسمین برابر ہون۔

(۱۱) مختلف قسم کے مثلث ہوتے ہین اونکے نام یہ ہین۔

مثلث متساوی الاضلاع وہ مثلث ہی جسکے تینون ضلعے آپسمین برابر ہون

مثلث متساوی الساقین وہ مثلث ہی جسکے دو ضلعے آپسمین برابر ہون۔

مثلث قائم الزاویہ وہ مثلث ہی جسکا ایک زاویہ قائمہ ہو

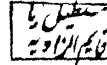
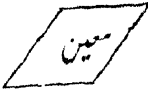
مثلث قائم الزاویہ مین آسانی کیلئے اضلاع کا لفظ فقط اون خطوط مستقیم کے واسطے استعمال مین لاتے ہین جو زاویہ قائمہ کے محیط ہین اور جو ضلع مقابل زاویہ قائمہ کے ہوتا ہی اوسے وتر کہتے ہین۔

مثلث منفرج الزاویہ وہ مثلث ہی جسکا ایک زاویہ منفرجہ ہو۔

مثلث حادۃ الزاویہ وہ مثلث ہی جسکے تینون زاوئے حادہ ہون۔

(۱۲) ذو اربعۃ الاضلاع مختلف قسم کی ہوتے ہین اور اونکے نام یہ ہین۔

متوازی الاضلاع وہ ہی جسکے مقابل کے ضلعے برابر اور متوازی ہون۔

مستطیل یا قائم الزاویہ وہ متوازی الاضلاع ہی جسکے زاوئے قائمے ہون۔

مربع وہ شکل قائم الزاویہ ہی جسکے چارون ضلعے آپسمین برابر ہون۔

معین وہ متوازی الاضلاع ہی جسکے سب ضلعے آپسمین برابر ہون مگر اوسکے زاوئے قائمے نہون

معین

ذوزنقہ وہ ہی جسکے دو ضلعے متوازی ہون۔

ذوزنقہ

(۱۳) مثلث کے ہر ایک ضلع کو قاعدہ کہتے ہین اور اس قاعدہ پر عمود مقابل کے زاویہ سے نکالین اوسے ارتفاع مثلث کہہ سکتے ہین متوازی الاضلاع کے ہر ایک ضلع کو قاعدہ کہہ سکتے ہین اور اس قاعدہ پر جو عمود مقابل کے ضلعے کے کسی نقطہ سے نکالا جائے اوسے ارتفاع متوازی الاضلاع کہتے ہین۔

(۱۴) ذوار بعۃ الاضلاع کا وتر وہ خط مستقیم کہلاتا ہی کہ وہ مقابل کے زاویونمین ملائین۔ جو خط مستقیم کہ کثیر الاضلاع کے دو زاویون مین کہ متصل نہون ملایا جائے اوسے وتر کثیر الاضلاع کہتے ہین۔

(۱۵) دائرہ اوس سطح کو کہتے ہین جسکو ایک خط نے جسکا نام محیط ہی گہیر ہو اور اوسکے بیچمین ایک خاص نقطہ ایسا ہو کہ جتنے خطوط مستقیم اوسکے محیط تک کھینچین وہ سب باہم مساوی ہون اس خاص نقطہ کا نام مرکز دائرہ ہے

دائرہ کا نصف قطر وہ خط مستقیم ہی کہ مرکز سے محیط تک کھینچا جائے۔

دائرہ کا قطر وہ خط مستقیم ہی کہ مرکز سے گذرے اور محیط پر دونو طرف ختم ہو۔

محیط کے کسی حصہ کو قوس کہتے ہین۔

دائرہ کا وتر وہ خط مستقیم ہی جو قوس کے اطراف مین ملائین۔

قطعہ دائرہ وہ شکل ہی کہ جسکو وتر اور قوس نے احاطہ کیا ہو کہ وتر سے منقطع ہوتی ہی۔

قطاع دائرہ وہ شکل ہی کہ جسکو دو نصف قطرون نے اور انکے درمیانی قوس نے گہیر ا ہو۔

دو نصف قطر جو زاویہ بناتا ہی اوسی قطاع زاویہ کہتے ہین۔

منطقہ دائرہ وہ شکل ہی جو دو متوازی وترونکے درمیان دائرہ کا حصہ واقع ہو۔

دوسری فصل مسائل ہندسہ

(۱۶) اب ہم علم ہندسہ کے بعض ضروری مسائل بیان کرتے ہین طالب العلم اونکو یاد رکہین اگر اونکے اثبات کی دلیل کو چاہین تو اقلیدس کی دیکھین بالفعل یہ رسالہ اونہین طالب العلمونکے واسطے لکھا گیا ہی جو اقلیدس کو نہین جانتے

اسلئے فقط اصل مطلب بغیر اثبات کے ہم بیان کرتے ہین و سکو طالب علم سمجہہ لین اور حفظ کر لین جب کسی شکل کا اثبات نہایت سیدہا سادا ہی تو ہم نے اوسکی اصل کو بیان کر دیا ہی اگر اوسکو تمام و کمال اول دفعہ مین نہ بہی سمجہیگا تو بہی اوسکو اوس سے فائدہ ہوگا اور جن مسائل کا اثبات بدیہی تہا وہ بالکل ہمنے چہوڑ دیا ہے طالب علم اوسکو خود سمجہہ جائیگا اور بعض باتین ایسی لکہی ہین کہ وہ آلات پیمائش سے بخوبی سمجہہ مین آجاتی ہین غرض جو کچہہ لکہا ہی اسطرح لکہا ہی کہ طالب علم کو اوسکا اعتبار بمنزلہ یقین بلکہ عین الیقین ہوگا۔

(۱۷) ہمنے جو علم ہندسہ کے مسائل لکہے ہین وہ چند منتخب کئے ہے بطور نمونے کے لکہے ہین اور مہندسین کی تحقیقات سے جو مسائل قائم ہوئے ہین اون سکو نہین بیان کیا فقط ان نمونوں سے طالب علم کے دل مین اصول ہندسہ کے تصورات جم جائینگے اور معلوم ہو جائیگا کہ ہمین کسطرح نتائج مختلف پیدا ہوتے ہین اونکی بنیادی کیا ہی اس جاننے سے طالب علم کی رغبت تحصیل علم کی طرف زیادہ ہوگی۔

ہماری آیندہ تحریر سے معلوم ہوگا کہ دفعات ۱۸ سے ۲۱ تک زاویوں کا بیان ہی ۲۲ سے ۲۷ تک مثلثوں کا ذکر ہے ۲۸ سے ۳۰ تک رقبوں کی مساوات کا حال ہی دفعات ۳۱ سے ۴۳ تک دائرہ کے خواص کا بیان ہے اور دفعات ۴۴ سے ۴۸ تک متشابہ مثلثوں کا ذکر ہے۔

(۱۸) فرض کرو کہ خط مستقیم اب خط مستقیم س د پر ایک ب مین زاویہ اب س اور اب د پیدا کرتا ہی تو یہ زاویے ملکر برابر دو قائموں کے ہونگے دلیل اسکی یہ ہی کہ ب ی کو عمود س د پر فرض کرو تو زاویہ اب د دو زوایا اب ی اور ی ب د کے مجموعے کے برابر ہی اسلئے دو زاویوں اب س اور اب د کا مجموعہ برابر ہوا تین زاویوں اب س اور اب ی اور ی ب د کے مجموعے کے لیکن زاویہ ی ب د قائمہ ہی اور اب س اور اب ی کا مجموعہ ی ب س ہی اور ی ب س بہی قائمہ ہی اسواسطے زاویہ اب س اور اب د ملکر برابر دو قائموں کے ہونگے۔

(۱۹) فرض کرو کہ دو خطوط مستقیم اب اور س د ایک دوسرے کو نقطہ ی پر تقاطع کرتے ہین تو زاویہ ا ی س برابر زاویہ ب ی د کے اور زاویہ ا ی د برابر ہوگا ب ی س کے دلیل اسکی یہ ہی کہ موجب دفعہ ۱۸ کے زاوئے ا ی س اور س ی ب ملکر برابر دو قائموں کے ہین

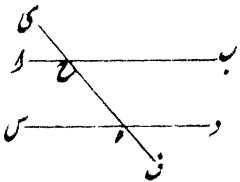
اور ایسے ہی زاویے س ی ب اور ب ی د ملکر برابر دو قائموںکے ہیں

اسواسطے زاویئے ا ی س اور س ی ب ملکر برابر ہین زاویون س ی ب اور ب ی د کے

اسیواسطے زاویہ ا ی س برابر ہوا زاویہ ب ی د کے

اور اسیطرح ثابت ہوسکتا ہی کہ زاوے ا ی د برابر ہی زاویہ ب ی س کے

زاویون ا ی س اور ب ی د کو اس کے مقابل کے زاوئیے کہتے ہین اور زاویون ا ی د اور ب ی س

کا بھی یہی نام ہے۔

(۲۰) فرض کرو کہ خط مستقیم ف ی خطوط مستقیم متوازی

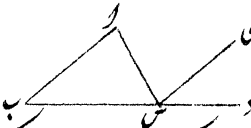
ا ب اور س د کو قطع کرتا ہی تو زاویہ ی ح ب برابر ہوگا زاویہ

ح ہ د کے اور دو زاویے ب ح ہ اور د ہ ح ملکر برابر دو قائموںکے ہونگے

(۲۱) چونکہ بموجب دفعہ (۱۹) کے زاویہ ی ح ب برابر ہی زاویہ ا ح ہ کے تو دفعہ گذشتہ کے موافق زاویہ ا ح ہ برابر ہی زاویہ

ح ہ د کے ان زاویونکو زوایاء متبادلہ کہتی ہین ایسی ہی زاویہ ح ہ س کا زاویہ متبادلہ ب ح ہ ہی

(۲۲) فرض کرو کہ ب س مثلث ا ب س کا ضلع د تک خارج کیا گیا ہی تو زاویہ خارجہ ا س د برابر دو

مقابل کے داخلی زاویون کے ہوگا۔

دلیل یہ ہی کہ ا ب کا متوازی س ی

فرض کرو تو بموجب دفعہ (۲۰) کے زاویہ ی س د برابر ہی زاویہ ا ب س کے اور بموجب دفعہ (۲۱) کے زاویہ

ا س ی برابر ہی زاویہ ب ا س کے پس کل زاویہ ا س د برابر ہوا زاویون ا ب س اور ب ا س

کے مجموعہ کے۔

(۲۳) مثلث کے تینون زاویے ملکر برابر دو قائموںکے ہوتے ہین۔

دلیل اسکی یہ ہی کہ بموجب دفعہ (۲۲) کے زاویون ا ب س اور ب ا س کا مجموعہ برابر ہی زاویہ ا س د کے

پس تینون زاویون ا ب س اور ب ا س اور ا س ب کا مجموعہ برابر ہی زاویہ ا س د اور ا س ب

کے مجموعہ کے یعنی بموجب دفعہ (۱۸) کے برابر دو قائمون کے

(۲۴) اگر مثلث کے دو ضلعے آپسمین برابر ہون تو اونکے مقابل کے زاویے بھی آپسمین برابر ہونگے۔

(۲۵) اگر مثلث کے دو زاویے آپسمین برابر ہون تو اونکے مقابل کے ضلعے بھی آپسمین برابر ہونگے۔

(۲۶) اگر مثلثونمین ایک مثلث کے دو ضلعے برابر ہون دوسرے مثلث کے دو ضلعونکے ہر ایک اپنی اپنی نظیر کے اور زاویے درمیانی ان ضلعون کے بھی آپسمین برابر ہون تو مثلث سب طرح سے آپسمین برابر ہونگے۔

(۲۷) اگر دو مثلثونمین ایک مثلث کے دو زاویے برابر ہون دوسرے مثلث کے دو زاویون کے موافق اپنی اپنی نظیر کے اور ایک مثلث کا ایک ضلع برابر ہو دوسرے مثلث کے ایک ضلع کے اور یہ ضلع متصل یا مقابل متساوی زاویون کے ہون تو سب طرح سے مثلث آپسمین برابر ہونگے۔

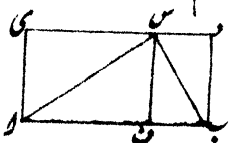
(۲۸) متوازی الاضلاع اوس قائم الزاویہ کے برابر ہوتا ہے جو اوسی قاعدہ پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ کے واقع ہو۔

فرض کرو کہ متوازی الاضلاع ا ب س ر قائم الزاویہ ا ب ی ن ایک ہی قاعدہ ا ب پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ ا ب اور ن س کے واقع ہون تو متوازی الاضلاع برابر قائم الزاویہ کے ہوگی یعنی دونو شکلین ایک ہی جگہہ گھیرینگی۔

یہ بات مان لینی کچھہ مشکل نہین کہ مثلث ب ی س برابر ہے مثلث ا ن ر کے

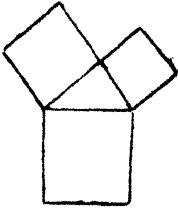
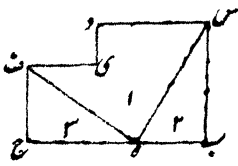
اس سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ ا ب س ر برابر ہے ا ب ی ن کے

متوازی الاضلاع اور قائم الزاویہ کو ایک ہی خطوط متوازیہ کے درمیان کہنے کی جگہہ ہم یہ بموجب دفعہ (۱۳) کے کہہ سکتے ہین کہ اونکا ارتفاع ایک ہی ہو۔

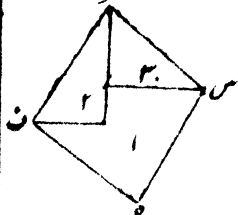
(۲۹) جس مثلث اور قائم الزاویہ کا ایک ہی قاعدہ اور ارتفاع ہو تو قائم الزاویہ مثلث کا ضعف ہوگا۔

فرض کرو کہ مثلث ا ب س اور قائم الزاویہ ا ب د ی کا ایک ہی قاعدہ ا ب اور ایک ہی ارتفاع ہے تو قائم الزاویہ مثلث کا ضعف ہوگا۔

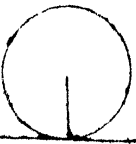
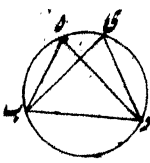
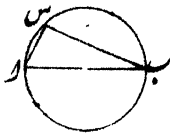
فرض کرو کہ س ف عمود ا ب کے اوپر نقطہ س سے نکلا ہو تو اس بات کے ماننے مین کچھہ مشکل نہین ہے

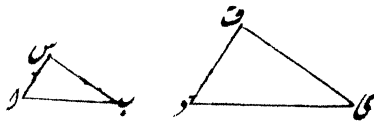
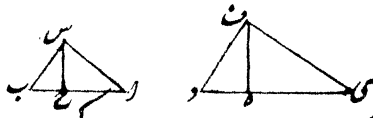
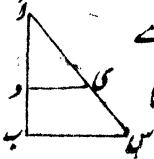
کہ مثلث ب ف س برابر ہی مثلث س د ب کے اور مثلث ا ف س برابر ہی مثلث ا ی س کے اور
اس سے یہ نتیجہ پیدا ہوتا ہی کہ ا ب د ی سے ا ب س نصف ہی۔
اس سے معلوم ہوا کہ جن دو مثلثوں کا قاعدہ ایک ہی ہو اور اونکا ارتفاع برابر ہو وہ آپس مین برابر ہوتے ہین

(۳۰) مثلث قایم الزاویہ مین وتر پر جو مربع بنایا جائے برابر ہوتا ہی اون مربعون کے جو
اضلاع پر بنائے جائین۔

اس شکل مین مثلث قایم الزاویہ بنایا ہی اور وتر پر مربع
اور اوسکے ضلعون پر مربعے بنائے ہین تو بڑا مربع برابر
دونو مربعون کے مجموعہ کے ہوگا۔

یہ شکل علم ہندسہ کی جان ہی اور اس سے بڑے بڑے کام نکلتے ہین
اب ہم اوسکی صداقت کو دکھاتے ہین۔

فرض کرو کہ شکل ب س د ی ف ح مرکب ہے دو مربعون سے
جو متصل ضلع بہ ضلع رکھے گئے ہین۔

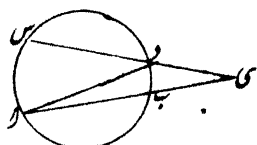
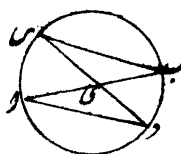
ح ہ برابر ب س کے بناؤ اور خطوط مستقیم س ہ اور ف ہ کھینچو کاغذ کی یا دفتی کی کل شکل کتر لو اور اوسکے
تین حصے ۱ ۲ و ۳ کی صورت کے بنالو اور پھر ان حصون کو اسطرح ملاؤ کہ شکل ی ف ہ س
کی سی پیدا ہو پس اس سے معلوم ہوا کہ ایک مربع اسطرح ایسا بنگیا جسکا ایک ضلع
برابر ف ہ کے ہے۔

اس سے معلوم ہوا کہ ف ہ پر مربع جو بنایا جا برابر اون
مربعون کے ہوتا ہی جو ف ح اور ح ہ پر بنائے جائین

(۳۱) اگر خط مستقیم دائرہ کو مس کرے تو
نصف قطر جو نقطہ تماس سے کھیچا جایگا
اوس خط مستقیم پر عمود ہوگا۔

(۳۲) فرض کرو کہ زاویہ ب ا د اور ب ی د ایک ہی قطعہ دائرہ ب ا ی د مین واقع ہین تو زاویئے آپسمین برابر ہونگے۔

(۳۳) فرض کرو کہ ا ب دائرہ کا قطر ہو اور محیط مین کوئی نقطہ س کا ایک خطوط مستقیم ا س اور ب س کہیچو تو زاویہ ا س ب ایک قائمہ ہوگا

(۳۴) فرض کرو کہ ا ب س اور د ی ف دو ایسے مثلث ہون کہ زاویہ ا برابر ہو زاویہ د کے اور زاویہ ب برابر ہو زاویہ ی کے اور زاویہ س برابر ہو زاویہ ف کے تو برابر زاویون کے اضلاع متناسب ہونگے۔

یعنی اگر ی ف دو چند ب س سے ہو تو ف د بہی دو چند س ا سے اور د ی دو چند ا ب سے ہوگا اور اگر ی ف سہ چند ب س سے ہو تو ف د سہ چند س ا سے اور د ی سہ چند ا ب سے ہوگا اور علی ہذا القیاس ایسے دو مثلثونکو متشابہ مثلث کہتے ہین

(۳۵) فرض کرو کہ ا ب س اور د ی ف مثلث متشابہ ہین اور زاویئے س اور ف نظیر ہین اور س ح کو ا ب پر اور ف ہ کو د ی پر نقاط س اور ف سے مقابل ضلعون پر عمود فرض کرو تو س ح کو ا ب سے وہ نسبت ہوگی جو ف ہ کو نسبت ہے د ی سے

(۳۶) فرض کرو کہ مثلث ا ب س ہی اور خط مستقیم د ی ضلع ب س کا متوازی ہی اور اضلاع ا ب اور ا س سے ملتا ہی تو مثلث

اب س اور ا ی د مشابہ ہونگے (دفعہ ۲ دیکھو)

(۳۷) فرض کرو کہ اب س مثلث قائم الزاویہ ہو اور ا د عمود زاویہ قائمہ سے وتر پر نکالا جائے تو مثلث د ب ا اور د ا س متشابہ ہونگے

(۳۸) فرض کرو کہ اب و س د دو وتر ایک دایرہ کے ہون اور ضرورت کی صورتمین خارج ہو کر نقطہ ی پر ملتی ہین)

ملاؤ ب س اور ا د تو مثلث ا ی د اور ب ی س آپسمین متشابہ ہونگی اور زاویہ ی ا د اور ی س ب آپسمین برابر ہونگے اور زاویے ی د ا اور ی ب س بھی آپسمین برابر ہونگے (دفعہ ۳۲ دیکھو)

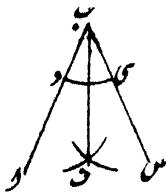
تیسری فصل ہندسۂ عملی

(۳۹) اب ہم چند اشکال عملی کو حل کرینگے اور وہ عملاً بڑی کار آمد ہین اور انکی شکلین صحیح بنتی ہین آلات مین سے فقط پرکار اور رول یعنی مسطر مطالب آری کے واسطے کافی ہین اونسے ہمارا سارا کام چل جاتا ہی اگرچہ اور آلات بھی شکل مربع یا متوازی رول کے کام کے ہوتے ہین مگر اونکی ضرورت کچھہ ضروری نہین فصل دوم مین جو کچھہ ہمنے ذکر کیا ہی اونہین پر ان اشکال عملی کا حل ہوتا ہی اور عملاً نتایج کی صحت کا ثابت کرنا کوئی بڑی بات نہین وہ سب آسانی سے ثابت ہو جاتے ہین اور علماً جو تحریر اقلیدس کو جانتے ہین وہ بخوبی اونکی صحت کو سمجھہ سکتے ہین غرض عملاً و علماً دونو طرح سے اونکی متانت اور صداقت ثابت ہی۔

(۴۰) ایک خط مستقیم معلوم کو دو برابر حصوںمین تقسیم کرو۔

فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہے ا اور ب کو مرکز مقرر کرکے ایسے نصف قطر پر جو نصف خط مستقیم معلوم سے بڑا ہو دایرے کھینچو! اور فرض کرو کہ وہ نقاط د اور ی پر تقاطع کرتے ہین

ملاؤ د ی جو اب کو نقطہ س پر قطع کرے تو ا س برابر ہوگا ب س کے

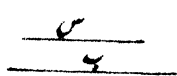
اور خط مستقیم د ی زاویہ قائمہ ا ب پر بناتا ہی اور اس سے یہ معلوم ہوتا ہی کہ ہم اس طرح ایک خط مستقیم زاویہ قائمہ بناتا ہوا ایک خط مستقیم معلوم پر اور اسکو دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہوا کھینچ سکتے ہیں۔

(۴۱) ایک زاویہ معلوم کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرو

فرض کرو کہ ا ب س زاویہ معلوم ہے مرکز ب اور کسی نصف قطر پر دایرہ کھینچو کہ ب ا کو نقطہ د پر اور ب س کو نقطہ ی پر قطع کرے اور د اور ی کو مرکز مانکر کسی نصف قطر پر قوسین دایرہ کی کھینچو جو نقطہ ف پر تقاطع کریں ملاؤ ب ف تو زاویہ ا ب ف برابر ہوگا زاویہ س ب ف کے

(۴۲) ایک خط مستقیم معلوم کا ایک خط متوازی بعد معلوم کھینچو۔

فرض کرو کہ ا ب خط مستقیم معلوم ہی اور س برابر فاصلہ معلوم کے ہی ا ب میں کسی دو نقطوں د اور ی کو مرکز مقرر کرکے اور نصف قطر برابر س کے مقرر کرکے قوسین کھینچو اور خط مستقیم ف ح ان قوسوں کو مس کرتا ہوا کھینچو تو ا ب کا متوازی ف ح معلوم فاصلہ س پر ہوگا

(۴۳) ایک مثلث بناؤ جسکے تین ضلعے برابر تین خطوط مستقیم معلوم کے ہوں۔

فرض کرو کہ ا اور ب اور س خطوط مستقیم معلوم ہیں۔

ایک خط مستقیم د ی برابر ایک خط مستقیم معلوم ا کے کھینچو مرکز د پر اور نصف قطر برابر ب کے لیکر ایک قوس کھینچو اور مرکز ی پر اور نصف قطر برابر س کی بناکر دوسری قوس کھینچو اور فرض کرو کہ یہ قوسین نقطہ ف پر ایک دوسرے کو قطع کرتی ہیں ملاؤ د ف اور ف ی تو د ف ی مثلث مطلوب ہوگا۔

(۴۴) نقطہ معلوم سے خط مستقیم معلوم کا متوازی ایک خط مستقیم نکالو

فرض کرو کہ ا نقطہ معلوم اور ب س خط مستقیم معلوم ہو کوئی نقطہ د خط ب س مین لو اور مرکز د اور نصف قطر د ا پر ایک دایرہ کھینچو جو ب س کو نقطہ ی پر قطع کرے اور دو برابر ی کھینچو اور مرکز ا پر اور نصف قطر ا د پر ایک دایرہ کھینچو اور وتر د ف برابر وتر ا ی کے کھینچو اور ملا و ا ف تو ب س کا متوازی ا ف ہوگا۔

(۴۵) ایک خط مستقیم معلوم پر زاویہ قائمہ بناتا ہوا ایک خط مستقیم معلوم سے جو اوسمین ہو قایم کرو

فرض کرو کہ خط مستقیم معلوم ا ب ہی اور نقطہ معلوم س ہی کسی نقطہ د کو باہر خط مستقیم سے مرکز مقرر کرکے نصف قطر د س پر دایرہ کھینچو جو خط مستقیم معلوم کو نقطہ س پر قطع کرے ی د کو ملا کر خارج کرو کہ محیط سے نقطہ ف پر ملے ملاو س ف تو س ف زاویے قائمے ا ب پر بنائیگا۔

(۴۶) ایک خط مستقیم معلوم پر ایک نقطے سے جو اوس سے باہر ہی عمود نکالو

فرض کرو کہ خط مستقیم معلوم ا ب اور نقطہ معلوم س ہی خط مستقیم معلوم ا ب مین کوئی سے دو نقطے د اور ی مقرر کرو اور مرکز د اور نصف قطر د س پر ایک قوس کھینچو اور مرکز ی اور نصف قطر ی س پر دوسری قوس کھینچو فرض کرو کہ یہ قوسین نقطہ ف پر تقاطع کرتی ہین ملاو س ف تو س ف عمود ا ب پر ہوگا۔

(۴۷) ایک خط مستقیم معلوم کو برابر حصو نمین تقسیم کرو

فرض کرو کہ ا ب خط مستقیم معلوم ہی اور اوسکو پانچ برابر حصو نمین تقسیم کرنا ہی نقطہ ا سے کوئی خط مستقیم ا س کھینچو اور نقطہ ب سے ا س کا متوازی خط مستقیم د ب کھینچو اور ا س پر چار برابر طول قطع کرو اور نقاط تقسیم پر ا ور ۲ و ۳ و ۴ کے نشان کرو اور ب د پر چار طول برابر ا ب پہلے طول کے قطع کرو اور نقاط تقسیم پر ا و ۲ و ۳ و ۴ کے نشان کرو

اور ا و ۴ مین اور ۲ اور ۳ مین اور ۳ اور ۲ مین اور ۴ اور ا مین خطوط مستقیم کھینچو تو یہ خطوط مستقیم ا ب کو
پانچ برابر حصون مین تقسیم کرینگے۔

(۴۸) ایک دائرہ معلوم کا مرکز دریافت کرو
وتر ا ب کھینچو اور اسکو دی سی جا و پر زاوے قائمے بناے
دو برابر حصون مین تقسیم کرو۔
تو دائرہ کا مرکز دی مین ہوگا۔
ایک اور وتر ب س کھینچو اور اسکو دو برابر حصونمین ایک خط مستقیم ف ح سی جا و سپر زاوے قائمے بنائے
تقسیم کرو تو مرکز دائرہ کا ف ح مین ہوگا۔
پس دائرہ کا مرکز دی اور ف ح کا نقطہ تقاطع ر ہوگا اس عمل سے یہی معلوم ہوتا ہے کہ تین نقاط
معلوم ا اور ب اور س پر گذرتا ہوا دائرہ اسطرح کھینچا ہی۔

(۴۹) ایک کثیر الاضلاع معلوم ہے اوسکے برابر ایک کثیر الاضلاع بناؤ جسکے ضلعون کی
تعداد ایک کم ہو۔
فرض کرو کہ ا ب س دی ف کثیر الاضلاع معلوم ہو
ملاو ب د نقطہ س سی ب د کا متوازی ایک خط مستقیم نکالو
جو ا ب ممدودہ سے نقطہ ہ پر ملے اور ملاو د ہ تو
بموجب دفعہ (۲۹) کے مثلث ب س د برابر ہی مثلث ب ہ د کے اور اسیواسطے کثیر الاضلاع ا ب س دی ف برابر ہی
کثیر الاضلاع ا ہ دی ف کے یعنی ایسی کثیر الاضلاع کے جسکا ایک ضلع کم ہے اسی عمل کو بار بار
کثیر الاضلاع کے برابر مثلث بنا سکتے ہین۔

(۵۰) اسکیل جسکا قطر عشری ہو بناؤ اور اوسکا طریقہ استعمال بتاؤ۔
ایک خط مستقیم ا ب اتنے طول کا لو جسمین عمل کے اندر آسانی ہو اور اوسکو ایسا خارج کرو کہ کل خط
ا ب سے دس گنا ہو جاے اور ا ب کے برابر ب س اور س د بناؤ اور پھر اسی خط کا کوئی خط

متوازی نکالو اور لو سیرہی دس بعد ا ب اور ب س اور س د ... برابر ا ب کی بناؤ اور ا ا اور ب ب اور س س اور د د ملاؤ اور ا ا کو دس برابر حصونمین تقسیم کرو اور نقاط تقسیم سے خطوط متوازی ا ب کی کہینچو اور ب ا کو دس برابر حصونمین تقسیم کرو اور نقاط تقسیم پر اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ کے نشان کرو اور ب ا کو دس برابر حصونمین تقسیم کرو اور ب ا اور ب ا کے نقاط تقسیم مین قطری خطوط مستقیم وصل کرو یعنی ب کو اوس نقطے سے ملاؤ جو متصل ا کے ہو اور ا کو اوس نقطہ ب ا سے ملاؤ جو متصل پہلے نقطے کے ہو اور ۲ کو اوس نقطے سے ملاؤ جو دوسرے نقطے کے متصل ہو اور علی ہذا القیاس۔

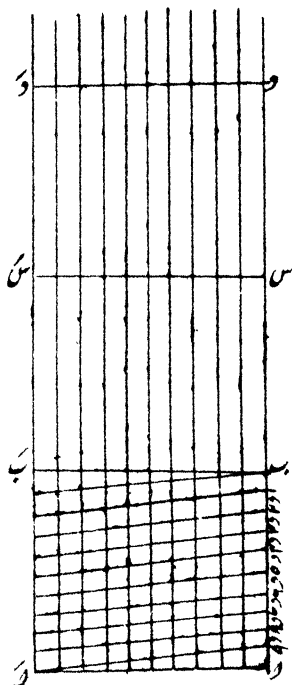
پس اب اسکیل بنگیا۔

اس بات کو سمجہہ لو کہ شکل ۱۰ کی سی اسکیل کی بنائی نہین گئی اسلیے کہ صفحہ مین گنجایش نہین تہی ایک حصہ کی شکل بنائی ہے اور اوس سے آگے کا حصہ شکل مین نہین بنایا گو اکثر ا ا کو عمود ا ب پر بناتے ہین مگر یہ عمودی ہونا ضروری نہین جب طول معلوم ہوتے ہین تو اسکیل سے اونکے موافق خطوط مستقیم کہینچ دیتے ہین۔ اور جب خطوط مستقیم معلوم ہوتے ہین تو اسکیل سے اونکے طول معلوم کرتے ہین۔

مثلاً فرض کرو کہ ا ب ایک انچ کو تعبیر کرتا ہی اور ۲٫۵۵ انچ طول کا خط کہینچنا منظور ہے اب پرکار لو اور اوسکی ایک ساق کے سرے کو د پر رکہو اور پرکار کو کہولو جب تک کہ دوسری ساق کا سرا ۵ پر آجاے پس طول د ۵ ۲ انچ کا حاصل ہو گیا جو قریب قریب مطلوب طول کے ہے اب پرکار کی ایک ساق کو د پر سے ۲ کا اور دوسری ساق کو اوس قطری خط پر جو پانچ سے کہینچا گیا ہے رکہو اور پرکار کو بقدر ضرورت کشادہ بہی کرتے جاؤ جب تک دونو ساقون کے دونو سرے اوس ایک خط پر کہ ساتوان متوازی ا د کا ہے آجائین تو فاصلہ مابین پرکار کے دونو سرونکے ۲٫۵۵ انچ کو تعبیر کریگا۔

اب اگر ا ب بجای ایک انچ کے دس انچ کو تعبیر کرے تو فاصلہ جو ابہی دریافت ہوا ہی ۲۵٫۵ کو تعبیر کریگا اور اگر ا ب ۱۰۰ انچ کو تعبیر کریگا فاصلہ مذکور ۲۵۵ انچ کو تعبیر کریگا۔

اب اگر ایک خط مستقیم معلوم کا طول دریافت کیا چاہو تو پرکار کو کہولکر اوسکی دونو ساقونکے سرونکو خط کے

انچ یا سو نمبر رکہو اور پرکار کی ایک ساق کے سر کو خط مستقیم ب بَ و س سَ و د دَ ... پر اور دوسرے سر کو قطری خطوط مستقیم پر رکہو اور پرکار کو ہلاتے چلاتے رہو جبتک کہ اون خطوط مستقیم مین سے کہ متوازی ا د کی ہین کسی ایک خط مستقیم پر دونو ساقین آجائین تو اوس سے طول معلوم ہو جائیگا مثلاً فرض کرو کہ پرکار کی ایک ساق س سَ پر اور دوسری ساق قطری خط مستقیم پر ہے جو و سے شروع ہوتا ہی اور دونوں سرے اوس خط پر ہین جو پانچوان متوازی ا ب کا ہے تو طول مطلوب ۹۵ گنا طول ا ب کا ہو گا۔

(۵۱) اسیطرح ایسا اسکیل بہی بنا سکتے ہین جسکا قطر اثنا عشری ہو اسصورت مین فقط دس کے عدد کو ۱۲ سے بدلین اور پہر موافق سابق کے عمل کرین جسطرح کیسبب ہمنے ۲٫۵۰ انچ طول کا خط مستقیم دریافت کیا تہا اوس کیسبب ہم خط مستقیم ۲ + ۵/۱۲ + ۰/۱۴۴ طول کا دریافت کرینگے پس اگر ا ب ایک فٹ کو تعبیر کرے گا تو

تو خط مستقیم ایسے طول کا دریافت ہوگا جسکا طول ۲ فیٹ ۵ ۳/۱۲ انچ ہی

اور ایسے ہی دفعہ (۵۰) مین جس بعد کا طول فٹ دیا گیا ہی وہ اس اسکیل کے موافق اوب سی وہ نسبت رکھیگا

جو ۱ + ۹/۱۲ + ۵/۱۴۴ : ۱ ایک سے نسبت کہتا ہی اگر اب ایک فٹ کو تعبیر کرے تو بعد ا فٹ ۹ ۵/۱۲ انچ سے تعبیر ہوگا

دوسرا باب طولون کے بیان مین

چوتھی فصل پیمانہاے طولانی

(۵۲) غالبًا طالب علم طولانی پیمانونسے واقف ہوگا مگر احتیاطًا اونکو ہم یہان لکھی دیتے ہین

۱۲ انچ کا ایک فٹ
۳ فیٹ کا ایک گز
۶ فیٹ کا ایک فیدم
۱۶½ فیٹ کا یعنی ۵½ گز کا ایک پول یا ایک روڈ
۴۰ پول کا ایک فرلانگ
۸ فرلانگ کا ایک میل

اس سے یہ نتائج حاصل ہوتے ہین

انچ	فیٹ	گز	پول	فرلانگ	میل
۱۲	۱				
۳۶	۳	۱			
۱۹۸	۱۶½	۵½	۱		
۷۹۲۰	۶۶۰	۲۲۰	۴۰	۱	
۶۳۳۶۰	۵۲۸۰	۱۷۶۰	۳۲۰	۸	۱

(۵۳) زمین کے ناپنے کیواسطے گنٹر صاحب کی جریب کا بڑا رواج ہی اور یہ جریب ۲۲ گز کی ہوتی ہی اور سو برابر کڑیان اوسمین ہوتی ہین اسیواسطے اون مین سے ہر ایک کا طول ۲۲ء گز ہوتا ہی یعنی ۷ء۹۲ انچ کا پس ۲۵ کڑیونکا ایک پول ہوتا ہی اور ۱۰ جریبونکا یا ۱۰۰۰ کڑیونکا ایک فرلانگ اور ۸۰ جریب یا ۸۰۰۰ کڑیونکا ایک میل ہوتا ہی ہندوستانی جریب مین ۲۰ گٹھے ہوتے ہین اور ہر گٹھہ مین ۳ گز ہوتے ہین

(۵۴) پانچوین فصل مثلث قائم الزاویہ

(۵۴) مثلث قائم الزاویہ جو تین خطوط مستقیم سے بنتا ہے اونمین سے اگر دو کا طول معلوم ہو تو تیسرے خط مستقیم کا طول معلوم ہو سکتا ہے اس طول کے دریافت کرنیکے واسطے ہم جو قاعدے بیان کرینگے وہ دفعہ (۳۰) کی شکل نظری پر موقوف ہین اور اس مطلب کو پھر اور زیادہ صفائی سے بیان کرینگے

(۵۵) مثلث قایم الزاویہ کے دو ضلعے معلوم ہین وتر دریافت کرو

قاعدہ ضلعون کے مربعونکو جمع کرو اور حاصل جمع کا جذر دریافت کرو

(۵۶) مثالین

(۱) ایک ضلع ۸ فیٹ اور دوسرا ۶ فیٹ ۔

مربع ۸ کا ۶۴ اور مربع ۶ کا ۳۶ اور ۶۴ اور ۳۶ کا حاصل جمع ۱۰۰ ہے اور جذر ۱۰۰ کا ۱۰ ہے

پس وتر ۱۰ فیٹ ہے ۔

(۲) ایک ضلع ۲ فیٹ ہے اور دوسرا ۱۰ انچ ہے ۔

۲ فیٹ برابر ۲۴ انچ کے ہین اور مربع ۲۴ کا ۵۷۶ ہے اور ۱۰ انچ کا مربع ۱۰۰ ہے اور ۵۷۶ اور ۱۰۰ کا حاصل جمع ۶۷۶ ہے اور ۶۷۶ کا جذر ۲۶ ہے پس وتر ۲۶ انچ ہے ۔

(۵۷) مثال ۲ مین ایک ضلع فٹونمین بیان کیا گیا تھا اور دوسرا ضلع انچونمین وتر دریافت کرنیکے قاعدے کو پیچھے عمل مین لائے پہلے فٹون کے انچ بنائے کہ دونون ضلعے ہمجنس ہو جائین اسی طرح تمام مساحت مین یہ ضرور ہے کہ جتنے طول معلوم ہون اون سب کو ہمجنس بنالین یعنی تجنیس اون مین کرنی ضرور ہے یہ ہمکو اختیار ہے کہ ہم تمام طولون کو انچون مین تعبیر کرین یا فٹون مین تعبیر کرین یا گزون یا میلونمین غرض جسمین چاہین مگر یہ نہین کرنا چاہیے کہ ایک طول ایک پیمانے مین اور دوسرا طول دوسرے پیمانے مین تعبیر ہو سب کا ہمجنس کرنا ضرور ہے ۔

(۵۸) دفعہ (۵۶) مین جو دو مثالین حل ہوئی ہین اونمین پورا پورا جذر نکلا ہے اسلیے وتر کا طول بھی

ٹھیک ٹھیک دریافت ہوگیا مگر یہ بھی ہوتا ہے کہ جذر پورا نہین نکلتا ایسی حالت مین مراتب اعشاریہ کے بقدر ضرورت نکالتے ہین۔

(۵۹) مثالین

(۱) ایک ضلع ۳ فیٹ ۴ انچ اور دوسرا ۲ فیٹ ۸ انچ ہے۔
۳ فیٹ ۴ انچ = ۴۰ انچ اور ۲ فیٹ ۸ انچ = ۳۲ انچ

۳۲ × ۳۲ = ۱۰۲۴ ؛ ۴۰ × ۴۰ = ۱۶۰۰ ؛ ۱۶۰۰ + ۱۰۲۴ = ۲۶۲۴

۲۶۲۴٫۰۰۰۰) ۵۱٫۲۲
۲۵
۱۰۱) ۱۲۴
۱۰۱
۱۰۲۲) ۲۳۰۰
۲۰۴۴
۱۰۲۴۲) ۲۵۶۰۰
۲۰۴۸۴
۵۱۱۶

پس اگر دو مراتب اعشاریہ تک عمل کرین تو وتر تقریباً ۵۱٫۲۲ انچ ہوگا

(۲) ایک ضلع ۲٫۴ فیٹ اور دوسرا ضلع ۱٫۲ گز ہے۔
۱٫۲ گز = ۳٫۶ فیٹ

۲٫۴ × ۲٫۴ = ۵٫۷۶ ؛ ۳٫۶ × ۳٫۶ = ۱۲٫۹۶ ؛ ۱۲٫۹۶ + ۵٫۷۶ = ۱۸٫۷۲

۱۸٫۷۲۰۰) ۴٫۳۲
۱۶
۸۳) ۲۷۲
۲۴۹
۸۶۲) ۲۳۰۰
۱۷۲۴
۵۷۶

اب اگر عمل دو مراتب اعشاریہ تک کرین تو وتر تقریباً ۴٫۳۲ فیٹ معلوم ہوگا اور زیادہ وتر قریب نکالنا منظور ہو تو ۴٫۳۳ فیٹ ہوگا۔

(۶۰) مثلث قائم الزاویہ کا وتر اور ایک ضلع معلوم ہو دوسرا ضلع دریافت کرو

قاعدہ وتر کے مربع مین سے ضلع کا مربع تفریق کرو اور حاصل تفریق کا جذر نکالو یا وتر اور ضلع کے مجموعہ اور تفاوت کو باہم ضرب دیکر حاصل ضرب کا جذر نکال لو۔

(۶۱) مثالین

(۱) وتر ۱۰ فیٹ اور ضلع ۸ فیٹ ہی۔

مربع ۱۰ کا ۱۰۰ اور مربع ۸ کا ۶۴ ہی ۶۴ کو ۱۰۰ مین سے تفریق کرو تو ۳۶ حاصل ہونگے ۳۶ کا جذر ۶ ہی اسلیے دوسرا ضلع ۶ فیٹ ہی۔

یا اس طرح سے کہ وتر او ضلع معلوم کا مجموعہ ۱۸ ہی اور اونکا تفاوت ۲ ہی اور ۱۸ اور ۲ کا حاصل ضرب ۳۶ ہی اور ۳۶ کا جذر ۶ ہی۔

(۲) وتر ۲۶ انچ اور ضلع ۱۰ انچ ہی۔

۲۶ کا مربع ۶۷۶ اور ۱۰ کا مربع ۱۰۰ ہی ۱۰۰ کو ۶۷۶ مین سے تفریق کرو تو حاصل تفریق ۵۷۶ ہوگا اور ۵۷۶ کا جذر ۲۴ ہی پس دوسرا ضلع ۲۴ انچ ہی۔

یا اسطرح کہ ۲۶ اور ۱۰ کا مجموعہ ۳۶ ہی اور اونکا فرق ۱۶ ہی اور ۳۶ اور ۱۶ کا حاصل ضرب ۵۷۶ ہی اور ۵۷۶ کا جذر ۲۴ ہی۔

(۶۲) دفعہ (۶۰) کے قاعدہ کی دو صورتین بیان کین اول صورت کا تعلق دفعہ (۵۵) سے ظاہر معلوم ہوتا ہی اور دوسری صورت اوسکی ایسی ہی کہ اوس سے عمل مین آسانی اور تسہیل ہوتی ہی اور کچھہ تہوڑا سا عمل کرنا پڑتا ہی۔

(۶۳) دفعہ (۶۱) کی دونو مثالون مین پورا پورا جذر دریافت ہو گیا اور اسی سبب سے ضلع کا طول ٹہیک ٹہیک معلوم ہو گیا لیکن یہ بہی صورت واقع ہوتی ہے کہ جذر پورا پورا نہین نکلتا تو اوس صورت مین جذر کا عمل جتنے مرتبے کی اعشاریہ تک چاہین جاری رکہین اوس سے تقریبی قیمت حسب ضرورت دریافت ہو جائے گی۔

(۶۴) مثالین

(۱) وتر ۱ فٹ ۹ انچ ہی اور ایک ضلع ۱۴ انچ ہی۔

۱ فٹ ۹ انچ = ۲۱ انچ

۲۱ + ۱۴ = ۳۵

۲۱ − ۱۴ = ۷

۳۵ × ۷ = ۲۴۵

۲۴۵٫۰۰۰۰ (۱۵٫۶۵
۱
۲۵) ۱۴۵
۱۲۵
۳۰۶) ۲۰۰۰
۱۸۳۶
۳۱۲۵) ۱۶۴۰۰
۱۵۶۲۵

اب اگر دو ہی مرتبے تک اعشاریہ نکالیں تو ضلع مطلوب کا طول تقریباً ۱۵٫۶۵ معلوم ہوگا

(۲) وتر ۲٫۷ گز اور ایک ضلع ۳٫۴ فیٹ ہے

۲٫۷ گز = ۸٫۱ فیٹ

۸٫۱ + ۳٫۴ = ۱۱٫۵

۸٫۱ − ۳٫۴ = ۴٫۷

۱۱٫۵
۴٫۷
۸۰۵
۴۶۰
۵۴٫۰۵

۵۴٫۰۵۰۰ (۷٫۳۵
۴۹
۱۴۳) ۵۰۵
۴۲۹
۱۴۶۵) ۷۶۰۰
۷۳۲۵
۲۷۵

پس اگر عمل دو ہی مرتبے کی اعشاریہ تک کریں تو ضلع مطلوب کا طول ۷٫۳۵ فیٹ معلوم ہوگا۔

(۶۵) اب ہم چند مثالیں ایسی لکھتے ہیں کہ جنکا حل ان قاعدوں پر موقوف ہے

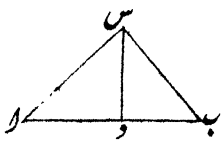
(۱) مثلث قائم الزاویہ کا ایک ضلع ۴۰۸ فیٹ اور وتر اور دوسرے ضلع کا مجموعہ ۵۷۸ فیٹ ہے وتر اور دوسرا ضلع دریافت کرو

بموجب دفعہ (۶۰) وتر اور دوسرے ضلع کے مجموعہ اور فرق کا حاصل ضرب ۴۰۸ کا مربع ہے اسواسطے اگر ۴۰۸ کے مربع کو ۵۷۸ پر تقسیم کریں تو خارج قسمت وتر اور دوسرے ضلع کا فرق ہوگا اسطرح سے ہمکو وتر اور دوسرے ضلع کا فرق ۲۸۸ دریافت ہوگا۔

پس وتر اور دوسرے ضلع کا مجموعہ ۵۷۸ ہے اور فرق ۲۸۸ ہے انکو جمع کرکے ۲ پر تقسیم کرو تو ۴۳۳ حاصل ہونگے یہ وتر کا طول ہوگا ۵۷۸ میں سے ۴۳۳ کو تفریق کرو تو ۱۴۵ حاصل ہونگے یہ دوسرا ضلع ہوگا۔

(۲) مثلث متساوی الاضلاع کا ہر ایک ضلع ایک فٹ ہی اوسکا ارتفاع دریافت کرو

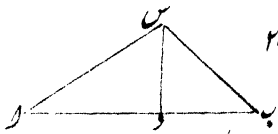
فرض کرو کہ ا ب س مثلث او رس د اوسکا ارتفاع ہی تو س د

ا ب کو دو برابر حصونمین تقسیم کریگا اور ا د = $\frac{1}{2}$

تو دفعہ (۶۰) کے دوسرے قاعدے کے بموجب س د کو دریافت کرتے ہین

۱ + $\frac{1}{2}$ = $\frac{3}{2}$ اور ۱ - $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{2}$ × $\frac{1}{2}$ = $\frac{3}{4}$

اب $\frac{3}{4}$ کا جذر برابر ہی $\frac{1}{2}$ جذر ۳ کی اور ۳ کا جذر پورا پورا نہین دریافت ہوسکتا اگر تین مرتبہ کی اعشاریہ تک جذر نکالین تو ۱٫۷۳۲ حاصل ہونگے اور نصف اوسکا ٫۸۶۶ ہی

پس ارتفاع کا طول تقریبًا ٫۸۶۶ فیٹ ہی

(۳) ایک مثلث کا قاعدہ ۵۶ فیٹ ہی اور ارتفاع ۱۵ فیٹ اور ایک ضلع ۲۵ فیٹ ہی دوسرا ضلع دریافت کرو۔

فرض کرو کہ ا ب = ۵۶ اور س د = ۱۵ اور ب س = ۲۵

بموجب دفعہ (۶۰) کے ہم ب د کو دریافت کرتے ہین کہ

۲۵ + ۱۵ = ۴۰ اور ۲۵ - ۱۵ = ۱۰ اور ۴۰ × ۱۰ = ۴۰۰ اور ۴۰۰ کا جذر ۲۰ ہی۔

پس ب د = ۲۰ اسی واسطے ا د = ۵۶ - ۲۰ = ۳۶

بموجب دفعہ (۵۵) کے ا س کو دریافت کرتے ہین کہ ۳۶ کا مربع ۱۲۹۶ ہی اور ۱۵ کا مجذور ۲۲۵ ہی

اور ۱۲۹۶ اور ۲۲۵ کا ماحصل جمع ۱۵۲۱ ہی اور ۱۵۲۱ کا جذر ۳۹ ہی پس ا س = ۳۹

پانچوین فصل کی مثالین

ان قائم الزاویہ مثلثون مین اضلاع معلوم سے وتر دریافت کرو

(۱) ۵۳۲ فیٹ ۱۶۵ فیٹ (۲) ۷۵۸۴ فیٹ ۳۹۳۷ فیٹ

(۳) ۲۷۸ فیٹ ۸ انچ ۲۶۲ فیٹ ۶ انچ

(۴) نصف میل اور ۳۴۵ گز ۱ فٹ

ان مثلثات قایم الزاویہ مین وتر فقو ٹمین دو مرتبہ کی اعشاریہ تک اضلاع معلوم مفصلۂ ذیل سے دریافت کرو

(۵) ۲۷،۴۴ فیٹ ۳۴۲ فیٹ (۶) ۳۹۵،۴ فیٹ ۳۸۷،۴ فیٹ

(۷) ۱۴۳،۱۴ فیٹ ۳ انچ ۲۲۸ فیٹ ۹ انچ (۸) ۱/۴ چوتہائی میل ۲۷،۴ گز ۲ فیٹ

ان قایم الزاویہ مثلثونمین وتر معلوم اور ایک ضلع معلوم سے دوسرا ضلع دریافت کرو۔

(۹) ۲۵،۷ فیٹ ۴۴،۶ فیٹ (۱۰) ۱۶۴۱،۷ فیٹ ۱۴۲۰،۸ فیٹ

(۱۱) ۹۲۶ فیٹ ۵ انچ ۲۵۰ فیٹ ۸ انچ (۱۲) ۴۳ گز ۱ فٹ اور ایک فرلنگ

ان قایم الزاویہ مثلثونمین وتر معلوم اور ایک ضلع معلوم سے دوسرے ضلع کو فقو ٹمین دو مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو

(۱۳) ۴۷،۶ فیٹ ۳۱،۴ فیٹ (۱۴) ۹۸۷،۴ فیٹ ۳۷۶،۵ فیٹ

(۱۵) ۲۲،۴ فیٹ ۳ انچ ۷،۷ فیٹ ۶ انچ (۱۶) ۵ فرلنگ اور ۱۲ ۹ گز ۲ فیٹ

(۱۷) مثلث کے اضلاع ۲۲۶۲۰ فیٹ اور ۱۲۸۱۵ فیٹ اور ارتفاع ۱۱۴۸۴ فیٹ ہین قاعدہ کے حصونکو دریافت کرو

(۱۸) مثلث قایم الزاویہ کا ایک ضلع ۳۹۲۵ فیٹ اور وتر اور دوسرے ضلع کا فرق ۲۵،۶ فیٹ ہی وتر اور دوسرا ضلع دریافت کرو۔

(۱۹) ایک زینہ ۲۵ فیٹ لنبا سیدہا ایک دیوار کے برابر کہڑا ہی تو بتاؤ زینہ کو کتنا دور سرکائین کہ زینہ کا سرا دیوار سے ایک فٹ نیچے اوتر آئے۔

(۲۰) ایک زینہ ۵۰ فیٹ لنبا ۴۰ فیٹ بلند کہڑکی پر بازار کے ایک طرف مکانات پر پہنچتا ہی اگر زینہ پلٹ کر دوسری طرف بازار کے مکانات پر لگائین تو وہ ۳۴ فیٹ بلند کہڑکی تک پہنچتا ہی تو بازار کا عرض دریافت کرو۔

(۲۱) ایک مکان سی ۱۴ فیٹ کے فاصلہ پر ایک زینہ کے پیر ہین اور سرا اوسکا مکان کی ۴۸ فیٹ بلندی پر زمین سے اونچا لگا ہوا ہی جب اس زینہ کو اوسکے پیر و نپر اولٹ کر دوسری طرف بازار کے لگایا تو مکان کی ۴۰ فیٹ بلندی پر زمین سے سرا اوسکا جا لگا تو بازار کا عرض بتاؤ

(۲۲) ایک مربع کا ضلع ایک انچ ہی اوسکے قطر کی مقدار دس تیہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو

(۲۳) مربع کا ایک ضلع ۱۱۰ فیٹ ہی اوسکا قطر دریافت کرو

(۲۴) دائرہ کا نصف قطر ۶۹۶ء۸۲ فیٹ ہی اور مرکز سے جو عمود وتر پر نکالا جایگا ۱ء۱۱ فیٹ ہی وتر کو دریافت کرو۔

(۲۵) ایک مستطیل زمین کے بیچ مین متوازی الاضلاع ایک پٹیا بنی ہوئی ہی مستطیل کا ایک ضلع ۱۹۶ گز اور دوسرا ۱۴۷ گز ہی تو بتاؤ اوسکے قطر مین جائین تو اضلاع مین چلنے کی نسبت کتنے فاصلہ طی کرنے سے بچینگے۔

(۲۶) ایک چھت ۲۰ فیٹ چوڑی سلامی کی بنی ہوئی ہی اور ہر ایک طرف کی سلامی ۱۰ فیٹ ہی تو بتاؤ چھت کی سلامی کا کنارہ کتنا اونچا ادلتی سے ہوگا۔

(۲۷) جس مربع کا ضلع ۹ فیٹ ہو اوسکے گرد جو دائرہ بنایا جائے اوسکا نصف قطر کیا ہوگا۔

(۲۸) ایک دائرہ کا نصف قطر ۶ فیٹ ہی اوسمین جو مربع بنایا جاوے اوسکا ضلع دریافت کرو

(۲۹) دائرہ کا نصف قطر ۶ فیٹ ہی تو بتاؤ ۹ فیٹ کی وتر پر مرکز سے جو عمود نکالین اوسکا طول کیا ہوگا

(۳۰) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہی تو جس وتر پر عمود مرکز سے نکالا گیا ۱۳ انچ کا ہو اوسکا طول دریافت کرو۔

(۳۱) ایک دائرہ کا نصف قطر ۶ برابر حصوں مین تقسیم ہوا ہی اور پانچ نقاط تقسیم سے خطوط مستقیم زاویے قائمی بناتے ہوئے محیط تک کھیچے گئے ہین طول ان خطوط کا انچون مین تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو اور دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی۔

(۳۲) ایک دائرہ کا نصف قطر ۷ فیٹ ہی اور مرکز سے ۱۲ فیٹ کے فاصلے پر ایک نقطہ ہی اوس سے دائرہ کا مماس نکالا گیا ہی تو اس خط مستقیم کا طول دریافت کرو۔

چھٹی فصل اشکال متشابہ

(۶۶) فرض کرو کہ ا ب س اور د ی ف دو متشابہ مثلث ہین تو بموجب دفعہ (۳۴) کے ا ب کو ب س سے وہ نسبت ہوگی جو د ی کو ہی ی ف سے

پس اگر دو ضلعے ایک مثلث کے معلوم ہون اور دو مثلث متشابہ کا ایک ضلع نظیر کا معلوم ہو تو اوسکا دوسرا

ضلع بھی دریافت ہوسکتا ہی اس ضلع کے دریافت کرنیکا عمل مثل تناسب یا اربعہ متناسبہ کے ہوگا

(۶۷) مثالین

(۱) فرض کرو کہ اب = ۵ اور ب س = ۶ اور دی = ۷

۵ : ۶ :: ۷ : ی ف

تو ی ف = ۶×۷/۵ = ۴۲/۵ = ۸ ۲/۵

(۲) فرض کرو کہ اب = ۵ اور اس = ۴ اور دی = ۷

۵ : ۴ :: ۷ : دف

دف = ۷×۴/۵ = ۲۸/۵ = ۵ ۳/۵

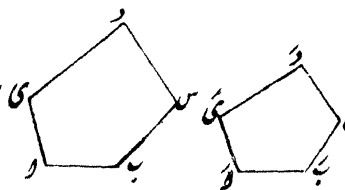
(۶۸) علوم ریاضیہ کی نظریات اور عملیات مین متشابہ مثلثون سے اکثر کام پڑتا ہی مثلاً دفعہ (۵۶) مین ہمنے بیان کیا ہی کہ جس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ایک فٹ ہی اوسکا ارتفاع ۸۶۶، فٹ ہی۔ اب یہ تناسب ہمیشہ ہر مثلث متساوی الاضلاع کے ضلع اور ارتفاع مین ہوگا پس اگر مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ۷ فیٹ ہو تو ارتفاع ۷×۸۶۶،۶ فیٹ ہوگا دفعہ (۳۹) کی شکل مین ہمنے بیان کیا ہے کہ مثلث ا ی د اور ب ی س متشابہ ہین اور ی ا کو ی د سے وہ نسبت ہی جو ی س کو ی ب سے اس سے معلوم ہوتا ہی کہ مسئلہ تناسب کے موافق حاصل ضرب ی ا اور ی ب کا برابر ہے حاصل ضرب ی س اور ی د کے یہ دائرہ کا ایک خاصہ ہی اور قابل یاد رکھنے کے ہی اور بہت بکار آمد ہی۔

(۶۹) متشابہ مثلثون کی اعانت سی ہم ارتفاع کسی شی کا اوسکے سایہ کو پیمایش کر کے دریافت کر سکتے ہین مثلاً فرض کرو کہ ایک لکڑی کو سیدھا زمین پر کھڑا کیا اور وہ زمین سے ۴ فیٹ اونچی کھڑی ہوئی ہی اور اوسکا سایہ ۳ فیٹ پڑا اور ایک درخت کا سایہ بھی ۵۲ فیٹ اوسوقت پڑ رہا تھا تو ہم تناسب سے یون درخت کا ارتفاع دریافت کر سکتے ہین کہ

۴ : ۳ :: ۵۲ : ارتفاع

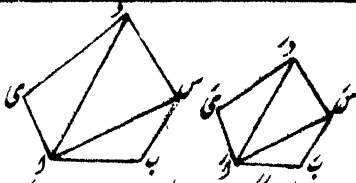
پس ارتفاع = $\frac{۳\times۵۲}{۴}$ فیٹ یعنی ۳۹ فیٹ

(۷۰) متشابہ مثلثون سے خودبخود خیال متشابہ مستقیمۃ الاضلاعون کیطرف جاتا ہی متشابہ مستقیمۃ الاضلاع وہ ہین جنکے زاوئے متناظرہ آپسمین برابر ہون اور اونکے گرد کے اضلاع متناسب ہون

(۷۱) مثلاً دو پانچ ضلعے کی شکلون اب س د ی اور اَ بَ سَ دَ یَ مین زاوئے ا اور اَ اور ب اور بَ اور س اور سَ اور د اور دَ اور ی اور یَ برابر ہون زاویون اَ اور بَ اور سَ اور دَ اور یَ کے موافق اپنی اپنی نظیر کے اور اضلاع گرد ان زاویون کے متناسب ہون یعنی اب کو ب س سے وہ نسبت ہی جو اَبَ کو بَ سَ ہی اور ب س کو س د سے وہ نسبت ہی جو بَ سَ کو سَ دَ سے اور علی ہذا القیاس تو یہ دونو شکلین متشابہ ہونگی۔

(۷۲) اشکال مستقیمۃ الاضلاع کے متشابہ ہونیکے واسطے دو خاصیتونکا بیان ہوا ہی یعنی مساوات زاویون کی اور متناسبت اونا اضلاع کا

نظریات ہندسیہ مین ثابت ہی کہ اگر مثلثون مین ان خاصیتون مین سے ایک خاصیت ہو تو ضرور ہی کہ اونمین دوسری خاصیت بھی پائی جائے اور عملیات مین بھی اسبات کا ثابت کرنا کچھ مشکل نہین اور وہ اسطرح ہوتا ہی کہ دو مثلث کاغذ کی اسطرح کترو کہ ایک مثلث کے اضلاع دوچند یا سہ چند دوسرے مثلث کی اضلاع سے ہون تو اونمین امر ظاہر معلوم ہوگا کہ زاوئے متناظرہ آپسمین برابر ہین یعنی نظیر کے جن زاویونکو منطبق ایک دوسرے پر کروگے وہ بالکل منطبق ہو جائینگے مگر اون اشکال مستقیمۃ الاضلاع مین جنکے ضلعے تین سے زیادہ ہین ایک خاصیت بغیر دوسری خاصیت کے پائی جا سکتی ہی مثلاً مربع اور مستطیل کے زاوئے آپسمین برابر ہوتے ہین مگر اونکے اضلاع متناسب نہین ہوتے اب مربع اور معین لو تو اونکے اضلاع متناسب ہین درمیان زاوئے ایک شکل کے برابر دوسری شکل کے زاویونکے نہین ہوتے

(۷۳) متشابہ اشکال مستقیمۃ الاضلاع ہمیشہ متساوی التعداد متشابہ مثلثون مین تقسیم ہو سکتے ہین مثلاً خطوط مستقیم س ا اور د ا اور سَ دَ اور دَ اَ کے

کھینچنے سے دفعہ (۱۱) کی پانچ ضلعے
کی شکلونکو تین زوج متشابہ مثلثون
مین تقسیم کر سکتے ہین

(۷۴) دفعہ (۶۶) مین جو متشابہ مثلثونکی نسبت بیان کیا گیا وہ اور اشکال مستقیمۃ الاضلاع کی نسبت بھی بیان ہو سکتا ہے یعنی اگر دو خطوط مستقیم ایک شکل مین معلوم ہون اور اونکی نظیر کا ایک خط دوسری شکل مین معلوم ہو تو دوسرے خط معلوم کی نظیر کا خط مستقیم قاعدۂ تناسب کے موافق دریافت ہو سکتا ہے۔

(۷۵) متشابہ شکلین جیسی خطوط مستقیم سے احاطہ ہوتی ہین ایسی ہی خطوط منحنی سے محدود ہو سکتی ہین۔ مثلاً دو نقشے مختلف طول اور عرض کے ایک ہی ملک کو تعبیر کرین تو دونو نقشے متشابہ ہونگے ایک نقشے مین پیمانہ ایک انچ کا ایک میل کو تعبیر کرے اور دوسرے نقشے مین پیمانہ نصف انچ کا ایک میل کو تعبیر کرے تو جو خط ایک نقشے مین ہوگا اوسکی نظیر کا خط دوسرے نقشے مین دوچند ہوگا۔

(۷۶) متشابہ ہونے کا مفہوم اس تعریف سے خوب ذہن مین بیٹھ جاتا ہے کہ متشابہ شکلین وہ ہین جنکی صورتین متماثل ہون یعنی ایک سی ہون مگر اونکا طول اور عرض مختلف ہو تمام دائرے متشابہ شکلین ہین۔

(۷۷) اب ہم چند مثالین لکھتے ہین جنکا حل اشکال متشابہ ہونے پر موقوف ہے۔

(۱) دفعہ (۷۳) کی شکل مین فرض کرو کہ ا ی = ۲ انچ اور ا س = $4\frac{1}{2}$ انچ
اور اَیَ = $1\frac{1}{4}$ انچ اَسَ کو دریافت کرو

$$2 : 4\frac{1}{2} :: 1\frac{1}{4} : \text{اَسَ}$$

$$\therefore \frac{4\frac{1}{2}\times 1\frac{1}{4}}{2} = \frac{45}{16} = 2\frac{13}{16}$$

$\therefore$ اَسَ = $2\frac{13}{16}$ انچ

(۲) مثال گذشتہ مین خطوط مستقیم اَد اور اَدَ کی نسبت دریافت کرو۔
چونکہ ای = ۲ اور اَیَ = $1\frac{1}{4}$ اور کسی خط مستقیم مثلاً اَد کو اپنی نظیر کے خط مستقیم اَدَ سے وہ نسبت [illegible]
جو ۲ کو $1\frac{1}{4}$ سے یعنی ۲ کو $\frac{5}{4}$ سے یعنی $\frac{8}{4}$ کو $\frac{5}{4}$ سے یعنی ۸ کو ۵ سے

(۳) دفعہ (۳۷) کی شکل مین اگر ب س = ۱۵ اور ب ا = ۱۲ تو ب د کو دریافت کرو

مثلث ا ب س اور د ب ا متشابہ ہین تو

ب س : ب ا : : ب ا : ب د

یعنی ۱۵ : ۱۲ : : ۱۲ : ب د

$\therefore$ ب د = $\frac{12 \times 12}{15} = \frac{144}{15} = \frac{48}{5} = 9\frac{3}{5}$

(۴) ا ب س د ایک ذو زنقہ ہی اضلاع متوازیہ ا ب اور د س مین فاصلہ ۳ فیٹ ہی۔

ا ب = ۱۰ فیٹ اور د س = ۶ فیٹ

فرض کرو کہ ا د اور ب س نقطہ ہ تک بڑہائے گئے ہین اب مطلوب ہی کہ ہ کا فاصلہ عمودی د س سے دریافت کرین۔

د ح عمود ا ب پر نکالو اور ب س کا متوازی د ہ نکالو

تو ب ہ = د س پس ا ہ = ۱۰ - ۶ = ۴ اور د ح = ۳

مثلث ا د ہ اور د ہ س متشابہ ہین۔

اسیواسطے بموجب دفعہ (۳۵) کے۔

ا ہ : ح د : : د س : فاصلہ مطلوب

پس فاصلہ مطلوب = $\frac{6 \times 3}{4} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$

چھٹی فصل کی مثالین

(۱) دفعہ (۳۶) کی شکل مین ا د = ۵ انچ د ی = ۴ اور ا ب = ۷ تو ب س کو دریافت کرو۔

(۲) مثلث متساوی الاضلاع کا ایک ضلع ۳ فیٹ ۶ انچ ہی اور اوسکا ارتفاع دریافت کرو۔

(۳) ایک آدمی کا قد ۶ فیٹ تھا جب وہ سیدھا کھڑا ہوا تو اوسکا سایہ ۳ فیٹ ۶ انچ کا پڑا اور اوسیوقت ایک جھنڈی کا سایہ ۵۶ فیٹ ۸ انچ پڑرہا تھا تو اوس جھنڈی کا ارتفاع دریافت کرو

(۴) ۳ فیٹ لنبی لکڑی کو سیدھا زمین پر کھڑا کیا تو اوسکا سایہ ۴ فیٹ ۶ انچ تھا تو بتاؤ ۴۵

فیٹ بلند بلی کا سایہ کتنا پڑیگا -

(۵) کسی نقشے مین ایک میل کا پیمانہ ایک آٹھوان انچ ہی اور ملک کا طول ۰۰۰ ۵ میل ہی تو بتاؤ اوس نقشے کا طول کیا ہوگا -

(۶) دو شہرون مین ۳۰ میل کا فاصلہ ہی اور نقشہ مین اونکے مقامات کے درمیان ۲ انچ فاصلہ ہی تو بتاؤ نقشہ کس پیمانے کے موافق بنایا گیا ہی -

(۷) دو شہرون مین ۴۵ میل کا فاصلہ ہی اور نقشہ کے اندر اونکے مقامونکے درمیان مین ۶ انچ اور دو اور شہرونکے مقامات کے درمیان ۲ انچ کا تو بتاؤ ان شہرون کے درمیان کتنا فاصلہ ہی

(۸) دفعہ (۳۶) کی شکل مین اگر ب س = ۲۰ انچ اور د ی = ۱۲ اور ب د = ۶ تو ب آ کو دریافت کرو -

(۹) دفعہ (۳۶) کی شکل مین اگر ا د = ۸ انچ اور د ی = ۷ اور ب د = ۳ تو ب س کو دریافت کرو -

(۱۰) دفعہ (۳۶) کی شکل مین اگر د ی = ۷ انچ اور ب س = ۱۰ اور ب د = ۲ تو د آ کو دریافت کرو -

(۱۱) ایک ذوزنقہ کے اضلاع متوازیہ ۱۲ اور ۲ فیٹ ہون اور فاصلہ عمودی اونکے درمیان ۵ فیٹ ہو اور دو باقی ضلعے بڑہا کر ملا جائین تو ملاپ کے نقطہ کا فاصلہ عمودی اضلاع متوازی مین سے بڑی ضلع سی دریافت کرو -

(۱۲) ایک ذوزنقہ کی اضلاع متوازی ہین اور اونکا طول ۹ فیٹ اور ۱۲ فیٹ ہی اگر دو خطوط متوازی ان اضلاع متوازی کی شکل کے اندر کہیچے جائین اور یہ چارون خط باہم متساوی البعد ہون تو ان خطونکا طول دریافت کرو -

ساتوین فصل اوتار دائرہ

(۷۸) فرض کرو کہ دائرہ کا وتر ا ب ہی اور س مرکز ہی اور س د عمود ا ب پر اور خارج ہو کر محیط سے نقطہ ی پر ملتا ہی تو وتر ا د ب کا نقطہ وسط د ہی اور قوس ا ی ب کا نقطہ وسط ی ہی قوس کا وتر ا ب ہی اور نصف قوس کا وتر ا ی یا ی ب ہی اور قوس کا ارتفاع د ی ہے -

(۷۹) ی س کو بڑہا کر محیط سے نقطہ ف پر ملاؤ تو بموجب دفعہ (۳۳) کے زاویہ ی ا ف قائمہ ہی اس سے معلوم ہوا کہ بموجب دفعہ (۳۵) کے مثلث ی ا ف اور ی د ا متشابہ ہین اسلیئے د ی کو ی ا سے وہ نسبت ہی

جو ی ر کو ہی ی ف سے اسیواسطے

ی د . ی ف = ی ر × ی ر

اور نیز بموجب دفعہ (۶۸) کے

ی د × د ف = ا د × د ب

اس باب مین فقط انہین دو بڑے نتیجو نکا ذکر ہی سارا باب و نہین کے استعمال سے بہرا پڑا ہی ہم آسانی کے لئے ان دونو نتیجو نکو قاعدہ بنا کے لکتے ہین مگر جو شخص ان نتایج کو سمجہہ گیا ہو اوسکو ان قاعدو نکا حفظ کرنا ضرور نہین۔

(۸۰) قوس کا ارتفاع اور نصف قوس کا وتر معلوم ہی دائرہ کا قطر دریافت کرو

قاعدہ۔ وتر نصف قوس کے مربع کو ارتفاع قوس پر تقسیم کرو تو خارج قسمت قطر دائرہ ہوگا۔

(۸۱) مثالین۔

(۱) قوس کا ارتفاع ۴ انچ نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ

$\frac{12 \times 12}{4} = 36$ پس قطر دائرہ ۳۶ انچ ہی

(۲) قوس کا ارتفاع ۱ فٹ ۴ انچ ہی اور نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ ہی۔

$\frac{4 \times 4}{1\frac{1}{3}} = 4 \times 4 \times \frac{3}{4} = 12$ پس قطر ۱۲ فیٹ ہی۔

(۸۲) نصف قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہی قوس کا ارتفاع دریافت کرو۔

قاعدہ۔ وتر نصف قوس کے مربع کو قطر دائرہ پر تقسیم کرو خارج قسمت ارتفاع قوس ہوگا۔

(۸۳) مثالین

(۱) نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہی اور قطر دائرہ کا ۳۶ انچ ہی

$\frac{12 \times 12}{36} = 4$ پس ارتفاع قوس ۴ انچ ہی

(۲) نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ ہی اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہی۔

$\frac{4 \times 4}{12} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ پس ارتفاع قوس $1\frac{1}{3}$ فیٹ ہی۔

(۸۴) ارتفاع قوس اور قطر دائرہ معلوم ہین نصف قوس کا وتر دریافت کرو

قاعدہ - دائرہ کے قطر کو ارتفاع قوس مین ضرب دو حاصل ضرب کا جذر نصف قوس کا وتر ہوگا

(۸۵) مثالین

(۱) قوس کا ارتفاع ۴ انچ ہے اور دائرہ کا قطر ۳۶ انچ ہے۔

۳۶×۴=۱۴۴ اور ۱۴۴ کا جذر ۱۲ پس نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہے۔

(۲) قوس کا ارتفاع $1\frac{1}{3}$ فیٹ ہے اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہے۔

$\frac{4}{3}$×۱۲=۱۶ اور ۱۶ کا جذر ۴ ہے پس نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ ہے۔

(۸۶) وتر قوس اور ارتفاع قوس معلوم ہین دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

قاعدہ نصف وتر کے مربع کو ارتفاع پر تقسیم کرو تو خارج قسمت قطر کا باقی حصہ ہوگا پس خارج قسمت اور ارتفاع معلوم کا مجموعہ قطر ہوگا۔

(۸۷) مثالین

(۱) قوس کا وتر ۸ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ہے

$\frac{4\times4}{2}$=۸ پس قطر کا باقی حصہ ۸ فیٹ ہوا ہے اسیواسطے قطر ۱۰ فیٹ ہے۔

(۲) وتر قوس ۲۱ فیٹ اور ارتفاع قوس ۴ فیٹ۔

$\frac{10.5\times10.5}{4}=\frac{110.25}{4}$ = ۲۷.۵۶۲۵ پس قطر کا باقی حصہ ۲۷.۵۶۲۵ فیٹ ہے۔

اسیواسطے قطر ۳۱.۵۶۲۵ فیٹ ہے

(۸۸) اسباب در باب پنجم مین جو قاعدے بیان ہوئے ہین اونکی استعانت سے مختلف سوالات دفعہ (۸۰) کی شکل سے متعلق ہم حل کرکے نمونہ کے طور پر دکھاتے ہین۔

(۸۹) ارتفاع قوس اور قطر دائرہ معلوم ہین قوس کا وتر دریافت کرو۔

یہان ی د اور ی ن معلوم ہونے سے د ن معلوم ہوگا۔

اسواسطے بموجب دفعہ (۷۰) کے ب د معلوم ہوجائیگا۔

(۹۰) مثالین

(۱) قوس کا ارتفاع ۹ فیٹ اور قطر دائرہ ۲۵ فیٹ ہی۔

یہان ی د = ۹ اور د ف = ۱۶ اسواسطے ا د کا مربع = ۹×۱۶ = ۱۴۴

پس ا د = ۱۲ فیٹ اسواسطے و ب = ۲۴ فیٹ

(۲) قوس کا ارتفاع ۲ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۰ فیٹ ہی۔

یہان ی د = ۲ اور د ف = ۸ اسواسطے ا د کا مربع = ۲×۸ = ۱۶

∴ ا د = ۴ فیٹ اسیواسطے ا ب = ۸ فیٹ

(۹۱) قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہین ارتفاع دریافت کرو۔

یہان قطر معلوم کا نصف ا س اور وتر معلوم کا نصف ا د معلوم ہین۔

اول موافق دفعہ (۶۰) کے س د دریافت کرو اور اوسکو س ی مین سے تفریق کرو تو د ی دریافت ہو جائیگا۔

(۹۲) مثالین

(۱) قوس کا وتر ۲۴ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۲۵ فیٹ ہی۔

یہان ا س = ۱۲½ فیٹ اور ا د = ۱۲ فیٹ

۱۲½ + ۱۲ = ۲۴½ اور ۱۲½ − ۱۲ = ½ اور ۲۴½ × ½ = ۴۹/۴ اور ۴۹/۴ کا جذر ۷/۲ ہی یعنی ۳½ اور

۱۲½ − ۳½ = ۹ ∴ د ی = ۹ فیٹ

(۲) قوس کا وتر ۸ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۰ فیٹ

یہان ا س = ۵ فیٹ اور ا د = ۴ فیٹ

۵ + ۴ = ۹ اور ۵ − ۴ = ۱ اور ۹ کا جذر ۳ ہی اور ۵ − ۳ = ۲

اسیواسطے د ی = ۲ فیٹ

(۹۳) قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہین نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

یہان ا س اور ا د معلوم ہین اول موافق دفعہ (۷۹) کے د ی کو معلوم کرین اور پہر دفعہ ۵۵ یا دفعہ (۸۴) کے موافق ا ی کو دریافت کرین ۔

(۹۴) مثالین

(۱) وتر قوس ۴۸ انچ اور قطر دائرہ ۵۰ انچ ہین ۔

یہان ا س = ۲۵ اور ا د = ۷ پس موافق دفعہ (۶۰) کے س د = ۲۴ حاصل ہوگا اسیواسطے د ی = ۱ انچ بموجب دفعہ (۵۵) کے یا (۸۴) ا ی = ۵۰ کے جذر کے ہی اگر چار مرتبہ کی اعشاریہ تک جذر نکالین تو ا ی = ۷٫۰۷۱۰ حاصل ہوگا پس

نصف قوس کا وتر ۷٫۰۷۱ انچ ہی اگر اعشاریہ سات مرتبہ تک نکالین تو ۷٫۰۷۱۰۶۷۸ حاصل ہونگے

(۲) قوس کا وتر ۵۸ انچ ہی اور دائرہ کا قطر ۲۰۰ انچ

یہان ا س = ۱۰۰ اور ا د = ۲۹ پس دفعہ (۶۰) کے موافق ۹۱۵۹ کا جذر س د ہی پس اعشاریہ کے چار مرتبہ تک عمل کرنے سے س د = ۹۵٫۷۰۲۷ تقریباً حاصل ہوگا ۔

اسیواسطے د ی = ۴٫۲۹۷۳ اب ا ی کا حساب موافق دفعہ (۵۵) کے موافق دفعہ (۸۴) کے کرو اگر ا س اور ا د اور د ی بالکل ٹہیک ٹہیک معلوم ہون تو دونو قاعدونسے ایک ہی نتیجہ حاصل ہوگا لیکن اس صورت مین د ی بالکل ٹہیک ٹہیک نہین معلوم اسلئے دونو قاعدون سے جو دو نتیجے نکلتے ہین اونمین ذرا اختلاف ہوتا ہی دفعہ ۸۴ کا قاعدہ نہایت آسان ہی اور اوسکے موافق ا ی ۸۵۹٫۴۶ کا جذر ہی اسلئے ا ی = ۲۹٫۳۲ تقریباً پس نصف قوس کا وتر تقریباً ۲۹٫۳۲ انچ ہے ۔

(۹۵) نصف قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہین قوس کا وتر دریافت کرو ۔

یہان ا ی اور ی ف معلوم ہین اول ہم دفعہ (۸۲) کے موافق ی و کو پہر بموجب دفعہ (۶۰) کے ا د کو دریافت کرتے ہین ۔

(۹۶) مثالین

(۱) نصف قوس کا وتر ۲۰ انچ ہی اور قطر دائرہ ۳۶ انچ ہی تو

بموجب دفعہ (۸۳) کے ی د = ۴ اور بموجب (۶۰) کے ا د ۱۲۸ کا جذر ہی

اس سے معلوم ہوتا ہی کہ ا د = ۳۱۴ء۱۱ تقریبًا اسیواسطے ا ب = ۶۲۸ء۲۲ تقریبًا پس قوس کا وتر

۶۲۸ء۲۲ انچ ہے تقریبًا

(۲) نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہی

دفعہ (۸۳) کی طرح یہان ی د = ۱⅓ اور دفعہ (۶۰) کے موافق ا د ۱۶ ۱۶/۹ یعنی ۱۲۸/۹ کا جذر ہی

اسیواسطی ا د ۱۲۸ کے جذر کی ⅓ ہی اب اعشاریہ کے تین مرتبہ تک عمل کرنے سے ا د = ۷۷۱ء۳

اور اسیواسطی ا ب = ۵۴۲ء۷ پس وتر قوس تقریبًا ۵۴۲ء۷ فیٹ ہی۔

(۹۷) قوس کا وتر اور نصف قوس کا وتر معلوم ہین قطر دائرہ دریافت کرو

اب یہان ا د اور ا ی معلوم ہین دفعہ (۶۰) کے موافق ی د کو معلوم کرکے ی ف کو موافق دفعہ (۸۰) کے دریافت کرو

(۹۸) مثالین۔

(۱) قوس کا وتر ۴۸ انچ ہی اور نصف قوس کا وتر ۲۶ انچ ہی پس

یہان ا د = ۲۴ اور ا ی = ۲۶ پس دفعہ (۶۰) کے موافق ی د = ۱۰ حاصل ہوتا ہی

اب موافق دفعہ (۸۰) کے ا ی = $\frac{۲۶ \times ۲۶}{۱۰}$ = ۶ء۶۷

پس دائرہ کا قطر ۶ء۶۷ ہی۔

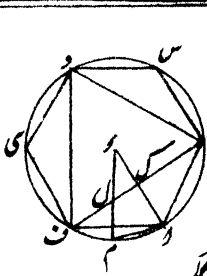
(۲) قوس کا وتر ۲۰ انچ ہی اور نصف قوس کا وتر ۵ء۱۰ انچ ہی۔

یہان ا د = ۱۰ اور ا ی = ۵ء۱۰ پس موافق دفعہ (۶۰) کے ی د ۲۵ء۱۰ کا جذر ہی اعشاریہ کے چار مرتبہ نکالو

تو ی د = ۲۰۱۵ء۳ کے حاصل ہوگا اور بموجب دفعہ (۸۰) کے ی ف = $\frac{۵ء۱۰ \times ۵ء۱۰}{۲۰۱۵ء۳}$

اس سے معلوم ہوتا ہی کہ ی ف = ۳۴۳ء۳۷ تقریبًا

پس قطر دائرہ ۳۴۳ء۳۷ انچ تقریبًا ہی۔

(۹۹) بطور مشق کے ہم شاشت متساوی الاضلاع و مربع و مسدس و ذو الاضلاع اور بارہ ضلعی کی کثیر الاضلاع منتظم کو دائرہ مین بنا کر انکے اضلاع کا حساب کرینگے

ایک دائرہ کہیچو اگر نصف قطر کے برابر متواتر ا ب اور ب س اور س د... وتر کہیچین تو ایسے چہہ وتر برابر دائرہ کے کل محیط مین سمائینگے یا اوسکو یون بیان کرو کہ اگر دائرہ کے اندر مسدس منتظم بنائین تو اوسکا ضلع نصف قطر دائرہ کی برابر ہوگا

خطوط مستقیم ف ب اور ب د اور د ف کہیچین تو مثلث متساوی الاضلاع بنجائیگا۔

فرض کرو کہ دائرہ کا نصف قطر ایک انچ ہی اور ف ب کا معلوم کرنا منظور ہے۔ یہ دفعہ (۹۵) کی ایک مثال ہی

فرض کرو کہ دائرہ کا مرکز و ہی و ا کہیچو کہ ب ف کو نقطہ ک پر قطع کرے

ہمکو معلوم ہی کہ ا ک = ½ پس ¾ کا جذر ہی یعنی جذر ۳ کا ½ اسیواسطے ب ف ۳ کا جذر ہی اگر اعشاریہ کے سات مرتبہ تک عمل کرین تو ب ف = ۱٫۷۳۲۰۵۰۸ انچ حاصل ہوگا

اب پہر فرض کرو کہ و ل عمود ا ف پر ہی اور اوس عمود کو بڑہا کر محیط سے نقطہ م پر ملاؤ اور ا م و ل کرو تو ا م اوس بارہ ضلع کی شکل کا ضلع ہوگا جو دائرہ مین بنائی جاسے ا م کا حساب دفعہ (۹۳) کے موافق کر سکتے ہین۔

ا ل = ½ اور و ا = ۱ پس و ل = ½ جذر ۳ کے = ۰٫۸۶۶۰۲۵۴

اسیواسطے ل م = ۰٫۱۳۳۹۷۴۶ پس ا م² = ۰٫۲۶۷۹۴۹۲ کا جذر یعنی ۰٫۵۱۷۶۴ تقریبًا ہے پس جو بارہ ضلعے کی شکل دائرہ کے اندر بنائی جاسے اوسکا ضلع ۰٫۵۱۷۶۴ انچ تقریبًا ہی

ساتوین فصل کی مثالین

(۱) ارتفاع ۱۵ انچ ہی اور وتر نصف قوس ۴ فیٹ ۲ انچ ہے قطر دریافت کرو

(۲) ارتفاع قوس ۲٫۲۸ فیٹ ہی اور نصف قوس کا وتر ۱۰٫۵ فیٹ ہی قطر دریافت کرو

(۳) نصف قوس کا وتر ۲ فیٹ ۴ انچ ہی اور قطر دائرہ ۲۵ فیٹ ہی ارتفاع قوس دریافت کرو

(۴) ایک نصف قوس کا نصف وتر ۲٫۴۶ فیٹ ہی اور دائرہ کا قطر ۶۵٫۳۲ فیٹ ہی قوس کا ارتفاع دریافت کرو

(۵) قوس کا ارتفاع ۱فٹ ۳انچ اور قطر دائرہ ۱۱فیٹ ۴انچ ہی نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

(۶) ارتفاع قوس ۴۲ء۲۴ فیٹ ہی اور قطر دائرہ ۱۶۸ء۶۸ فیٹ ہی نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

(۷) قوس کا وتر ۲۰فیٹ اور ارتفاع قوس ۴فیٹ قطر دائرہ دریافت کرو۔

(۸) قوس کا وتر ۸۷ء۱۵فیٹ اور ارتفاع قوس ۸ء۲فیٹ دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

(۹) وتر قوس ۱۵انچ ہی اور قطر دائرہ ۲۰انچ نصف قوس کا وتر دریافت کرو

(۱۰) قوس کا وتر ۸۰انچ ہی اور قطر دائرہ ۱۰۰انچ نصف قوس کا وتر دریافت کرو

(۱۱) نصف قوس کا وتر ۲فیٹ ۶انچ ہی اور قطر دائرہ ۴فیٹ ۲انچ ہی وتر قوس دریافت کرو

(۱۲) نصف قوس کا وتر ۴۷ء۴فیٹ اور قطر دائرہ ۱۶فیٹ وتر قوس دریافت کرو

(۱۳) قوس کا وتر ۲۱گز اور نصف قوس کا وتر ۱۹فیٹ ۶انچ قطر دائرہ دریافت کرو

(۱۴) قوس کا وتر ۴۹فیٹ اور نصف قوس کا وتر ۲۵فیٹ قطر دائرہ دریافت کرو

آٹھوین فصل محیط دائرہ

(۱۰۰) دائرہ کے قطر اور محیط کے طولون کی نسبت دریافت کرنیکی اکثر ضرورت پڑتی ہی گو یہ نسبت بالکل صحیح صحیح بیان نہ ہوسکے مگر پہر بہی وہ ایسی صحت کے ساتہہ دریافت ہوسکتی ہی کہ مطالب عملی کی کارروائی مین کچہہ خلل نہین عائد ہوتا۔

(۱۰۱) قطر دائرہ معلوم ہی محیط دائرہ دریافت کرو

قاعدہ قطر کو ۳$\frac{1}{7}$ یعنی $\frac{22}{7}$ مین ضرب دو یا یون قاعدہ کو بیان کرو کہ قطر کو ۲۲ مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۷ پر تقسیم کرو تو حاصل محیط ہوگا۔

(۱۰۲) مثالین

(۱) قطر دائرہ ۴فیٹ ۸انچ ہی۔

۴فیٹ ۸انچ = ۵۶انچ $۵۶ \times \frac{۲۲}{۷} = ۸ \times ۲۲ = ۱۷۶$

پس محیط تقریباً ۱۷۶انچ ہی یعنی ۱۴فیٹ ۸انچ کے قریب قریب

(۲) دائرہ کا قطر ۴٫۲۵۶ فیٹ

```
  ۴٫۲۵۶
     ۲۲
 ──────
   ۸۵۱۲
  ۸۵۱۲
 ──────
۷) ۹۳٫۶۳۲
 ──────
  ۱۳٫۳۷۶
```

پس محیط دائرہ ۱۳٫۳۷۶ فیٹ ہے

(۱۰۳) دفعہ ۱۰۱ مین جو قاعدہ بیان ہوا اوس سے محیط جتنا نکلنا چاہیئے اوس سے ذرا بڑا نکلتا ہے محیط دائرہ درحقیقت قطر کے ۳ ۱/۷ گنے سے کم ہے لیکن ۳ ۱۰/۷۱ گنے سے بڑا ہے اکثر ۳ ۱/۷ مین ضرب دینے کا قاعدہ عملاً صحیح ہے۔

(۱۰۴) اگر ہم چاہین تو دفعہ ۱۰۱ کے قاعدہ کو تناسب کی صورت مین اسطرح رکھہ سکتے ہین کہ ۷ کو ۲۲ سے وہ نسبت ہے جو قطر دائرہ کو محیط دائرہ سے نسبت ہے۔

(۱۰۵) اور اس سے بھی زیادہ صحیح تناسب ہے کہ ۱۱۳ کو ۳۵۵ سے وہ نسبت ہے جو قطر کو محیط دائرہ سے نسبت ہے اس قاعدہ سے بھی محیط جتنا ہونا چاہیئے اوس سے ذرا زیادہ نکلتا ہے مگر یہ غلطی ایسی کم ہوتی ہے کہ اس حساب سے ۱۹ سو میل کے اندر ایک فٹ سے بھی کم غلطی پڑتی ہے ایسے بڑے حساب مین ایسی چھوٹی غلطی کو کالعدم جانتے ہین۔

(۱۰۶) اس تناسب کو اس صورت مین بدل لیتے ہین یعنی کہ قطر دائرہ کو محیط دائرہ سے وہ نسبت ہے جو ۱ کو نسبت ہے ۳٫۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۹۷۹۳ سے اس تناسب کا حساب ۶۰۰ مرتبہ کی اعشاریہ تک کیا گیا ہے لیکن ان ہندسوں مین سے جتنے ہم چاہین استعمال مین لا سکتے ہین اکثر ۳٫۱۴۱۶ کے استعمال کو صحت عملی کے لئے کافی سمجھتے ہین اکثر کتب ریاضیہ مین ا۔ت۔ع۔د۔ ۳٫۱۴۱۵۹۲۶۵ کو حرف π سے تعبیر کرتے ہین۔

(۱۰۷) اوپر کے بیان سے ظاہر ہے کہ جب قطر معلوم ہو تو محیط دریافت کرنیکا قاعدہ اسطرح بیان ہو سکتا ہے کہ قطر کو ۲۲/۷ مین ضرب دو اور اگر زیادہ تر صحت جواب مین منظور نظر ہو تو قطر کو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو دوسرے قاعدہ سے بھی محیط جتنا ہونا چاہیئے اوس سے کچھ زیادہ نکلتا ہے مگر غلطی اسمین ۱/۱۰۰۰۰ حصے محیط سے زیادہ تر نہو گی اس طرح سے غلطی ۵ میل مین ایک فٹ سے کم واقع ہو گی۔

(۱۰۸) جب ہم کہتے ہین کہ قطر کو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو تو اوسکو اسطرح بہی کہہ سکتے ہین کہ ۳٫۱۴۱۶ کو قطر مین ضرب دو اور یہی کیفیت اون سب قاعدون مین ہے جہان ضرب اعداد کا بیان ہوا ہی۔

(۱۰۹) مثالین

(۱) قطر دائرہ ۴۲٫۷ انچ ہی

۳٫۱۴۱۶
۴۲٫۷
۲۱۹۹۱۲
۶۲۸۳۲
۱۲۵۶۶۴
۱۳۴٫۱۴۶۳۲

پس محیط تقریبًا ۱۳۴٫۱۴۶۳۲ انچ ہے

(۲) دائرہ کا قطر ۸۰۰۰ میل ہے

۳٫۱۴۱۶
۸۰۰۰
۲۵۱۳۲٫۸۰۰۰

پس محیط تقریبًا ۲۵۱۳۲٫۸ میل ہے

(۱۱۰) طالب علم کو چاہئی کہ وہ خود دائرہ کا محیط اور قطر پیمایش کرے مثلًا ایک پیمانے اور اوسکے محیط اور قطر کو ناپ کر اس نسبت کو دیکہو اگرچہ نتیجے بالکل صحیح اوسکو حاصل نہین ہونگے مگر پہر بہی اوسکو دل مین یقین ہوجائیگا کہ محیط ۳⅐ گنا قطر سے تقریبًا ہوتا ہی۔

(۱۱۱) محیط دائرہ معلوم ہی قطر دائرہ دریافت کرو

قاعدہ محیط دائرہ کو ۳⅐ پر تقسیم کرو یعنی ²²⁄₇ پر یا اوس قاعدہ کو یون بیان کرو کہ محیط کو ۷ مین ضرب دو اور حاصلضرب کو ۲۲ پر تقسیم کرو اور اگر زیادہ صحت سے جواب نکالنا منظور ہو تو محیط دائرہ کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو

(۱۱۲) مثالین

محیط دائرہ ۵۰ فیٹ ہی

۵ :
۷
۲ | ۳ ۵ ۰
۱۱ | ۱ ۷ ۵
۱۵ ٫ ۹

پس قطر ۹٫۱۵ فیٹ تقریباً ہی

(۲) محیط دائرہ ۳۶۰ فیٹ ہی

۳٫۱۴۱۶) ۳۶۰٫۰۰۰۰۰ (۱۱۴٫۵۹
۳۱۴۱۶
۴۵۸۴۰
۳۱۴۱۶
۱۴۴۲۴۰
۱۲۵۶۶۴
۱۸۵۷۶۰
۱۵۷۰۸۰
۲۸۶۸۰۰
۲۸۲۷۴۴
۴۰۵۶

پس قطر ۱۱۴٫۵۹ فیٹ ہی

(۱۱۳) اب ہم چند سوالات جو اس قاعدہ پر موقوف ہین حل کرینگے

(۱) اگر ایک پہیہ ایک میل چلنے مین ۱۰۰۰ دفعہ چکر لگائے تو بتاؤ اوسکا قطر کیا ہے
یہان ۱۰۰۰ اگنا پہیہ کا برابر ۱۷۶۰ گز کے ہی پس محیط ۱٫۷۶ گز ہے
تو بموجب دفعہ (۱۱۱) کے قطر $\frac{7}{22}$ × ۱٫۷۶ گز یعنی ۰٫۰۸ × ۷ گز یعنی ۰٫۵۶ گز ہے۔

(۲) فرض کرو کہ زمین کا فاصلہ آفتاب سے ۹۵۰۰۰۰۰۰ میل ہی اور آفتاب کے گرد ۳۶۵$\frac{1}{4}$ دن مین ایک دائرہ مین زمین حرکت کرتی ہی تو بتاؤ ایک منٹ مین کتنے میل زمین چلتی ہی جو دائرہ زمین بناتی ہی اوسکا محیط ۲ × ۹۵۰۰۰۰۰۰ × ۳٫۱۴۱۶ میل یعنی قریب ۵۹۶۹۰۴۰۰۰ میل کے ہی اور ۳۶۵$\frac{1}{4}$ دن مین ۵۲۵۹۶۰ منٹ ہین پس میلون کی تعداد کو منٹونکی تعداد پر تقسیم کرو تو ۱۱۳۵ میل تقریباً حاصل ہونگے۔

آٹھوین فصل کی مثالین

(۱) محیط دائرہ کو ۳$\frac{1}{7}$ گنا قطر سے فرض کرکے ان قطرونسے دائرہ کے محیطونکو دریافت کرو

(۱) ۱۴ فیٹ (۲) ۸۶ گز ۱ فٹ

(۳) ۲۱۳ گز ۲ فیٹ ۸ انچ (۴) ۱ فرلنگ ۷۰ گز

محیط دائرہ کو ۳،۱۴۱۶ گنا قطر سے فرض کرکے ان معلوم قطروں سے دائرونکے محیط دریافت کرو

(۵) ۲۷ فیٹ (۶) ۱۱ گز ۲ فیٹ

(۷) ۵۵ گز ۱ فٹ ۶ انچ (۸) ایک فرلنگ ۸ گز

محیط دائرہ کو ۳ ۱/۷ گنا قطر سے فرض کرکے ان محیطوں سے دائرونکے قطر یافت کرو۔

(۹) ۲۲ گز (۱۰) ۱۰ جریب (۱۱) ۳ فرلنگ ۴ جریب (۱۲) ۱ میل

محیط دائرہ کو ۳،۱۴۱۶ گنا قطر سے فرض کرکے ان معلوم محیطونکے دائرونکے قطر دریافت کرو۔

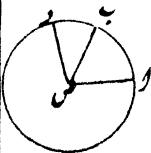
(۱۳) ۱ فٹ (۱۴) ۲۵ فیٹ (۱۵) ۱۰۸ گز ۱ فٹ (۱۶) ۱ فرلنگ

(۱۷) فرض کرو کہ ۸۸ دن مین آفتاب کے گرد ایک دائرہ مین عطارد حرکت کرتا ہی جسکا نصف قطر ......۳۰ میل ہی تو بتاؤ کتنے میل ایک سکنڈ مین عطارد جاتا ہی۔

(۱۸) ایک گاڑی کے پہیہ کا قطر ۲۸ انچ ہی تو بتاؤ نصف میل چلنے مین کتنے وہ چکر کریگا۔

(۱۹) ایک گول روش کے گرد سڑک بنی ہوئی ہی اوسکا محیط بیرونی ۱۰۰۰ فیٹ ہی اور محیط اندرونی ۸۰۴ فیٹ ہی اوسکا عرض دریافت کرو۔

(۲۰) ایک دائرہ کے قطر اور محیط مین فرق ۱۰ فیٹ ہی قطر دائرہ دریافت کرو۔

نوین فصل قوس دائرہ

(۱۴۱) فرض کرو کہ دائرہ کا مرکز س ہی اور دائرہ کی کوئی قوس ا ب ہی اور ا د یہ محیط ہی ا ب کے طول کو ا د کے طول سے وہ نسبت ہی جو کہ زاویہ ا س ب کو نسبت ہی زاویہ ا س د سے یعنی جو نسبت زاویہ ا س ب کو ہی زاویہ قائمہ سے اسواسطے ا ب کے طول کو کل محیط سی وہ نسبت ہی جو کہ زاویہ ا س ب کو ہی چار قائموں سے

(۱۴۲) زاویونکو اکثر درجون مین بیان کرتے ہین ۹۰ درجون سے ایک زاویہ قائمہ بنتا ہے

اسلئے ۳۶۰ درجون مین چار قائمے پیدا ہوتے ہین اور ایک درجہ ۶۰ دقیقون مین اور دقیقہ ۶۰ ثانیون مین تقسیم ہوتا ہی۔ دقیقہ اور منٹ کے ایک معنی ہین اور ثانیہ اور سکنڈ ایک ہی چیز ہین
(۱۱۶) درجہ اور دقیقہ اور ثانیہ کے واسطے اختصاراً رموز ° ′ ″ مقرر کیئے ہین
مثلاً ۹ درجے ۲۳ دقیقے ۴۷ ثانئے لکہنے ہون تو اسطرح لکہینگے کہ ۹° ۲۳′ ۴۷″
(۱۱۷) دائرہ کے مرکز پر جو کسی قوس کی محاذی زاویہ واقع ہو اوسکے درجون کی تعداد معلوم ہی۔ قوس کا طول دریافت کرو۔
قاعدہ ۳۶۰ کو درجون کی تعداد معلوم سے وہ نسبت ہوگی جو محیط دائرہ کو نسبت ہے قوس کے طول سے
(۱۱۸) مثالین۔
(۱) دائرہ کا محیط ۴۸ انچ ہی اور مرکز پر محاذی قوس کے زاویہ ۵۴ درجہ کا ہی قوس کا طول دریافت کرو
۳۶۰ : ۵۴ :: ۴۸ : طول مطلوب

$$\frac{48\times54}{360} = \frac{4\times54}{30} = \frac{4\times18}{10} = 7.2$$

پس قوس کا طول ۷،۲ انچ ہی
(۲) دائرہ کا محیط ۲۵۰۰۰ میل اور مرکز پر قوس کے محاذی زاویہ ایک درجہ کا ہی قوس کا طول دریافت کرو
۳۶۰ : ۱ :: ۲۵۰۰۰ : طول مطلوب

```
۳۶)۲۵۰۰۰(۶۹،۴
   ۲۱۶
   ───
    ۳۴۰
    ۳۲۴
    ───
     ۱۶۰
     ۱۴۴
     ───
      ۱۶
```

قوس طول ۶۹،۴ میل ہے
(۱۱۹) قوس کا طول معلوم ہی جو زاویہ مرکز پر اوسکے محاذی واقع ہو اوسکے درجون کی تعداد دریافت کرو
قاعدہ محیط دائرہ کو طول قوس سے وہ نسبت ہی جو ۳۶۰ کو زاویہ مطلوب کے درجون کی تعداد سے
(۱۲۰) مثالین۔

(۱) محیط دائرہ ۵۰ فیٹ اور طول قوس ۸ فیٹ

۵۰ : ۸ :: ۳۶۰ : تعداد درجات مطلوب

$$\frac{۳۶۰\times۸}{۵۰} = \frac{۲۸۸}{۵} = ۵۷\frac{۳}{۵}$$

پس ۵۷ ۳/۵ درجوں کا زاویہ ہے۔

(۲) محیط دائرہ ۲۵۰۰۰ میل اور قوس ۷۵۰ میل

۲۵۰۰۰ : ۷۵۰ :: ۳۶۰ : تعداد درجات مطلوب

$$\frac{۳۶۰\times۷۵۰}{۲۵۰۰۰} = \frac{۳۶\times۷۵}{۲۵۰} = \frac{۳۶\times۳}{۱۰} = ۱۰٫۸$$

پس ۱۰٫۸ درجہ کا زاویہ ہے۔

(۱۲۱) قوس کا وتر اور نصف قوس کا بھی وتر معلوم ہیں قوس کا طول دریافت کرو

قاعدہ وتر نصف قوس کے آٹھ گنی سے کل قوس کا وتر تفریق کرو اور حاصل تفریق کو ۳ پر تقسیم کرو

یہ قاعدہ بالکل ٹھیک نہیں وسی قوس کا طول جتنا ہونا چاہئے اوس سے کچھ کم دریافت ہوتا ہے اگر مرکز پر قوس کے سامنے زاویہ ۴۵ درجہ کا ہو تو بقدر $\frac{۱}{۲۰۰۰۰}$ طول قوس کی غلطی واقع ہوگی جتنا زاویہ بڑھتا گھٹتا جائیگا غلطی بھی اوتنی بڑھتی گھٹتی جائیگی۔

(۱۲۲) مثالیں

(۱) وتر قوس ۱۴ انچ اور نصف قطر دائرہ ۲۵ انچ ہے

بموجب دفعہ (۹۶) کے نصف قوس کا وتر ۷٫۰۷۱۰۶۷۸ انچ ہے

$$\begin{array}{r} ۷٫۰۷۱۰۶۷۸ \\ ۸ \\ \hline ۵۶٫۵۶۸۵۴۲۴ \\ ۱۴ \\ \hline ۳\ )\ ۴۲٫۵۶۸۵۴۲۴ \\ \hline ۱۴٫۱۸۹۵۱۴۱ \end{array}$$

پس قوس کا طول ۱۴٫۱۸۹۵۱۴۱ انچ ہے

(۲) وتر قوس ۵۸ انچ ہی اور نصف قطر دائرہ ۱۰۰ انچ ہی
بموجب دفعہ (۵۴) کے نصف قوس کا وتر ۲۹،۳۲ انچ ہی

$$\begin{array}{r} ۲۹،۳۲ \\ ۸ \\ \hline ۲۳۴،۵۶ \\ ۵۸ \\ \hline ۳ \,|\, ۱۷۶،۵۶ \\ \hline ۵۸،۸۵ \end{array}$$

پس قوس کا طول ۵۸،۸۵ انچ ہے

(۱۲۳) دفعہ (۱۲۱) قاعدے کے استعمال سے جس غلطی ہونیکا ہمنے بیان کیا ہے وہ جتنی قوس چھوٹی ہوگی اوتنی ہی غلطی بہ نسبت بڑی قوس کے غلطی کے کم ہوگی اسواسطے بعض صورتونمین اس امر کی ضرورت ہوگی کہ بجاے کل قوس کے طول کے نصف قوس کے طول کا حساب بموجب قاعدے کے اسطرح کرین کہ ایک چوتھائی قوس کے وتر کو آٹھہ گنا کرکے اوسمین سے نصف قوس کا وتر تفریق کرین اور حاصل تفریق کو دو مین ضرب دین اور حاصل ضرب کو ۳ پر تقسیم کرین۔

(۱۲۴) دفعہ (۱۲۱) مین جو قاعدہ قوس کے طول دریافت کرنیکا لکھا ہی اوس سے زیادہ صحیح قاعدہ یہ ہی مگر اوسکو وہان برتنا چاہیئے جہان زیادہ تر صحت منظور ہو۔

قاعدہ چوتھائی قوس کے وتر کو ۲۵۶ گنا کرو اور ماحصل پر وتر قوس زیادہ کرو اور نصف قوس کے وتر کو چالیس گنا کرکے تفریق کرو اور حاصل تفریق کو ۴۵ پر تقسیم کرو

اس قاعدے سے قوس کا طول جتنا ہونا چاہیئے اوس سے ذرا زیادہ نکلتا ہی اگر دائرہ کے مرکز پر ۴۰ درجہ کا زاویہ ہو تو اوسکے سامنے کی قوس کے طول مین غلطی کم ۱/۸۰۰۰۰۰۰ حصہ قوس سے واقع ہوگی جتنا زاویہ بڑہیگا اوتنی غلطی بڑہی ہوگی اور جتنا زاویہ گھٹیگا اوتنی ہی غلطی گھٹے گی۔

(۱۲۵) اب ہم بعض مثالین مشق کے لئے حل کرتے ہین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی تو کل ۶۰ درجہ کی قطاع کا مجموعہ اضلاع دریافت کرو

چونکہ قطر ایک فٹ ہی تو محیط دائرہ ۲ × ۳،۱۴۱۶ یعنی ۶،۲۸۳۲ ہی

۳۶۰ : ۶۰ :: ۶،۲۸۳۲ : طول قوس

پس قوس کا طول ۲۲۰۴۷۲ء۱۰ ہی اور دو نصف قطر دنکا طول جو ۲ فیٹ ہی زیادہ کرو تو کل مجموعہ اضلاع ۲۲۰۴۷۲ء۳۰ فیٹ ہی۔

(۲) ۶۰ درجہ کی قطاع کا کل مجموعہ اضلاع ۲۰ فیٹ ہی نصف قطر دریافت کرو۔

مثال گذشتہ کے نتیجہ کو استعمال مین لاؤ تو یہ تناسب حاصل ہوگا۔

۳۰۴۷۲ء۳ : ۲۰ :: ۱ : نصف قطر مطلوب۔

اس سے معلوم ہوا کہ نصف قطر مطلوب = $\frac{۲۰}{۳۰۴۷۲ء۳}$ فیٹ = ۵۶۳۴ء۶ فیٹ تقریبًا

فصل نہم کی مثالین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہی اور مرکز پر قوس کے سامنے زاویہ ۲۲° ہی تو قوس کا طول دریافت کرو

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۹ فیٹ ۱ انچ ہی اور مرکز پر قوس کے سامنے زاویہ ۱۰° ۴۴′ ہی قوس کا طول دریافت کرو

(۳) دائرہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ہی اور قوس کا طول ۵ انچ ہی تو زاویہ جو اوسکے سامنے مرکز پر ہو اوسے دریافت کرو

(۴) دائرہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہی اور قوس کا طول برابر نصف قطر کی ہی تو قوس کے سامنے جو زاویہ مرکز پر ہو اوسے دریافت کرو

(۵) ایک قوس کا طول ۳۰ انچ ہی اور نصف قوس کا وتر ۹ انچ قوس کو دریافت کرو۔

(۶) قوس کا وتر ۶ء۵ انچ ہی اور دائرہ کا نصف قطر ۷ء۱۹ انچ ہی قوس دریافت کرو۔

(۷) قوس کا وتر ۷ انچ ہی اور دائرہ کا نصف قطر ۹ انچ ہے قوس کو دریافت کرو۔

(۸) دائرہ کا نصف قطر ۵ انچ ہی تو ۹۰° کے قطاع کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو

(۹) دائرہ کا نصف قطر ۱۶ انچ ہی اوس قطع کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو کہ جسکے قوس کے سامنے زاویہ مرکز پر ۹۰° ہی۔

(۱۰) دائرہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہی نصف دائرہ کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو۔

(۱۱) نصف دائرہ کا مجموعہ اضلاع ۱۰۰ فیٹ ہی نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۲) دائرہ کا نصف قطر ۲ء۵ انچ ہے اور زاویہ مرکز پر ۳۲° و ۱۳′ و ۲۴″ ہے اوسکے سامنے کی قوس کا طول دریافت کرو۔

تیسرا باب رقبون کے بیان مین

دسوین فصل مربع یا سطح پیمانون کی جدول

(۱۲۶) رقبونکے پیمانونکی جدول جسکو اکثر سطح یا مربع پیمانونکی جدول کہتے ہین یہان لکھی جاتی ہی طلبا کی لئے مناسب ہے

۱۴۴ مربع انچ سے ایک مربع فٹ بنتا ہی

۹ مربع فیٹ سے ایک مربع گز بنتا ہی

۳۶ مربع گز سے ایک مربع فیدم بنتا ہے

۲۷۲¼ مربع فیٹ سے یعنے ۳۰¼ مربع گز سے ایک مربع پول یا روڈ بنتا ہی

۱۶۰۰ مربع پول سے ایک مربع فرلانگ بنتا ہی

۶۴ مربع فرلانگ کا ایک مربع میل ہوتا ہی

اس سے یہ جدول مرتب ہوتی ہے

مربع انچ	مربع فیٹ	مربع گز	مربع روڈ	مربع فرلانگ	مربع میل
۱۴۴	۱				
۱۲۹۶	۹	۱			
۳۹۲۰۴	۲۷۲¼	۳۰¼	۱		
۶۲۷۲۶۴۰۰	۴۳۵۶۰۰	۴۸۴۰۰	۱۶۰۰	۱	
۴۰۱۴۴۸۹۶۰۰	۲۷۸۷۸۴۰۰	۳۰۹۷۶۰۰	۱۰۲۴۰۰	۶۴	۱

(۱۲۷) یہ اصطلاحات بھی رقبون کے بتلانے مین کام آتے ہین کڑی کا مربع جریب کا مربع روڈ ایکر بسوہ بسوانسی کچوانسی وغیرہما

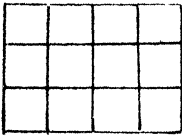
ایک مربع جریب مین ۲۲×۲۲ یعنی ۴۸۴ مربع گز ہوتے ہین ایک روڈ ۴۰ پول کا یعنی ۱۲۱۰ مربع گز ہوتا ہے

اور ایک ایکر ۴ روڈ کا ہوتا ہی یعنے ۴۸۴۰ مربع گز کا پس ایک ایکر ۱۰ جریب کا مربع ہوتا ہے

ایک مربع جریب مین ۱۰۰×۱۰۰ یعنے ۱۰۰۰۰ مربع کڑی ہوتے ہین اسلئے ایک ایکر مین ۱۰۰۰۰۰ مربع کڑی ہوتی ہین۔ ایک ہندوستانی جریب کا مربع بگھہ کہلاتا ہے۔

ایک بگہ مین ۲۰ بسوا اور بسوہ مین ۲۰ بسوانسی اور بسوانسی مین ۲۰ کچوانسی ہوتے ہین-

گیارہوین فصل سطح قائم الزاویہ یعنی مستطیل

(۱۲۸) فرض کرو کہ ایک قائم الزاویہ ۴ انچ اور ۳ انچ چوڑی ہی ایک ایک انچ کے فاصلہ سے خطوط مستقیم متوازی الاضلاع کی کہیچو تو قائم الزاویہ بارہ برابر شکلون مین منقسم ہوگی اور اونمین سے ہر ایک مربع ہی جو ایک انچ لنبا اور ایک انچ چوڑا ہی

تو قائم الزاویہ مین ۱۲ مربع انچ ہین اور اونکو اسطرح بیان کیا کرتے ہین کہ قائم الزاویہ کا رقبہ ۱۲ مربع انچ ہی-

۱۲ اعداد ۴ اور ۳ کا حاصل ضرب ہے جنسے کہ قائم الزاویہ کا طول اور عرض تعبیر ہوتا ہی

(۱۲۹) اگر ایک قائم الزاویہ ۸ انچ لنبی اور ۵ انچ چوڑی ہو تو ہم اوپر کیطرح دکہا سکتے ہین کہ اوسکا رقبہ ۸ گنا ۵ مربع انچ کا یعنے ۴۰ مربع انچ ہے اور اسیطرح اگر قائم الزاویہ ۹ انچ لنبا اور ۷ انچ چوڑا ہو تو اوسکا رقبہ ۹ گنا ۷ مربع انچ کا ہی یعنے ۶۳ مربع انچ ہے اور علی ہذا القیاس

(۱۳۰) اسیطرح اگر ایک قائم الزاویہ ۴ فیٹ لنبی اور ۳ فیٹ چوڑی ہو تو رقبہ اوسکا ۱۲ مربع فیٹ ہوگا یعنی قائم الزاویہ ۱۲ برابر شکلونمین منقسم ہوگی جنمین سے ہر ایک ایک فٹ لنبی اور ایک فٹ چوڑی ہوگی اگر ایک قائم الزاویہ ۴ گز لنبی اور ۳ گز چوڑی ہو تو اوسکا رقبہ ۱۲ مربع گز ہوگا

اور علی ہذا القیاس

(۱۳۱) مبتدیونکو بڑی غور سے اس باتکو دیکھنا چاہئے کہ رقبے کسطرح ناپے جاتے ہین جتنی چیزین مساحت کی قابلیت رکہتی ہین اون سب مین ایک اصول مساحت بالعموم مستعمل ہوتا ہی- مثلاً جب ہم طول ناپتے ہین تو ضرور کسی طول کو ایک پیمانہ معین ٹہراتے ہین خواہ وہ ایک انچ ہو خواہ ایک فٹ اور اس پیمانہ ہی سے اور طولون کو اندازہ بتلاتے ہین پس جب یہ کہتے ہین کہ ایک خط کا طول ۶ انچ ہی تو اوس سے یہ مراد ہوتی ہی کہ خط ہمارے پیمانہ معین ایک انچ سے ۶ گنا ہی اسیطرح جب ہم رقبے ناپتے ہین تو کسی رقبہ کو ضرور ایک پیمانہ معین مقرر کرتے ہین اوسی پیمانہ سے مقابلہ کرکے

اور رقبونکا اندازہ بتلاتے ہین۔ رقبونکے اندازہ بتلانیکے واسطے مربع کو پیمانہ مقرر کرتے ہین اسمین بڑہی آسانی ہوتی ہی اور یہ پیمانہ کا مربع خواہ ایک مربع انچ ہو خواہ ایک مربع فٹ ہو یا مربع کڑی وغیرہ

(۱۳۲) کسی قائم الزاویہ کے رقبہ کی دریافت کرنیکے لئے ضرور ہی کہ ہم طول اور عرض کو ایک جنس کے پیمانہ مین بیان کرین پس جو اعداد طول اور عرض کو تعبیر کرینگے اونکا حاصل ضرب رقبہ کو تعبیر کریگا۔

اگر طول اور عرض دونو انچونمین تعبیر ہون تو رقبہ انچ مربعونمین بیان ہوگا اور اگر طول اور عرض دونو فٹونمین تعبیر ہون تو رقبہ مربع فٹون مین تعبیر ہوگا اور علی ہذا القیاس

(۱۳۳) اب طالب علم کی سمجہ مین آگیا ہوگا کہ شکلونکے رقبونکا کسطرح حساب کرتے ہین اور قاعدونکو کسطرح صحت کے ساتہہ استعمال مین لاتے ہین۔ قواعد کو اختصار کے ساتہہ ہم بیان کرینگے اگر طالب علم اوپر کے بیانات کو سمجہہ گیا ہوگا تو اوسکو آگے سمجہنے مین دقت نہین واقع ہوگی

(۱۳۴) قائم الزاویہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ طول کو عرض مین ضرب دو حاصلضرب رقبہ ہوگا۔

بعض اوقات عرض اور طول کی جگہہ قاعدہ اور ارتفاع کو بیان کیا کرتے ہین کہ قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو

(۱۳۵) مثالین۔

(۱) ایک قائم الزاویہ کا طول ۳ فیٹ ۴ انچ اور عرض ۲ فیٹ ۶ انچ ہی۔

۳ فیٹ ۴ انچ = ۴۰ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ = ۳۰ انچ

۴۰ × ۳۰ = ۱۲۰۰

رقبہ ۱۲۰۰ مربع انچ ہی

یا اسطرح کہ ۳ فٹ ۴ انچ = $3\frac{1}{3}$ فیٹ اور ۲ فیٹ ۶ انچ = $2\frac{1}{2}$ فیٹ

$3\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{2} = \frac{10}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$

پس رقبہ $8\frac{1}{3}$ مربع فیٹ ہی

(۲) قائم الزاویہ کا طول نصف میل ہی اور عرض ۲۲۰ گز ہی

نصف میل = ۸۸۰ گز اور ۸۸۰×۲۲۰ = ۱۹۳۶۰۰

پس رقبہ ۱۹۳۶۰۰ مربع گز ہے

یا اسطرح ۲۲۰ گز = $\frac{1}{8}$ میل اور $\frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$

پس رقبہ $\frac{1}{16}$ مربع میل ہے۔

(۱۳۶) اگر ہمکو قائم الزاویہ کا رقبہ معلوم ہو اور اوسکا طول بھی ہم جانتے ہون تو عرض اس طرح دریافت کرسکتے ہین کہ رقبہ کو جو عدد تعبیر کرتا ہی اوسکو اوس عدد پر کہ طول کو تعبیر کرتا ہی تقسیم کرین اور اسیطرح اگر کسی قائم الزاویہ کا رقبہ اور عرض معلوم ہو تو طول دریافت ہوسکتا ہی مگر اس تقسیم مین ہمکو رقبہ اور طول یا عرض کے پیمانونکی تجنیس کرلینے پر ضرور ہی دفعہ (۲۰) دیکھو۔

(۱۳۷) مثالین

(۱) قائم الزاویہ کا رقبہ ۹۶ مربع انچ ہی اور اوسکا طول ۱ فٹ ۴ انچ ہی

۱ فٹ ۴ انچ = ۱۶ انچ اور $\frac{96}{16} = 6$ پس ۶ انچ عرض ہی

(۲) قائم الزاویہ کا رقبہ ۱۰ مربع فیٹ ہی اور اوسکا عرض ۱ گز ہی

۱ گز = ۳ فیٹ اور $\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$

پس طول $3\frac{1}{3}$ فیٹ یعنی ۳ فیٹ ۴ انچ ہے

(۱۳۸) مربع بھی ایک قائم الزاویہ ہی جسکا طول عرض آپسمین برابر ہی اس سے معلوم ہوا کہ مربع کا رقبہ اس طرح دریافت ہوسکتا ہی کہ جو عدد مربع کے ضلع کے طول کو تعبیر کرتا ہو اوسکو فی نفسہ ضرب دین مثلاً ایک مربع کے ضلع کا طول ۷ انچ ہو تو رقبہ اوسکا ۷ گنا ۷ مربع انچ کا ہی یعنی ۴۹ مربع انچ اس سے معلوم ہوتا ہی کہ عدد فی نفسہ ضرب دیا گیا جو عدد کا مربع کہلاتا ہی اوسکی وجہ یہی ہے اسی سے ہم فصل پنجم کے قواعد اور دفعہ (۳۰) کے مسئلہ کا باہم ربط اور تعلق دیکھ سکتے ہین۔

(۱۳۹) فصل دہم مین جو جدول لکہی ہی وہ اس باب کے مضامین سے باسانی سمجھ مین آسکتی ہی اور اوسکی وجہ معلوم ہوسکتی ہی اور وہ آسانی سے یاد رہ سکتی ہی مثلاً اول ہی جدول مین یہ لکھا ہے

کہ ۱۴۴ مربع انچ کا ایک فٹ ہوتا ہی مربع فٹ ایک قائم الزاویہ ہے جسکا طول ۱۲ انچ اور عرض ۱۲ انچ ہی اور اسی واسطے بموجب دفعہ (۱۲۸) کے ایک مربع فٹ ۱۲ × ۱۲ مربع انچ ہے ۱۴۴ مربع انچ ہے —

(۱۴۰) اگر ہمکو مربع کا رقبہ معلوم ہو تو مربع کے ضلع کا طول اسطرح دریافت کرسکتے ہین کہ جو عدد رقبہ کو تعبیر کرتا ہو اوسکا جذر نکالین مثلاً مربع کا رقبہ ۱۲۱ مربع انچ ہو تو ۱۲۱ کا جذر ۱۱ ہی پس مربع کے ضلع کا طول ۱۱ انچ ہی اب فرض کرو کہ مربع کا رقبہ ۱۵۰ مربع انچ ہے اب یہان جذر پورا نہین نکل سکتا ہے اسلئے ضلع کا طول صحیح صحیح نہین دریافت ہوسکتا ہے اگر تین مرتبہ تک اعشاریہ نکالین تو ۱۲٫۲۴۷ انچ طول مطلوب دریافت ہوگا

(۱۴۱) طالب علم کو ہمیشہ مربع فیٹ اور فٹ مربع مین تمیز کرنی لازم ہے مثلاً ۳ مربع فیٹ سے مراد اوس رقبہ سے ہی جو تین ایسے حصون مین منقسم ہوتا ہی کہ ہر ایک اونمین ایک مربع فیٹ ہے اور ۳ فیٹ مربع سے مراد اوس مربع سے ہی جسکا ضلع طول مین ۳ فیٹ ہو اور اوس شکل مین ۹ مربع فیٹ ہین اور اسیطرح ۴ فیٹ مربع سے مراد اوس مربع سے ہی جسکا ضلع ۴ فیٹ طول مین ہے پس اوس مربع مین ۱۶ مربع فیٹ ہین —

(۱۴۲) اب چند مثالین مشق کے واسطے اس باب کے قواعد سے حل کرتے ہین —

(۱) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ ۶ انچ لنبا اور ۱۱ فیٹ ۳ انچ چوڑا ہی تو بتاؤ اوس کمرہ مین ۳۰ انچ چوڑے عرض کا فرش ۶ گز کا کتنا اور کس قیمت کا لگے گا —

اول فرش مطلوب کا طول دریافت کرتے ہین کمرہ کا طول $18\frac{1}{2}$ فیٹ ہی اور عرض $11\frac{1}{4}$ فیٹ ہی اس سے معلوم ہوا کہ کمرہ کا رقبہ $\frac{37}{2} \times \frac{45}{4}$ مربع فیٹ ہی یعنی $\frac{1665}{8}$ مربع فیٹ ہی اور فرش کا عرض $2\frac{1}{2}$ فیٹ ہی اس لئے معلوم ہوا کہ فرش کا طول $\frac{1665}{8}$ کو $2\frac{1}{2}$ پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوگا یعنی $\frac{1665}{8} \times \frac{2}{5}$ فیٹ یعنی $\frac{333}{4}$ فیٹ اب آگے علم حساب کا کام ہی کہ ایک گز کی قیمت ۶ ہے تو $\frac{333}{4}$ فیٹ کی قیمت کیا ہوگی ما حصل $\frac{1}{3} \times \frac{333}{4} \times 6$ آنہ

یعنی ۳۲ ۳/۲ آنہ یعنی ۱۶۶ ۱/۲ آنہ کی یعنی ۱۰ روپیہ ۶ ر ۶ پائی ہی

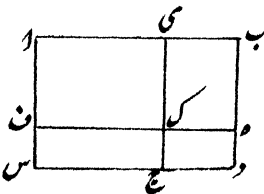
کچھہ اسبات کی بیان کرنیکی ضرورت نہین معلوم ہوئی کہ حساب سے جو فرش نکلا ہی اوس سے زیادہ فرش کمرہ مین لگیگا۔ اسلیئے کہ فرش کی ٹکڑے جب جوڑے جائینگے تو کچہہ فرش کا ٹکڑا جوڑنے مین یا سیون مین ضایع جائیگا

(۲) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ ۶ انچ لنبا اور ۱۱ فیٹ ۳ انچ چوڑا ہی اور ۱۰ فیٹ بلند ہی تو چارون دیوارون کا رقبہ دریافت کرو۔

اب دو دیوارون مین سے ہر ایک دیوار مین ۳۷/۲ × ۱۰ مربع فیٹ ہین اور دو دیوارین اور ہین اون مین سے ہر ایک کا رقبہ ۴۵/۴ × ۱۰ مربع فیٹ ہی اسلیئے کل رقبہ اوس قائم الزاویہ کے رقبے کے برابر ہے یعنی ۵۹۵ مربع فیٹ۔

(۳) ایک قطع زمین قائم الزاویہ کی شکل کا ہی اور اوس پر گہاس لگی ہوئی ہی اور وہ ۱۶۰ فیٹ لنبا اور ۱۰۰ فیٹ چوڑا ہی ایک بجری کی سڑک ۴ فیٹ چوڑی گہاس کے گرد بنی ہوئی ہی تو اس سڑک کا رقبہ دریافت کرو۔

اوس قائم الزاویہ کا طول ۱۶۸ فیٹ اور عرض ۱۰۸ فیٹ ہی جسمین سڑک بہی داخل ہے اسواسطے اس قائم الزاویہ کا رقبہ ۱۶۸ × ۱۰۸ مربع فیٹ یعنی ۱۸۱۴۴ مربع فیٹ اور قطعہ گہاس کا رقبہ ۱۶۰ × ۱۰۰ مربع فیٹ یعنی ۱۶۰۰۰ مربع فیٹ ہی اور سڑک کا رقبہ ۱۸۱۴۴ − ۱۶۰۰۰ مربع فیٹ یعنی ۲۱۴۴ مربع فیٹ ہی۔

(۴) ایک قائم الزاویہ دو خطوط متوازی سے چار حصون مین تقسیم ہوئی ہے اور یہ خطوط مستقیم اضلاع کے متوازی فاصلہ معلوم سے کہینچے گئے ہین تو ان چارون قائم الزاویہ کا رقبہ دریافت کرو۔

فرض کرو کہ اب د س قائم الزاویہ ہی اور اب ۱۶ انچ اور اس ۹ انچ اور ای ۱۰ انچ اور ا ف ۷ انچ ہے نقطہ ی سے ا س کا متوازی ی ک ج اور نقطہ ف سے ا ب کا متوازی ف ک ہ کہینچا گیا ہے

تو ی ب = ۶ انچ اور ف س لمبی ۱۲ انچ چوڑی سلین کتنی لگینگی۔

ای ک ف کا رقبہ = ۱۰×۷ یعنی ۷۰ مربع اوسمین ۹ انچ لمبی اور ۱۶ انچ چوڑی

ی ب ہ ک کا رقبہ = ۶×۷ یعنی ۴۲ مربع

ف ک ح س کا رقبہ = ۱۰×۲ یعنی ۲۰ مربع ا چاہتے ہین تو بتاؤ اوسمین ۱۲ فیٹ

ک ہ ح د کا رقبہ = ۶×۲ یعنی ۱۲ مربع انچ

ان چارون رقبونکا مجموعہ ۱۴۴ مربع انچ ہے اور وہ برابر ہی ع ق ۱۲ فیٹ ۶ انچ لمبے اور

اگرچہ یہ مثال نہایت آسان ہی مگر اوس سے علم حساب کے ایک بڑے مسئلہ کا ثبوت

ہی کہ ۱۰ اور ۶ کا مجموعہ ضرب یا گیا ۷ اور ۲ کی مجموعہ مین برابر ہی ۱۰×۷ اور ۶×۷ اور ۱۰×۲ اور ۶×۲ کی مجموعہ

(۵) ایک قائم الزاویہ $\frac{5}{8}$ انچ لنبی اور $\frac{3}{7}$ انچ چوڑی ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

بموجب قاعدہ دفعہ (۱۳۴) کے رقبہ $\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}$ مربع انچ ہی یعنی $\frac{15}{56}$ مربع انچ۔

لیکن دفعہ (۱۲۸) کے قاعدہ کا ثبوت اوس صورت مین لکھا ہی کہ اعداد کو صحیح مانا ہی اسلئے اس بات کا

ثابت کرنا ضرور ہوا کہ یہ قاعدہ اوس صورت پر بھی حاوی ہی کہ طول اور عرض کسرین ہون۔

کسرونکا نسب نما متحد کیا تو $\frac{35}{56}$ انچ اور $\frac{24}{56}$ انچ ہوئی اب فرض کرو کہ ایک انچ کا $\frac{1}{56}$ حصہ طول کا پیمانہ واحد

ہی تو قائم الزاویہ کا طول ۳۵ اور عرض ۲۴ ایسے پیمانہ واحد سے تعبیر ہوگا۔

اور اسیواسطے قائم الزاویہ کا رقبہ ۳۵×۲۴ مربع اس مربع واحد کے ہونگے اور ایک انچ مربع مین اس پیمانہ

واحد کے ۵۶×۵۶ مربع ہین اسلئے قائم الزاویہ کا رقبہ $\frac{24\times35}{56\times56}$ مربع انچ

یعنی $\frac{3\times5}{7\times8}$ مربع انچ یعنی $\frac{15}{56}$ مربع انچ ہی

گیارہوین فصل کی مثالین

مربعونکے اضلاع کے طول بہ تفصیل ذیل ہین اونکے رقبے مربع گزونمین دریافت کرو۔

(۱) ۱۴ گز (۲) ۲۴ گز (۳) ۳۷$\frac{1}{2}$ گز (۴) ۳۰$\frac{1}{4}$ گز

مربعونکے اضلاع کے طول بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی رقبی مربع گزونمین اور مربع فٹونمین دریافت کرو۔

۱۲ گز ۱ فٹ

۲۰۱ گز ۱ فٹ

…ے مربع گزون مربع فٹون مربع انچون مین دریافت کرو۔

(۱۰) ۵ گز ۲ فیٹ ۸ انچ

(۱۲) ۱۴ گز ۱ فٹ ۱۰ انچ

…وم ہین اونکے رقبے ایکر روڈ اور پول مربعون مین دریافت کرو

…ں (۱۴) ۷ جریب ۲۵ کڑی

… ریب ۴۵ کڑی (۱۶) ۲۶ جریب ۵۶ کڑی

مربعون کے قطر بہ تفصیل ذیل ہین اونکے رقبے دریافت کرو۔

(۱۷) ۲۵۵ فیٹ (۱۸) ۸۸ گز ۲ فیٹ ۳ انچ

(۱۹) ۱۲ جریب ۲۵ کڑی (۲۰) ۱۸ جریب ۳۶ کڑی

مربعونکے رقبے بہ تفصیل ذیل ہین اونکے اضلاع دریافت کرو

(۲۱) ۱۷۶۴ مربع گز (۲۲) ۷۲۲۵ مربع گز

(۲۳) ۷۲۵۲۹ مربع گز (۲۴) ۱/۱۶ م میل

(۲۵) ۱۶۰ ایکر (۲۶) ۲ ۱/۴ ایکر

(۲۷) ۴۰۱۶۴۰۶ م فیٹ (۲۸) ۳ ایکر ۱ روڈ ۱۳ پول ۵ ۳/۴ م گز

ان مربعونکے رقبے بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے اضلاع کے طول کو تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو

(۲۹) ۱۲۰ م فیٹ (۳۰) ۲۸۷ مربع فیٹ

(۳۱) ۷۸۴ مربع گز ۱ مربع فٹ (۳۲) ۵۲۶ مربع گز ۲ مربع فیٹ ۹۰ مربع انچ

(۳۳) ۱۵۰ ایکر (۳۴) ۲ ۳/۴ ایکر

(۳۵) جس مربع کا رقبہ ۷ مربع انچ ہے اوسکا قطر دریافت کرو

(۳۶) شطرنج کی بساط ۱۰۰ مربع انچ ہی اور اوسکے ہر طرف ہی ۱۲ انچ چوڑی سلین کتنی لگینگی۔ بنے ہوئے ہین تو بتاؤ ایک خانہ کا طول کیا ہے اوسمین ۹ انچ لمبی اور ۲½ انچ چوڑی قائم الزاویونکی طول عرض بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے ر

(۳۷) ۱۴ سے ۲۰ (۳۸) ۲۴ سے ۸ ناپ چاہتے ہین تو بتاؤ اوسمین ۱۲ فیٹ

(۳۹) ۱۵½ سے ۱۸ (۴۰) ۱۸¼ سے ۲۰½

قائم الزاویونکے طول عرض بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے مربع گز اور فٹون ۱۲ فیٹ ۶ انچ لمبے اور

(۴۱) ۵ گز ۲ فیٹ سے ۶ گز (۴۲) ۷ گز ۱ فٹ سے ۸ گز ۲ فیٹ

(۴۳) ۱۰ گز ۱ فٹ سے ۱۲ گز ۱ فٹ (۴۴) ۹ گز ۲ فیٹ سے ۸ گز ۲ فیٹ

قائم الزاویون کی ابعاد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے مربع گز فٹ انچ مین دریافت کرو

(۴۵) ۲ گز ۱ فٹ سے ۳ گز ۱ فٹ ۳ انچ

(۴۶) ۳ گز ۱ فٹ ۴ انچ سے ۴ گز ۲ فیٹ

(۴۷) ۴ گز ۲ فیٹ ۸ انچ سے ۴ گز ۲ فیٹ ۱۰ انچ

(۴۸) ۶ گز ۱ فٹ ۹ انچ سے ۸ گز ۲ فیٹ ۱۱ انچ

قائم الزاویہ کی ابعاد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے ایکر رڈ پول مین دریافت کرو

(۴۹) ۵ جریب ۱۴ کڑی سے ۶ جریب ۲۵ کڑی

(۵۰) ۷ جریب ۴ کڑی سے ۸ جریب ۱۲ کڑی

(۵۱) ۹ جریب ۲۴ کڑی سے ۱۰ جریب ۳۶ کڑی

(۵۲) ۱۲ جریب ۸۰ کڑی سے ۱۴ جریب ۴۰ کڑی

رقبے اور طول قائم الزاویونکی بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے عرض دریافت کرو۔

(۵۳) رقبہ ۱۰۵۶ مربع فیٹ طول ۱۱ گز

(۵۴) رقبہ ایک ایکر طول ۱۱۰ گز

۵ میل

ل

ئل

ریب

ل ۴۵۳ گز ۲۰ فیٹ ۳ انچ

ہی اوسکا کیا طول رکہین کہ وہ مساحت مین ایک مربع گز ہو۔

م زاویہ ۹ انچ سی ۱۸ انچ ہی تو بتاؤ اوسکا رقبہ کونسی اعشاریہ مربع گز کی ہے۔

(۶۲) قائم الزاویہ ۱۲ گز لنبی اور ۲۵ گز چوڑی ہی اوسکے رقبہ کو ایکر کی کسر مین بیان کرو۔

(۶۳) چوتہائی میل چوڑا ایک بازار ہی اگر بازار کے ایک طرف ۴½ فیٹ چوڑا فرش بنائین تو بتاؤ کتنے مربع گز ہوگا۔

(۶۴) ایک کہیت مستطیل کی شکل کا ہی اور اوسمین سے زمین کاٹ کر ایک مستطیل کی شکل کا باغ ایسا بنا ہی کہ اوسمین پون ایکر زمین آتی ہی اور اوسکا ایک ضلع تو کہیت ہی کا ضلع ہی اور اوسکا طول ۲½ جریب ہی دوسرے ضلع کا طول دریافت کرو۔

(۶۵) ایک مستطیل کا قطر ۸۵۴ فیٹ ہی اور ایک ضلع ۲۴۴ فیٹ ہی رقبہ دریافت کرو۔

(۶۶) چار مربعوں کے ضلعے جدا جدا ایک اور ۲ اور ۴ اور ۱۰ فیٹ ہین ان چارون مربعونکے برابر جو مربع ہو اوسکا ضلع دریافت کرو

(۶۷) مربعونکے اضلاع جدا جدا ۵ اور ۶ اور ۷ فیٹ ہین اوس مربع کا ضلع دریافت کرو جو ان تین مربعون کے برابر ہو۔

(۶۸) مکان مین شیشہ کا دروازہ ۸ فیٹ ۲ انچ سے ۵ فیٹ ۳ انچ کا لگا ہوا ہی اور اوسمین شیشہ کے پر کالے ۱۴ انچ سے ۹ انچ کے لگے ہوئے ہین تو اونکی تعداد بتاؤ کیا ہی۔

(۶۹) ایک مکان ۱۵۰ سے ۱۲۰ فیٹ ہی تو بتاؤ اوسکی فرش مین چوڑے ۳ فیٹ ۶ انچ لنبے اور ۱ فٹ ۳ انچ چوڑے کتنی لگینگے

(۷۰) ۲۴ فیٹ لنبی اور ۱۸ فیٹ چوڑی چھت مین ۱۶ انچ لنبی ۱۲ انچ چوڑی سلین کتنی لگینگی -

(۷۱) ایک جگہ ۱۸ فیٹ لنبی اور ۱۲ فیٹ ۹ انچ چوڑی ہی اوسمین ۹ انچ لنبی اور ۴½ انچ چوڑی اینٹین کتنی بچھینگی -

(۷۲) کاٹھہ کا فرش ۲۴ فیٹ لنبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا بنانا چاہتے ہین تو بتاؤ اوسمین ۱۲ فیٹ لنبے اور ۱۰ انچ چوڑے تختے کتنے بچھینگے -

(۷۳) ایک کمرہ ۵۰ فیٹ لنبا اور ۱۶ فیٹ چوڑا ہی اوسکے فرش مین ۱۲ فیٹ ۶ انچ لنبے اور ۹½ انچ چوڑے تختے کتنے صرف ہونگے -

(۷۴) ایک مکان ۱۵ فیٹ لنبا اور ۹ فیٹ چوڑا ہی اگر ایک آدمی ۲۷ انچ لنبی ۱۸ انچ چوڑی جگہ گھیرے تو اوس مکان مین کتنے آدمی کھڑے ہونگے -

(۷۵) ۴۰ صفین آدمیون کی کھڑی ہوئی تھین اور ہر ایک صف مین ۱۴ آدمی تھے اگر یہ آدمی ایک ہوئے مربع کی صورت مین کھڑے ہوتے تو بتاؤ ایک ضلع مین کتنے آدمی ہوتے -

(۷۶) اگر ایک گیہونکا درخت نو مربع انچ جگہ گھیرے تو ایک ایکر مین کتنے گیہونکے درخت لگینگے -

(۷۷) آدھ میل لنبا اور چوتہائی میل چوڑا ایک جنگل ہے اور ایک مربع جریب مین ۱۴ درخت ہین تو بتاؤ اوس جنگل مین کتنے درخت ہونگے -

(۷۸) ایک ملک کی صورت مستطیل کی سی ہی اور ۰۰ ۱ میل لنبا اور ۲۰۰ میل چوڑا ہے اور اوسمین .... ۲ باشندے بستے ہین تو بتاؤ ایک آدمی کتنے ایکر مین بستا ہی -

(۷۹) ایک کمرہ ۲۵ فیٹ لنبا اور ۱۸ فیٹ چوڑا ہی اور اوسکے وسط مین مخمل کا فرش ۲۱ فیٹ لنبا اور ۱۵ فیٹ چوڑا بچھا ہی تو بتاؤ باقی جگہ کے فرش مین ۲۷ انچ عرض کا کپڑا کتنا لگیگا -

(۸۰) ایک مربع کا ضلع ۸۵ گز ہی اور مربع کے باہر چارونطرف ۱۰ گز چوڑا راستہ بنا ہوا ہی تو ۲ فٹ ۴ انچ لنبے اور ۱۰ انچ چوڑے پتھر کتنے اوس راستہ کے فرش مین لگینگے -

(۸۱) ایک قائم الزاویہ کا صحن ۳۶ فیٹ لنبا ۲۶ فیٹ چوڑا ہی اس صحن کے گرد ایک رستہ ۴ فیٹ ۶ انچ

اوس سے باہر بنا ہوہی تو بتاؤ ۹ انچ لنبی ۴½ انچ چوڑی اینٹین اوس رستہ کی فرش مین کتنی بچھینگی۔

(۸۲) ایک خاص صحن مین ۹ انچ لنبی ۴½ انچ چوڑی اینٹ ۱۲۹۶ مین بچھی ہین تو بتاؤ کتنے ٹکڑے ۱۶ انچ مربع کے اوس رستہ کے نوین حصہ مین بچھینگے۔

(۸۳) اگر ایک مستطیل کے اضلاع متصل ۹ اور ۱۶ ہون اور دوسرے مستطیل کے اضلاع متصل ۳۶ اور ۲۵ ہون اور اونمین سے ہر ایک کی برابر مربعے بنائین تو اونکی ضلعونکی نسبت آپسمین تبلاؤ کہ کیا ہوگی

(۸۴) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ لنبا اور ۱۲ فیٹ چوڑا ۱۰ فیٹ ۶ انچ اونچا ہو اوسکی دیوارونپر ۲۷ انچ عرض کا کاغذ کتنا لنبا لگے گا۔

(۸۵) ۲۴ فیٹ ۱۰ انچ لنبا اور ۱۶ فٹ چوڑا اور ۸ افیٹ ۶ انچ اونچا ایک کمرہ ہے تو بتاؤ کتنے مربع فیٹ کاغذ اوسکی دیوارون کے منڈہنے مین صرف ہوگا۔

(۸۶) ایک مستطیل ۸۱ فیٹ سے ۴۸ فیٹ ہی تو بتاؤ اوس مربع کا رقبہ کیا ہوگا جسکا مجموعہ اضلاع اس مستطیل کے مجموعہ اضلاع کے برابر ہو۔

(۸۷) ایک مستطیل مین ۱۳۲۳ مربع فیٹ ہین اور طول اوسکا بنسبت عرض کے سہ چند ہی تو اوسکی ضلعے دریافت کرو

(۸۸) سات کاغذ کے تختونکا وزن ۲½ تولہ ہی اور تختہ ۹ انچ سے ۶⅛ انچ ہی تو اوسی قسم کے کاغذ کے تختہ کا وزن دریافت کرو جو ۸½ انچ سے ۱۱ انچ ہو۔

(۸۹) مثال دیکر اس بات کو ثابت کرو کہ اگر ایک مستطیل اور ایک مربع کے مجموعہ اضلاع آپسمین برابر ہون تو مربع کا رقبہ بڑا مستطیل کے رقبہ سے ہوگا۔

(۹۰) مثالین دیکر اس بات کو ثابت کرو کہ اگر ایک مستطیل کا اور ایک مربع کا مجموعہ اضلاع برابر باہم ہو تو مربع کا رقبہ مستطیل سے بقدر اوس مربع کے زیادہ ہوگا جسکا ضلع برابر مربع اور مستطیل کے اضلاع کے تفاوت کے ہو۔

(۹۱) ایک کھیت ۵ جریب ۱۰ گٹھے طول مین اور ۴ جریب ۲ گٹھے عرض مین ہے اوسکا لگان بشرح ایک روپیہ ۱۲ آنہ فی بیگہ کے دریافت کرو۔

(۹۲) ایک قطعہ زمین ۲۳۵۴ گز لنبا اور ۲۰۰ گز چوڑا ہے اوسکا لگان بشرح ۴ پونڈ ۱۰ شلنگ فی ایکڑ کو دریافت کرو

(۹۳) ایک صحن مستطیل ۱۸ فیٹ ۶ انچ سے ۱۲ فیٹ ۳ انچ ہی تو بتاؤ اوسکے فرش مین ۴ر فی مربع فیٹ کے حساب سے کیا لاگت لگیگی۔

(۹۴) اگر ۹ مربع فیٹ مین بجری ڈالنے کے اندر ایک اٹھنی صرف ہوتی ہو تو ایک مربع صحن مین جسکا قطر ۳۰ گز ہے بجری ڈالنے مین کیا لاگت لگے گی۔

(۹۵) ایک قبہ ۲۳ فیٹ ۳ انچ سے ۱۶ فیٹ ۶ انچ ہے اوسکی فرش مین ۶ ۴ پائی مربع گز کی حساب سے کیا صرف ہوگا

(۹۶) ایک بازار کا طول ۱ فرلنگ ۹۲ گز ۱ فٹ ۶ انچ ہے اور اوسکا عرض ۲۲ گز ۹ انچ ہی تو ۹½ آنہ فی گز کے حساب سے اوسکے فرش مین کیا لاگت لگیگی۔

(۹۷) ایک قائم الزاویہ میدان ۹۶ فیٹ طول مین اور ۴۸ فیٹ عرض مین ہی اور اوسمین چار قائم الزاویہ قطعے گھاس کے بنے ہوئے ہین اور ہر ایک قطعہ ۲۲½ فیٹ سے ۱۸ فیٹ ہی تو بتاؤ باقی زمین کے فرش مین ۸½ آنہ مربع گز کے حساب سے کیا لاگت لگیگی۔

(۹۸) ایک قطعہ زمین مستطیل کی صورت کا ۸۵ گز طول مین اور ۶۵ گز عرض مین ہی اور اوسکے اندر چار طرف یکسان عرض کی سڑک ۴ گز چوڑی بنی ہوئی ہی تو ۲ر پائی مربع گز کے حساب سے اوس سڑک کے درست کرنے مین کیا لاگت لگیگی۔

(۹۹) ایک صحن مربع تھا جسکے فرش بنانے مین ۳ر ۹ پائی فی مربع گز کے حساب سے ۸۴ روپیہ ۲ر ۵ پائی صرف ہوئے تو بتاؤ اوس صحن کے ضلع کا طول کیا ہے۔

(۱۰۰) ۲ ۴ ¾ پائی گز کے حساب سے ایک مربع باغ کے گرد مینڈ بنوانے مین ۲۰ روپیہ ۳ ۲ ¾ پائی صرف ہوئے تو اوس باغ کا ضلع دریافت کرو۔

(۱۰۱) ایک مربع کھیت کا لگان ۳۳ روپیہ ۱ر ہی اور لگان کی شرح ۳ روپیہ ۲ ۹ پائی فی ایکڑ ہے اگر اس کھیت کے گرد جھاڑی رکھین اور اوسمین ۹ پائی گز صرف ہو تو بتاؤ کل لاگت کیا لگیگی۔

جن کمرونکے طول و عرض بہ تفصیل ذیل ہون تو بتاؤ اونکے فرش کیواسطے کتنے گز کپڑے کی ضرورت ہوگی۔

(۱۰۲) ۱۸ فیٹ سے ۱۶ فیٹ کپڑا ۱ گز عرض کا

(۱۰۳) ۲۴ فیٹ سے ۱۶ فیٹ ۶ انچ کپڑا ۱ گز عرض کا

(۱۰۴) ۲۱ فیٹ سے ۱۵ فیٹ کپڑا ۲۷ انچ عرض کا

(۱۰۵) ۱۷ فیٹ ۳ انچ سے ۹ فیٹ ۹ انچ کپڑا ۲۷ انچ عرض کا

(۱۰۶) ۲۸ فیٹ سے ۲۳ فیٹ ۹ انچ کپڑا ۳۰ انچ عرض کا

(۱۰۷) ۲۷ فیٹ ۳ انچ سے ۲۲ فیٹ ۶ انچ کپڑا ۳۰ انچ عرض کا

کمرونکا طول اور عرض اور کپڑے کی قیمت معلوم ہی اونکے فرش کی قیمت نیچے کی مثالونمین دریافت کرو

(۱۰۸) ۱۲ فیٹ ۴ انچ سے ۱۶ فیٹ ۲ انچ قیمت کپڑے کی ۱ر۹ پائی مربع فیٹ

(۱۰۹) ۲۴ فیٹ ۸ انچ سے ۱۷ فیٹ ۳ انچ جھیٹ کی قیمت ۳ ۱۲ر۶ پائی مربع گز

(۱۱۰) ۲۳ فیٹ ۹ انچ سے ۱۶ فیٹ ۳ انچ کپڑے کی قیمت ۲ر۹ پائی مربع گز

فرش کی قیمت ان کمرون مین دریافت کرو طول عرض کمرونکا اور عرض اور قیمت کپڑے کی معلوم ہے

(۱۱۱) ۲۴ فیٹ سی ۱۸ فیٹ ۹ انچ کپڑیکا عرض ۲ فیٹ اور کپڑے کی قیمت ۴ر۹ پائی گز

(۱۱۲) ۱۰ فیٹ ۹ انچ سی ۷ فیٹ ۶ انچ کپڑیکا عرض ۲ فیٹ اور کپڑے کی قیمت ۴ر۹ پائی گز

(۱۱۳) ۱۵ فیٹ ۹ انچ سی ۱۲ فیٹ ۵ انچ کپڑیکا عرض اگز ۱۸ انچ اور کپڑے کی قیمت ۶ر گز

(۱۱۴) ۱۸ فیٹ ۶ انچ سے ۱۲ فیٹ ۶ انچ کپڑیکا عرض ۲۷ انچ اور کپڑے کی قیمت ۳ر گز

(۱۱۵) ۱۵ فیٹ ۹ انچ سی ۱۲ فیٹ ۵ انچ کپڑیکا عرض ۲۷ انچ اور کپڑے کی قیمت ۴ر گز

(۱۱۶) ۲۱ فیٹ ۸ انچ سی ۱۶ فیٹ ۶ انچ کپڑیکا عرض ۲۷ انچ اور کپڑے کی قیمت ۳ر ۴½ پائی گز

(۱۱۷) ۱۷ فیٹ ۶ انچ سی ۷ فیٹ ۶ انچ کپڑیکا عرض ۲ فیٹ ۴ انچ کپڑے کی قیمت ۳ر۹ پائی گز

(۱۱۸) ۲۵ فیٹ لمبے فرشمین ۵ مربع گز کا فرش ۷ روپیہ ۱۳ر کا خرچ ہوا تو بتاؤ کپڑیکا عرض کیا ہی

(۱۱۹) ایک کمرکے وسط مین ۱۳ فیٹ ۶ انچ چوڑا اور ۱۸ فیٹ ۹ انچ لنبا فرش کیا ہوا ہی تو بتاؤ دیہ کتنا فرش ہی اور ۲۷ انچ عرض کا کپڑا ۱ھر ۶ پائی گز کا کتنا اور کس قیمت کا اوسمین صرف ہوگا۔

اور اگر فرش کے کنارے اور دیوارونکے درمیان سب جگہ ۲½ فیٹ کا فاصلہ ہو تو بتاؤ کتنی جگہ فرش سے خالی رہے گی۔

(۱۲۰) ۳۴ فیٹ لنبا ۱۸ فیٹ چوڑا اور ۱۲ فیٹ اونچا ایک کمرہ ہے تو اوسکی دیوارون مین ایک گز عرض کا کاغذ کتنا صرف ہو گا۔

(۱۲۱) ۲۴ فیٹ لنبا ۱۹ فیٹ ۶ انچ چوڑا اور ۱۴ فیٹ اونچا ایک کمرہ ہے اور پون گز عرض کا کاغذ ہے تو بتاؤ اوسکی دیوارون مین کتنا کاغذ صرف ہو گا۔

(۱۲۲) ۴۳ فیٹ لنبا اور ۲۸½ فیٹ چوڑا اور ۱۲ فیٹ اونچا ایک کمرہ ہے تو دیوارونپر کاغذ لگانیکا صرف ا ۶ پائی مربع گز کے حساب سے دریافت کرو۔

(۱۲۳) ایک کمرہ ۶ گز ۱ فٹ ۱۱ انچ لنبا اور ۶ گز ۴ انچ چوڑا ۱۲ فیٹ بلند ہے اور ایک فٹ چوڑا کاغذ ہے اور اوسکی قیمت ۹ پائی گز ہے تو بتاؤ اوس کمرہ کے کاغذ منڈھنے مین کیا صرف ہو گا۔

(۱۲۴) ۲۴ فیٹ لنبا ۱۸ فیٹ چوڑا ۱۱ فیٹ بلند ایک کمرہ ہے ایک مربع گز کی سفیدی پھرانے مین ۳ پائی صرف ہوتے ہین اور ایک آتشدان ۴ فیٹ ۶ انچ طول مین اور ۳ فیٹ عرض مین ہے اور ایک دروازہ ۷ فیٹ بلند اور ۴ فیٹ عرض مین ہے اور دو کھڑکیان ۶ فیٹ ۲ انچ سے ۵ فیٹ مین ہین تو بتاؤ اوس کمرہ کی تمام سفیدی کرانے مین کیا صرف ہو گا۔

بارہوین فصل متوازی الاضلاع

(۱۴۳) دفعہ (۲۸) مین ہمنے ثابت کیا ہے کہ متوازی الاضلاع اوس قائم الزاویہ کے برابر ہوتی ہے جسکا قاعدہ اور ارتفاع برابر متوازی الاضلاع کے ہو۔

(۱۴۴) متوازی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔

قاعدہ قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو حاصل ضرب رقبہ ہو گا۔

(۱۴۵) مثالین

(۱) ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۵ فیٹ اور عرض ۳ فیٹ ہے۔

۵ × ۳ = ۱۵ پس رقبہ ۱۵ مربع فیٹ ہے

(۲) متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۳ فیٹ ۹ انچ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۳ انچ

۳ فیٹ ۹ انچ = ۴۵ انچ و ۲ فیٹ ۳ انچ = ۲۷ انچ

۴۵ × ۲۷ = ۱۲۱۵ پس رقبہ ۱۲۱۵ مربع انچ ہے

یا اسطرح کہ ۳ فیٹ ۹ انچ = $۳\frac{۳}{۴}$ فیٹ اور ۲ فیٹ ۳ انچ = $۲\frac{۱}{۴}$ فیٹ

$۳\frac{۳}{۴} \times ۲\frac{۱}{۴} = \frac{۱۵}{۴} \times \frac{۹}{۴} = \frac{۱۳۵}{۱۶} = ۸\frac{۷}{۱۶}$ پس رقبہ $۸\frac{۷}{۱۶}$ مربع فیٹ ہی

(۱۴۶) اگر کسی متوازی الاضلاع کا رقبہ اور دو امتداد ارتفاع اور قاعدہ مین سے ایک معلوم ہو تو دوسرا موافق دفعہ (۱۳۶) کے معلوم ہو سکتا ہے

(۱۴۷) اب ہم بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(۱) معین کا رقبہ ۱۸۰ مربع فیٹ اور ہر ایک ضلع ۱۵ فیٹ ہی اوسکا ارتفاع دریافت کرو

$\frac{۱۸۰}{۱۵} = ۱۲$ پس ارتفاع ۱۲ فیٹ ہی

(۲) ایک متوازی الاضلاع کے متصل کے ضلعے ۸ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہین اور اوسکا رقبہ اوس مربع کے رقبہ سی دو تہائی ہی جسکا مجموعہ اضلاع برابر متوازی الاضلاع کے مجموعہ کی ہی تو اوسکا ارتفاع دریافت کرو

متوازی الاضلاع مجموعہ اضلاع ۱۶ + ۳۲ فیٹ یعنی ۴۸ فیٹ ہی اس سے معلوم ہوا کہ اوس مربع کا ضلع جسکا مجموعہ اضلاع متوازی الاضلاع کی مجموعہ اضلاع کی برابر ہی ۱۲ فیٹ ہی اس واسطے مربع کا رقبہ ۱۴۴ مربع فیٹ ہی پس متوازی الاضلاع کا رقبہ ۱۴۴ مربع فیٹ کی $\frac{۲}{۳}$ یعنی ۹۶ مربع فیٹ کے برابر ہی اب اگر ہم اوس ضلع کو جو ۸ فیٹ طول مین ہی قاعدہ بنائین تو ارتفاع $\frac{۹۶}{۸}$ یعنی ۱۲ فیٹ ہوگا اور ۱۶ فیٹ کے ضلع کو قاعدہ بنائین تو $\frac{۹۶}{۱۶}$ یعنی ۶ فیٹ ارتفاع ہوگا۔

(۳) معین کا ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہی اور اوسکا ایک قطر بھی ۱۰ فیٹ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو۔
اس قطر کے کھینچنے سی معین دو مثلث متساوی الاضلاع مین تقسیم ہوگا اور بموجب دفعہ (۱۰۶) کے ہر ایک مثلث کا ارتفاع ۱۰ × ۰.۸۶۶ فیٹ ہی اور یہ ارتفاع برابر معین کے ارتفاع کی بھی ہی پس معین کا رقبہ مربع فٹون مین ۱۰ × ۱۰ × ۰.۸۶۶ یعنی ۸۶.۶ مربع فیٹ کے برابر تقریباً ہے

بارہوین فصل کی مثالین

متوازی الاضلاعون کے رقبے دریافت کرو اونکے قاعدے اور ارتفاع یہ معلوم ہین

(۱) قاعدہ ۱۴ گز ارتفاع ۵ گز

(۲) قاعدہ ۱۵ گز ۲ فیٹ ارتفاع ۱۱ گز ۱ فٹ

(۳) قاعدہ ۱۶ گز ۲ فیٹ ۳ انچ ارتفاع ۴ گز ۲ فیٹ ۸ انچ (۴) قاعدہ ۱۴ جریب ۱۶ کڑی ہی ارتفاع ۹ جریب ۴۸ کڑی

متوازی الاضلاعونکے مربعے اور قاعدے بتفصیل ذیل معلوم ہین ارتفاع دریافت کرو

(۵) رقبہ ۱۱۲۵ مربع فیٹ قاعدہ ۱۵ گز (۶) رقبہ ۳ ½ ایکر قاعدہ ۲۴۲ گز

(۷) رقبہ ۹۳ مربع فیٹ ۱۴۰ مربع انچ قاعدہ ۵ گز ۱ فٹ ۷ انچ

(۸) رقبہ ۱۶۰ مربع گز ۲ مربع فیٹ ۳۳ مربع انچ قاعدہ ۱۳ گز ۱ فٹ ۹ انچ

(۹) ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۴ فیٹ ۶ انچ ہی اور اوسکا ارتفاع ۲ فیٹ ۸ انچ قاعدہ کے متصل کا ضلع ۳ فیٹ ہے تو مقابل کے ضلع کے کسی نقطہ سے عمود قاعدہ پر نکالین تو اوسکا طول دریافت کرو۔

(۱۰) متوازی الاضلاع کے متصل کے اضلاع ۸ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہین اور اوسکا رقبہ اوس نصف مربع سے ہی جسکا مجموعہ اضلاع برابر متوازی الاضلاع کے مجموعہ اضلاع کی ہی تو مقابل کے اضلاع کی درمیان فاصلہ عمودی دریافت کرو

(۱۱) معین کا ہر ایک ضلع ۴ فیٹ ہی اور اوسکا قطر ۲۴ فیٹ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۲) معین کا ہر ایک ضلع ۲۲ فیٹ ہی اور ہر ایک زاویہ کلان دوچند ہر ایک زاویہ خردسی ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

تیرہوین فصل مثلث کے بیان مین

(۱۴۸) دفعہ (۲۰) مین ہمنے ثابت کیا ہی کہ اوس قائم الزاویہ سے مثلث نصف ہوتا ہے جسکا قاعدہ اور ارتفاع وہی ہو جو مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع ہو یہی قاعدہ ذیل کی دلیل ہے۔

(۱۴۹) مثلث کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ نصف قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو حاصل ضرب مثلث کا رقبہ ہوگا
یہ ظاہر ہی کہ خواہ نصف قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دین یا نصف ارتفاع کو قاعدہ مین ضرب دین یا
قاعدہ اور ارتفاع کے حاصلضرب کا نصف لین سب صورتو مین نتیجہ ایک ہی پیدا ہوگا۔

(۱۵۰) مثالین

(۱) قاعدہ مثلث کا ۳ گز اور ارتفاع ۴ فیٹ ۶ انچ ہی۔
۳ گز = ۹ فیٹ   ۴ فیٹ ۶ انچ = ۴½ فیٹ
۹ × ۴½ = ۹ × ۹/۲ = ۸۱/۲ اور ۸۱/۲ کا ½ = ۸۱/۴ = ۲۰¼
پس مثلث کا رقبہ ۲۰¼ مربع فیٹ ہی۔

(۲) مثلث کا قاعدہ ۴۵ فیٹ اور ارتفاع ۳۶ فیٹ ہی
۳۶ کا نصف ۱۸ ہی ۴۵ × ۱۸ = ۸۱۰ پس ۸۱۰ مربع فیٹ رقبہ ہی۔

(۱۵۱) اگر ہمکو مثلث کا رقبہ اور اوسکی دو امتداد مین سے ایک امتداد یعنی قاعدہ اور ارتفاع مین سے ایک معلوم ہو تو دوسرا دریافت ہوسکتا ہی اسواسطے کہ اگر رقبہ کے عدد کو دوچند کرین اور اوسکو ارتفاع کے عدد پر تقسیم کرین تو خارج قسمت قاعدہ ہوگا اور اگر دوچند رقبہ کے عدد کو قاعدہ کے عدد پر تقسیم کرین تو خارج قسمت ارتفاع ہوگا

(۱۵۲) مثلث کے تین ضلعے معلوم ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

قاعدہ تینون ضلعون کے نصف مجموعہ مین سے ہر ایک ضلع کو جدا جدا تفریق کرو اور تینون باقیون اور نصف مجموعہ اضلاع کو آپس مین ضرب دو حاصلضرب کا جذر مثلث کا رقبہ ہوگا۔

(۱۵۳) مثالین

(۱) ایک مثلث کے اضلاع ۲ فیٹ ۲ انچ اور ۲ فیٹ ۴ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ ہین۔
۲ فیٹ ۲ انچ = ۲۶ انچ   اور ۲ فیٹ ۴ انچ = ۲۸ انچ
۲ فیٹ ۶ انچ = ۳۰ انچ
۲۶ + ۲۸ + ۳۰ = ۸۴ اور ۸۴ کا ½ = ۴۲

۴۲ - ۲۶ = ۱۶ اور ۴۲ - ۲۸ = ۱۴ اور ۴۲ - ۳۰ = ۱۲

۴۲ × ۱۶ × ۱۴ × ۱۲ = ۱۱۲۸۹۶ پس ۱۱۲۸۹۶ کا جذر ۳۳۶ ہی

پس ۳۳۶ مربع انچ رقبہ ہی

(۲) اضلاع مثلث کے ۲۴ و ۲۵ و ۲۶ فیٹ ہین

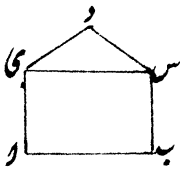
۲۴ + ۲۵ + ۲۶ = ۷۵ اور ۷۵ کا ½ = ۳۷٫۵

۳۷٫۵ - ۲۴ = ۱۳٫۵ اور ۳۷٫۵ - ۲۵ = ۱۲٫۵ اور ۳۷٫۵ - ۲۶ = ۱۱٫۵

۳۷٫۵ × ۱۳٫۵ × ۱۲٫۵ × ۱۱٫۵ = ۷۲۷۷۳٫۴۳۷۵ اور

۷۲۷۷۳٫۴۳۷۵ کا جذر پورا نہین نکل سکتا اگر تین مرتبہ تک اعشاریہ نکالین تو ۲۶۹٫۷۶۶ حاصل ہونگے پس رقبہ ۲۶۹٫۷۶۶ مربع فیٹ کے قریب قریب ہی۔

(۱۵۴) اب ہم بعض مثالین مشق کے لئے حل کرتے ہین۔

(۱) ایک دمدمہ کی چھت سلامی کی بنی ہوئی ہی اوسکا عرض ۲۴ فیٹ ہی اور دیوارین اوسکی زمین سے ۳۰ فیٹ بلند ہین اور چھت کی گگر کا فاصلہ اولتی سے ۱۰ فیٹ ہی تو اوس دمدمہ کا فاصلہ تبلاؤ

یہ شکل مستطیل اور مثلث سے مرکب ہے ا ب یا ی س عرض ہی
اور دیوارونکی بلندی یعنی ا ی یا ب س ۳۰ فیٹ ہی
اور اولتی سے چھت کا عمودی فاصلہ وہ عمود ہی جو
نقطہ د سے ی س پر نکالا جا چھت کے سب سے بلند حصے کو گگر کہتے ہین اسلئے د گگر پر ہے اور مثلث ی د س کو سلامی کی چھت کہتے ہین اور جہان چھت دیوار سے ملی ہے اوسے اولتی کہتے ہین۔

اب یہان مستطیل ا ب س ی کا رقبہ ۲۴ × ۳۰ مربع فیٹ یعنی ۷۲۰ مربع فیٹ ہین اور مثلث کا رقبہ ۲۴ × ۵ مربع فیٹ یعنی ۱۲۰ مربع فیٹ ہی پس کل رقبہ ۸۴۰ مربع فیٹ ہی

(۲) مثلث متساوی الاضلاع کا ہر ایک ضلع ایک فٹ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

نصف مجموعہ اضلاع = ۳/۲ اور ۳/۲ - ۱ = ½

$\frac{۳}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۱٦}$ اسواسطے رقبہ مین تعداد مربع فٹون کی $\frac{۳}{۱٦}$ کا جذر ہے یعنے ۳ کے جذر کے $\frac{۱}{۴}$

ہم اس نتیجہ کو اسطرح بہی حاصل کرسکتے ہین کہ دفعہ (٦۵) مین ثابت ہوا ہی کہ مثلث کا ارتفاع جذر ۳ کا نصف ہی اسواسطے بموجب دفعہ (۱۴۹) کے رقبہ مثلث کا ۳ کے جذر کے ایک چوتہائی ہی پس تخمیناً ۴۳۳ء مربع فیٹ رقبہ ہے اور سات مرتبہ کی اعشاریہ تک عمل کرو تو ۴۳۳۰۱۲۷ء مربع فیٹ رقبہ نکلیگا۔

(۳) مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۸ فیٹ اور ۱۵ فیٹ ہین زاویہ قائمہ سے وتر پر عمود نکالین اوسکا طول دریافت کرو اور وتر کے دو حصے جو اس عمود سے ہون اونکا بہی طول دریافت کرو۔

بموجب دفعہ (۱۴۹) کے مثلث کا رقبہ ٦۰ مربع فیٹ ہی

بموجب دفعہ (۵۵) کے وتر کا طول ۱۷ فیٹ ہی

بموجب دفعہ (۱۵۱) کے عمود $\frac{۱۲۰}{۱۷}$ فیٹ یعنی $۷\frac{۱}{۱۷}$ فیٹ ہی

بموجب دفعہ (٦۰) کے عمود سے جو دو حصے ہونگے اونمین سے چہوٹا حصہ

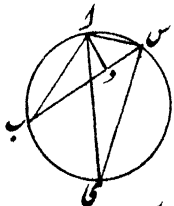
$۸\times۸ - \frac{۱۲۰}{۱۷}\times\frac{۱۲۰}{۱۷}$ کا جذر یعنے $٦۴ - \frac{۱۴۴۰۰}{۲۸۹}$ کا جذر یعنے

$\frac{۴۰۹٦}{۲۸۹}$ کا جذر یعنی $\frac{٦۴}{۱۷}$ اسیواسطے دوسرا حصہ $۱۷ - \frac{٦۴}{۱۷}$ یعنی $\frac{۲۲۵}{۱۷}$ ہی

(۴) مثلث کی اضلاع معلوم ہین جو دائرہ اوس مثلث پر بنایا جاے اوسکا قطر دریافت کرو

جو تحقیقات اب ہم لکہتے ہین اوس سے ایک عمدہ نتیجہ نکلتا ہی اور یہ بہی معلوم ہوتا ہی کہ مسائل ہندسیہ کی تصدیق اور توضیح کس کس طرح سے ہوتی ہے

فرض کرو کہ اب س مثلث ہی اور ا ی اوس دائرہ کا قطر ہی جو مثلث اب س پر بنایا جاے اور قاعدہ ب س پر ا د عمود ہے ملاؤ س ی

بموجب دفعہ (۳۳) کے زاویہ ا س ی قائمہ ہی پس اسلئے وہ زاویہ ا د ب کی برابر ہے اور

بموجب دفعہ (۳۳) کے زاویہ ا ی س برابر ہی زاویہ ا ب د کے اسیواسطے بموجب دفعہ (۲۳)
کے ا ب ا د برابر ہوا زاویہ ی ا س کے
اسیواسطے بموجب دفعہ (۳۴) کے مثلث ا ب د اور ا ی س متشابہ ہین پس ا ب کو ا د سے وہ نسبت
ہو جو ا ی کو ہی ا س سے اور اسیواسطے ا ب × ا س = ا د × ا ی

پس ا ی = ا ب × ا س / ا د = ا ب × ا س × ب س / ا د × ب س

پس اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہی کہ مثلث کے اوپر جو دائرہ بنایا جائے اوسکا قطر برابر ہی اوس خارج قسمت
کے جو تینون ضلاع کے حاصل ضرب کو مثلث کے دوچند رقبہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہی۔
مثلاً فرض کرو کہ اضلاع مثلث کی ۲۶ انچ اور ۲۸ انچ اور ۳۰ انچ ہین تو بموجب دفعہ (۱۵۲) کے
۳۳۶ مربع انچ رقبہ ہی پس دائرہ کا قطر جو مثلث کے گرد بنے انچون مین۔

$$= \frac{۳۰ \times ۲۸ \times ۲۶}{۳۳۶ \times ۲} = \frac{۶۵}{۲} = ۳۲\tfrac{۱}{۲}$$

تیرہوین فصل کی مثالین

مثلثون کی امتداد بتفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۱) قاعدہ ۱۰ فیٹ ہی ارتفاع ۸ فیٹ ہی
(۲) قاعدہ ۸ گز ۱ فٹ ہی ارتفاع ۵ گز ۲ فیٹ ہی
(۳) قاعدہ ۱۰ گز ۲ فیٹ ۶ انچ ہے ارتفاع ۷ گز ۱ فٹ ۳ انچ ہی
(۴) قاعدہ ۴ جریب ۵ کڑی ہی ارتفاع ۲ جریب ۴۴ کڑی ہی

قائم الزاویہ مثلثون مین امتداد بتفصیل ذیل معلوم ہین اونکا رقبہ دریافت کرو

(۵) وتر ۲۱۴ ہی اور ضلع ۲۹ ہی
(۶) وتر ۳۰ ہی اور ضلع ۱۵۲ ہی

قائم الزاویہ مثلثون مین امتداد بتفصیل ذیل معلوم ہین اونکا رقبہ تقریباً دریافت کرو

(۷) وتر ۱۰ ہے اور ضلع ۷ ہے۔

(۸) وتر ۱۳ ہی ضلع ۹ ہی

مثلثون کے اضلاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۹) ۵ و ۵ و ۶　　(۱۰) ۶۵ و ۶۵ و ۱۱۲

(۱۱) ۸۵ اور ۸۵ و ۱۵۴　　(۱۲) ۳۷۳ و ۳۷۳ و ۵۰۴

(۱۳) ۷۷ و ۷۵ و ۶۸　　(۱۴) ۲۰ و ۴۹۳ و ۵۰۷

(۱۵) ۱۰۵ و ۱۱۶ و ۱۴۳　　(۱۶) ۱۱۱ و ۱۷۵ و ۱۷۶

(۱۷) ۴۳ و ۸۷۵ و ۸۸۸　　(۱۸) ۳۱۹ و ۴۴۴ و ۴۵۵

(۱۹) ۵۳۳ و ۸۷۵ و ۸۸۸　　(۲۰) ۳۵۰۱ و ۳۶۰۴ و ۳۶۰۵

(۳) مثلثونکے اضلاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی رقبے تین مرتبے کی اعشاریہ تک دریافت کرو

(۲۱) ۲ و ۳ و ۴　　(۲۲) ۶ و ۷ و ۹

(۲۳) ۷ و ۸ و ۱۳　　(۲۴) ۱۵ و ۱۶ و ۱۷

(۲۵) ۲۳ و ۳۳ و ۴۰　　(۲۶) ۱۷ و ۶۳ و ۷۳

(۲۷) اضلاع مثلث ۱۱ و ۲۴ و ۳۱ ہین توثابت کرو کہ رقبہ اوس کا $۶۶\sqrt{۳}$ ہی

(۲۸) مثلث کے ضلاع ۶۱ و ۶۲ و ۶۳ ہین توثابت کرو کہ رقبہ $۷۴۴\sqrt{۵}$ ہی

(۲۹) مثلث کے اضلاع ۸۶ و ۷۵ و ۷۷ ہین بڑے ضلع کا متوازی ایک خط مثلث کو کاٹتا ہوا کھیچا گیا ہے اور باقی ضلعون کو برابر حصون مین تقسیم کرتا ہی تو رقبہ مثلث کے دونو حصونکا جنمین وہ تقسیم ہوتا ہی دریافت کرو۔

(۳۰) مثلث کے ضلاع ۱۱۱ اور ۱۷۵ اور ۱۷۶ ہین بڑے ضلع کے متوازی دو خط مثلث کو کاٹتے ہوئے کھیچے گئے ہین اور باقی ضلعونمین سے ہر ایک ضلع کو تین برابر حصونمین تقسیم کرتے ہین تو مثلث جو تین حصون مین تقسیم ہوا ہے اونکا رقبہ دریافت کرو

(۳۱) مثلث کے ضلاع ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ فیٹ ہین مقابل کے زاویہ سے جو ۱۴ فیٹ کے ضلع پر

عمود نکلے گا اوسکو دریافت کرو۔

(۳۲) مثلث کی اضلاع ۱۵ و ۲۵ و ۳۵ فیٹ ہین تو ۲۵ فیٹ کی ضلع پر مقابل کے زاویہ سے جو عمود نکالا جاوے اوسے دریافت کرو اور مثلث اس عمود سے جن دو حصو نمین تقسیم ہوا اونکا رقبہ دریافت کرو

(۳۳) ایک مربع کا ضلع ۱۰۰ فیٹ ہی اور اوسکے اندر ایک نقطہ ایک ضلع کے دونو انجامو نسے ۶۰ فیٹ اور ۸۰ فیٹ کی فاصلہ پر مقرر کیا گیا ہی تو اون چارون مثلثو نکا رقبہ دریافت کرو جو اس نقطہ سے مربع کے کونون مین خطوط ملانے سے پیدا ہون

(۳۴) ا ب س ایک مثلث ہی اور ا د نقطہ ا سے ب س پر عمود نکلا ہی اگر ا د = ۱۳ فیٹ اور عمود جو نقطہ د سے ا ب اور ا س پر نکالین ۵ فیٹ اور ۹۰ء۷ فیٹ ہون تو مثلث کی ضلعے اور اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۳۵) ایک ترکون کھیت کا قاعدہ ۱۱۰ گز ہی اور ارتفاع ۴۸۰ گز ہی اور وہ کھیت ۲۴ روپیہ کو فروخت ہوا تو بتاؤ کھیت فی ایکڑ کس بہاؤ سے فروخت ہوا۔

(۳۶) ایک مثلثی کھیت کی اضلاع ۳۵۰ اور ۴۴۰ اور ۵۰۰ گز ہین اور ۲۶۲ روپیہ کو وہ کھیت فروخت ہوا تو بتاؤ فی ایکڑ کیا قیمت کھیت کی ہی۔

(۳۷) ایک مثلث کے ضلع ۵ و ۶ و ۷ فیٹ ہین اوسکا رقبہ انچ مربع تک صحیح صحیح دریافت کرو۔

(۳۸) ایک کھیت مثلث قائم الزاویہ کی شکل کا ہی اوسکے زاویہ قائمہ کی محیط ضلعے ۱۰۰ گز اور ۲۰۰ گز ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو۔ اگر زاویہ قائمہ سے عمود مقابل کے ضلع پر نکالکر مثلث کو دو حصونمین تقسیم کرین تو ہر ایک حصہ کا رقبہ دریافت کرو

(۳۹) ایک مثلث کی اضلاع مین وہ نسبت ہی جو اعداد ۵ و ۱۲ و ۱۳ مین اور مجموعہ اضلاع ۶۰ گز ہے مثلث کا رقبہ دریافت کرو۔

(۴۰) اضلاع مثلث مین وہ نسبت ہی جو اعداد ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ مین اور مجموعہ اضلاع ۶۰ گز ہی مثلث کا رقبہ دریافت کرو۔

(۴۱) ا روپائی گز کے حساب سے سفیدی کرائی ایک گہر کی چہت کی دریافت کرو اور یہ چہت سلامی کی

بنی ہوئی ہی اوسکا عرض ۲۰ فیٹ ہی اور زمین سے ۳۳ فیٹ بلند اولتی ہی اور چھت کا ارتفاع عمودی اولتی سے ۱۲ فیٹ ہی۔

اون اثرونکی قطر دریافت کرو جو ان مثلثونپر بنائی جائین جنکے ضلعے بہ تفصیل ذیل ہین۔

(۴۲) ۲۹۳ و ۲۸۵ و ۶۸ (۴۳) ۱۳۶ و ۱۲۵ و ۹۹

(۴۴) ۱۲۳ و ۱۲۲ و ۹۹ و ۴ (۴۵) ۲۹۷ و ۲۴۴ و ۱۶۱

چودھوین فصل ذو اربعۃ الاضلاع کے بیان مین

(۱۵۵) وتر کھنچنے سے ہر ذو اربعۃ الاضلاع دو مثلثونمین تقسیم ہو سکتی ہی اور ہر مثلث کا رقبہ دریافت ہو سکتا ہی اسلئے کہ ان دونو مثلثونکے رقبونکا مجموعہ ذو اربعۃ الاضلاع کا رقبہ ہوگا۔

(۱۵۶) مثالین

(۱) ذو اربعۃ الاضلاع ا ب س د کا وتر ا س ۱۲ فیٹ ہی اور عمود ب ی ۳ فیٹ اور عمود د ق ۴ فیٹ ہی

رقبہ مثلث ا س ب = $\frac{1}{2}$ × ۱۲ × ۳ = ۱۸

رقبہ مثلث ا س د = $\frac{1}{2}$ × ۱۲ × ۴ = ۲۴

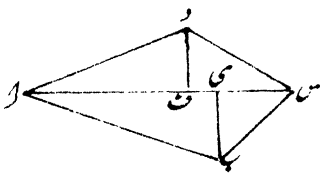
۱۸ + ۲۴ = ۴۲

پس ذو اربعۃ الاضلاع کا رقبہ ۴۲ مربع فیٹ ہی

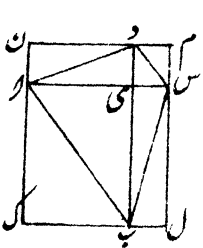
(۲) ذو اربعۃ الاضلاع کا وتر ۸۸ گز ہے اور عمود مقابل کے ضلعون سے وتر پہ نکالے گئے ۳۰ گز اور ۲۵ گز ہین رقبہ دریافت کرو

$\frac{1}{2}$ × ۸۸ × ۳۰ = ۱۳۲۰ اور $\frac{1}{2}$ × ۸۸ × ۲۵ = ۱۱۰۰

۱۳۲۰ + ۱۱۰۰ = ۲۴۲۰

پس ذو اربعۃ الاضلاع کا رقبہ ۲۴۲۰ مربع گز ہی یعنی نصف ایکر

(۱۵۷) دفعہ گذشتہ کی مثالونمین اور اوسی قبیل کے اور مثالون مین ظاہر ہی کہ بجاے اسکے کہ رقبہ کا جدا جدا حساب لگائین ہم اس قاعدہ کو کام مین لاسکتے ہین کہ عمودونکے مجموعہ کو وتر مین ضرب دین اور حاصل ضرب کا نصف لے لین۔

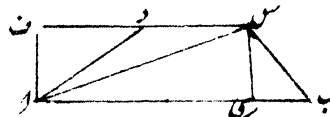
دفعہ (۱۵۶) کی اول مثال مین عمودونکا مجموعہ ۷ فیٹ ہی اسیواسطے مربع فیٹون مین رقبہ $= \frac{1}{2} \times 12 \times 7 = 42$ اور دوسری مثال مین عمودونکا مجموعہ ۵۵ ہی

اور اسیواسطے مربع گزون مین رقبہ $= \frac{1}{2} \times 88 \times 55 = 2420$

(۱۵۸) خاص صورتونمین جنمین وتر ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہین رقبہ دریافت کرنیکا قاعدہ یہ ہی کہ وترونکے حاصلضرب کا نصف لے لو شکل کھینچنے سی یہ قاعدہ بھی معلوم ہوتا ہی۔ فرضکرو کہ ا ب س د ایسی ذوار بعۃ الاضلاع ہی جسکے وتر ا س اور د ب ایک دوسرے کو قائمہ زاویونپر قطع کرتے ہین اور ی نقطہ تقاطع ہی نقطہ ا اور س سی ب د کی متوازی خطوط مستقیم اور نقطہ ب اور د سی ا س کی متوازی خطوط مستقیم نکالو۔

اب قائم الزاویہ ک ل م ن بنگئے۔ یہ بات آسانی سی سمجھ مین آتی ہی کہ مثلث ا ی ب برابر ہی مثلث ب ک ا کے اور مثلث س ی د برابر ہی مثلث د م س کے اور مثلث ب ی س برابر ہے مثلث س ب ل کی اور مثلث د ی ا برابر ہی مثلث ا ن د کی پس ذوار بعۃ الاضلاع ا ب س د قائم الزاویہ ک ل م ن کی نصف ہی اور اسیواسطے ذوار بعۃ الاضلاع ا ب س د رقبہ ا س اور ب د کا نصف حاصل ضرب ہے

(۱۵۹) معین کے قطر ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہین اسلئے قاعدہ مذکورہ بالا معین سے متعلق ہوسکتا ہے

(۱۶۰) اکثر ذو زنقہ کے رقبہ دریافت کرنے کے واسطے خاص قاعدہ کا بیان کرتے ہین

فرضکرو کہ ا ب س د ذوار بعۃ الاضلاع ہی جسکے ضلعے ا ب اور س د متوازی ہین نقطہ س سے

س ی عمود اب پر اور آ سے ا ف عمود س د پر نکالو تو

رقبہ مثلث ا ب س = ½ ا ب × س ی

رقبہ مثلث ا د س = ½ س د × ا ف

اب ہم اس بات کو مان لیتے ہین کہ ا ف = س ی اسواسطے ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ برابر ہی حاصلضرب س ی اور نصف مجموعہ اب اور س د کے اسواسطے قاعدہ ذیل اس سے مستنبط ہوتا ہی۔

(۱۶۱) ذوزنقہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ دونو متوازی ضلعون کے درمیان جو عمودی فاصلہ ہو اوسکو دونو متوازی اضلاع کے مجموعہ مین ضرب دو نصف حاصل ضرب ذوزنقہ کا رقبہ ہوگا۔

(۱۶۲) مثالین

(۱) ایک ذوزنقہ کی متوازی ضلعے ۲ فیٹ ۶ انچ اور ۳ فیٹ ۴ انچ ہین اور اونکی درمیان عمودی فاصلہ ۱ فٹ ۸ انچ ہے

۲ فیٹ ۶ انچ = ۲½ فیٹ اور ۳ فیٹ ۴ انچ = ۳⅓ فیٹ

۱ فٹ ۸ انچ = ۱⅔

½ × ۵⅚ × ۱⅔ = ½ × ۳۵/۶ × ۵/۳ = ۱۷۵/۳۶ = ۴ ۳۱/۳۶

پس ذوزنقہ کا رقبہ ۴ ۳۱/۳۶ مربع فیٹ ہی

(۲) ذوزنقہ کے متوازی ضلعے ۳۲٫۴ فیٹ اور ۴۸٫۷۵ فیٹ ہین اور فاصلہ عمودی اونکے درمیان ۱۸٫۲ فیٹ ہی

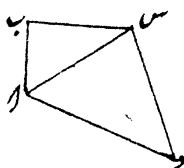
۳۲٫۴ + ۴۸٫۷۵ = ۸۱٫۱۵ اور ۸۱٫۱۵ کا ½ = ۴۰٫۵۷۵

۱۸٫۲ × ۴۰٫۵۷۵ = ۷۳۸٫۴۶۵

پس ذوزنقہ کا رقبہ ۷۳۸٫۴۶۵ مربع فیٹ ہی

(۱۶۳) ہمنے قاعدۂ ذوزنقہ کے رقبہ دریافت کرنیکا نہایت سیدھا سادہ دفعہ (۱۶۰) مین قائم کیا ہی مگر ایک اور عمل دلچسپ اور عمدہ ہی اوسکا بھی ذکر کرتے ہین

فرض کرو کہ اب س د ذوار بعۃ الاضلاع ہی جسکے اضلاع د س اور اب متوازی ہین ب س کے نقطہ وسط ح سے خط مستقیم ہ ح ک متوازی ا د کا نکالو جو اضلاع متوازیہ کو نقاط ک اور ہ پر ملے تو مثلث ب ح ہ اور س ح ک برابر ہین اسلئے ذو زنقہ اب س د متوازی الاضلاع ا ہ ک د کی برابر ہے اور چونکہ ہ ب برابر ہی س ک کے اسلئے ثابت ہوتا ہی کہ اب اور س د کا نصف مجموعہ ا ہ ہی پس ذو زنقہ اوس متوازی الاضلاع کے برابر ہی جسکا قاعدہ برابر نصف مجموعہ اضلاع متوازیہ کی ہی اور اوسکا ارتفاع برابر اونکی درمیانی عمودی فاصلہ کی ہی اسی سے قاعدہ دفعہ (۱۶۱) کا ثابت ہوتا ہی نقطہ ح سے ایک خط مستقیم متوازی اب کا ا د سے نقطہ ل پر ملتا ہوا کھینچو تو ا د کا نقطہ وسط ل ہی اور ل ح = ا ہ پس نصف مجموعہ اضلاع متوازیہ کا برابر اوس خط مستقیم کے ہی جو باقی اضلاع کے نقاط وسط مین ملائین -

(۱۶۴) اب ہم چند مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(۱) اب س د ذوار بعۃ الاضلاع ہی

اب = ۳ فیٹ اور ب س = ۴ فیٹ

س د = ۶ فیٹ اور د ا = ۷ فیٹ

اور زاویہ اب س قائمہ ہی ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

بموجب دفعہ (۵۵) کے ا س برابر ہی ۹ + ۱۶ کے جذر کے یعنی ۲۵ کے جذر کے پس ا س = ۵

مثلث اب س کا رقبہ = ½ × ۴ × ۳ = ۶

مثلث ا س د کا رقبہ موافق دفعہ (۱۵۲) کے اسطرح حاصل ہوتا ہی کہ

۵ + ۶ + ۷ = ۱۸ اور ۱۸ کا ½ = ۹ اور ۹ − ۵ = ۴ اور ۹ − ۶ = ۳ اور ۹ − ۷ = ۲

۹ × ۴ × ۳ × ۲ = ۲۱۶

۲۱۶ کا جذر پورا نہین نکل سکتا اگر جذر مین تین مرتبہ اعشاریہ کی نکالین تو ہمکو ۱۴،۶۹۷ حاصل ہونگے

پس ذوارنعۃ الاضلاع کا رقبہ ۲۰۷۶۹۷ مربع فیٹ ہی

(۲) معین کے قطر ۸۰ اور ۶۰ فیٹ ہین اور اوسکا رقبہ دریافت کرو اور اوسکے ضلع کا طول ہی اور ارتفاع ہی دریافت کرو

$\frac{1}{2}$×۸۰×۶۰ = ۲۴۰۰ پس رقبہ ۲۴۰۰ مربع فیٹ ہی

معین کے قطر ایک دوسرے کو نقطہ تقاطع پر نصف کرتے ہین پس ضلع کے طول دریافت کرنیکے واسطے اوس مثلث قائم الزاویہ کا وتر جسکے ضلعے ۴۰ اور ۳۰ فیٹ ہین دریافت کرو بموجب دفعہ (۵۵) کے

وتر ۲۵۰۰ کا جذر یعنی ۵۰ ہی پس ضلع ۵۰ فیٹ ہوا

۲۴۰۰/۵۰ = ۴۸ پس معین کا ارتفاع ۴۸ فیٹ ہوا

چودہوین فصل کی مثالین

ذوارنعۃ الاضلاعون کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۱) وتر ۸۰٫۵۰ فیٹ عمود ۱۲٫۱۰ اور ۴٫۸ فیٹ

(۲) وتر ۴۵ فیٹ عمود ۲۳ فیٹ ۹ انچ اور ۱۸ فیٹ ۳ انچ

(۳) وتر ۱۰ جریب ۱۴ کڑی عمد ۶ جریب ۲۷ کڑی اور ۸ جریب ۶ کڑی

(۴) وتر ۳ جریب ۲۷ کڑی عمد ۲ جریب ۵ کڑی اور ۱ جریب ۵۶ کڑی

(۵) وتر ۱۸ گز ۲ فیٹ مجموعہ عمودونکا ۱۶ گز ۱ فٹ

(۶) ذوارنعۃ الاضلاع کا رقبہ ۲۷ ایکڑ ۳ روڈ ۱۴ پول اور ایک وتر ۲۵ جریب اون عمودونکا مجموعہ دریافت کرو جو مقابل کے زاویون سے وتر پہ نکالین

اشکال ذوزنقہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۷) متوازی الاضلاع ۳ فیٹ اور ۵ فیٹ ہین عمودی فاصلہ ۱۰ فیٹ

(۸) اضلاع متوازیہ ۱۰ فیٹ اور ۳ فیٹ ہین عمودی فاصلہ ۴ فیٹ ہی

(۹) اضلاع متوازیہ ۱۴ گز اور ۲۰ گز ہین عمودی فاصلہ ۱۲ گز

(۱۰) اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۲۲۵ گز ہی عمودی فاصلہ ۱۶ گز ہی

(۱۱) اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۲۲۵ گز ہی عمودی فاصلہ ۲۴ گز ہی

(۱۲) اضلاع متوازیہ ۵۰ گز ہی اور ۱۲۲۵ گز ہی عمودی فاصلہ ۵۴۰ گز ہی

(۱۳) ایک ذو زنقہ کا رقبہ ۳½ ایکڑ ہی مجموعہ اضلاع متوازیہ ۲۴۲ گز ہی اونکے درمیان کا عمودی فاصلہ دریافت کرو

(۱۴) ایک ذو زنقہ کا رقبہ ۸ ایکڑ ۲ روڈ ۷ پول ہی اور اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۲۹۷ گز ہی فاصلہ عمودی اونکے درمیان دریافت کرو۔

(۱۵) مثال مین ایک خط مستقیم اضلاع متوازیہ کا متوازی عین وسط مین کھینچا ہی تو ذو زنقہ جن دو حصون مین تقسیم ہوا ہے اونکا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۶) ۹ مثال مین دو خطوط مستقیم متوازی الاضلاع متوازیہ کی اسطرح سے کھینچے گئے ہین کہ باقی اضلاع کو تین برابر حصونمین تقسیم کرتے ہین ان خطوط سے ذو زنقہ جن تین حصونمین تقسیم ہوتا ہی اونکا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۷) ذو اربعۃ الاضلاع کے وتر ۲۶ فیٹ اور ۲۴ فیٹ ہین اور ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۸) ایک معین کے وتر ۹۰ گز اور ۱۱۰ گز ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۹) ایک معین کے قطر ۴۲ گز اور ۳۶ گز ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو اور ۴ ر فی گز مربع کے حساب سے بتاؤ کہ اوسکے فرش بچھانے مین کیا صرف ہوگا۔

(۲۰) ایک معین کا رقبہ ۵۲۳۴ مربع فیٹ ہی اور ایک وتر ۲۴۸ فیٹ ہی دوسرا وتر دریافت کرو۔

(۲۱) ا ب س د ذو اربعۃ الاضلاع مین ا ب = ۲۸ فیٹ اور ب س = ۴۵ فیٹ اور س د = ۵۱ فیٹ اور د ا = ۲۰ فیٹ اور وتر ا س = ۵۳ فیٹ اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۲) ا ب س د ذو اربعۃ الاضلاع ہی ا ب = ۳۸ جریب اور ب س = ۴۰ جریب اور قطر ا س = ۵۲ جریب اور عمود ا نقطہ د سے ا س پر = ۳۰ جریب اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۳) ذو اربعۃ الاضلاع کے اضلاع بالترتیب ۲۷ و ۳۶ و ۳۰ و ۲۵ فیٹ ہین اور اول دو ضلعون کے

درمیان زاویہ قائمہ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۴) ایک ذواربعۃ الاضلاع کے اضلاع بالترتیب ۵ و ۵ و ۴ و ۳ فیٹ ہین اور دو ضلاع کے درمیان زاویہ ۹۰° کا ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۵) ایک چبوترہ کے دو مقابل کے ضلعے متوازی ہین اور دو ضلعے برابر ہین اور متوازی اضلاع ۴۰ اور ۲۵ فیٹ ہین اور مساوی ضلعون مین سے ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۶) اب س د ذواربعۃ الاضلاع ہی اب = ۴۵ فیٹ اور ب س = ۱۲۶ فیٹ اور س د = ۱۸۰ فیٹ س د کا متوازی اب ہی اور زاویہ ا پر قائمہ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۷) اب س د ذواربعۃ الاضلاع اب اور دس متوازی ہین اب = ۱۶۵ فیٹ اور س د = ۱۲۳ فیٹ اور اب اور دس کے درمیان عمودی فاصلہ ۱۰ فیٹ ہی اب مین نقطہ ی ایسا ہی کہ ای برابر اب اور س د کے نصف فرق کے ہی مثلث ی ب س کا اور ذواربعۃ الاضلاع ا ی س د کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۸) ایک معین کے قطر ۱۸ اور ۲۴ فیٹ ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو اور اوسکے ایک ضلع کا طول اور ارتفاع بہی معلوم کرو۔

(۲۹) معین کا رقبہ ۴۱۴۵ ۳ مربع فیٹ ہی اور ایک قطر ۶۰ فیٹ ہی دوسرا قطر دریافت کرو اور ضلع کا طول اور ارتفاع بہی معلوم کرو۔

(۳۰) دو متصل کے ضلعے ایک ذواربعۃ الاضلاع کے ۲۲۸ فیٹ اور ۴۰ فیٹ ہین اور زاویہ درمیانی اونکا ۹۰ ہی اور باقی دو اور ضلعے اوسکے آپسمین برابر ہین اور زاویہ اونکے درمیان ۹۰ کا ہی تو ثابت کرو کہ اس ذواربعۃ الاضلاع کا رقبہ مربع فٹون مین

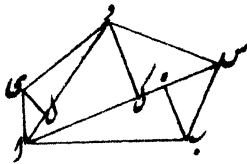
۱۳۶۹۰۰+۴۰۲۵۹ (۳-۲)

پندرہوین فصل اشکال مستقیمۃ الاضلاع

(۱۶۵) کسی شکل مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔

قاعدہ شکل کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو جنکا رقبہ دریافت کرنا آسان ہو اور ان حصون کے رقبونکو جمع کرو حاصل جمع شکل کا رقبہ ہوگا۔

اکثر حصے تو شکل مستقیمۃ الاضلاع کے مثلثی ہوتے ہین لیکن بعض صورتونمین اونمین مربع یا متوازی الاضلاع یا ذوزنقہ بھی ایک حصہ ہوتا ہے

(۱۶۶) مثالین

(۱) ا ب س ی د پانچ ضلعے کی شکل ہے ب ہ اور د ک عمود اس پر ہین اور ی ل عمود ا د پر ہے اور فٹون مین یہ طول معلوم ہین

اس = ۱۰٫۴ ا د = ۸٫۷

ب ہ = ۴٫۸ د ک = ۶٫۵ ی ل = ۳٫۲

رقبہ مثلث ا ب س = ½ × ۱۰٫۴ × ۴٫۸ = ۲۴٫۹۶

رقبہ مثلث ا س د = ½ × ۱۰٫۴ × ۶٫۵ = ۳۳٫۸

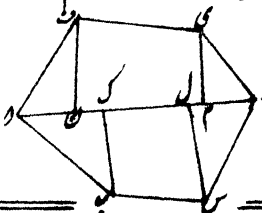
رقبہ مثلث ا ی د = ½ × ۸٫۷ × ۳٫۲ = ۱۳٫۹۲

پس شکل مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ مربع فٹ مین = ۲۴٫۹۶ + ۳۳٫۸ + ۱۳٫۹۲ = ۷۲٫۶۸

(۲) ا ب س د ی ف چھ ضلعے کی شکل ہے اور ب ک اور س ل اور ی م اور ف ن عمود ا د پر ہین اور یہ طول بتفصیل ذیل فٹون مین معلوم ہین۔

ب ک = ۳ س ل = ۴ ی م = ۷٫۴ ف ن = ۵٫۱

ا ک = ۴٫۳ اور ک ل = ۳٫۲ اور ل م = ۱٫۱ اور ا ن = ۳٫۳ اور م ن = ۳٫۵

ان طولون کے معلوم ہونے سے یہ دریافت ہوتا ہے کہ ا د = ۱۰٫۷ اور ا م = ۸٫۶

اس سے معلوم ہوا کہ م د = ۱۰٫۷ - ۸٫۶ = ۲٫۱

رقبہ مثلث ا ک ب = ½ × ۴٫۳ × ۳ = ۶٫۴۵

رقبہ ذوزنقہ ب ک ل س = ½ × ۷ × ۳٫۲ = ۱۱٫۲

رقبہ مثلث د ل س = ½ × ۴٫۱ × ۴ = ۸٫۲

رقبہ مثلث ا ن ف = ½ × ۳٫۳ × ۵٫۱ = ۸٫۴۱۵

رقبہ ذوزنقہ ف ن م ی = ½ × ۹٫۸ × ۵٫۳ = ۲۵٫۹۷

رقبہ مثلث ی م د = ½ × ۲٫۱ × ۴٫۷ = ۴٫۹۳۵

پس شکل مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ مربع فٹون مین

= ۵٫۱ + ۱۱٫۲ + ۸٫۲ + ۸٫۴۱۵ + ۲۵٫۹۷ + ۴٫۹۳۵ = ۶۳٫۸۲

(۱۶۷) اب ہم چند مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(۱) مسدس منتظم کا ضلع ایک فٹ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

دفعہ (۹۹) کی شکل کی استعانت سے ہمکو معلوم ہوتا ہی کہ مسدس منتظم چھہ مثلث متساوی الاضلاعون مین تقسیم ہوسکتا ہی اور یہ اسطرح ہوسکتا ہی کہ نقطہ ہ سے خطوط آ و ب و س و د و ی و ف تک کھینچین اب بموجب دفعہ (۱۵۴) کی ہر ایک مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ مربع فٹ مین ۳ کی جذر کی ¼ ہے اسیواسطے مسدس کا رقبہ مربع فیٹ مین ۳ کی جذر کے ۶/۴ ہی یعنے ۳ کے جذر کے ۳/۲

(۲) ایک کثیر الاضلاع منتظم بارہ ضلع کے دائرہ کے اندر بنی ہوئی ہی اور دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اوس کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔

دفعہ (۹۹) مین ثابت ہوا ہی کہ دائرہ کے اندر جو بارہ ضلعے کی کثیر الاضلاع منتظم بنائی جا اوسکا ایک ضلع ا م ہی پس کثیر الاضلاع کا رقبہ مثلث ہ ا م کے رقبہ سے بارہ گنا ہی اور

رقبہ مثلث ہ ا م = ½ × ہ م × ا ل اب ہ م = ۱ فٹ اور ا ل = ½ ا ف = ½ فٹ

پس رقبہ مثلث ہ ا م = ¼ مربع فٹ اسیواسطے کثیر الاضلاع کا رقبہ = ۱۲/۴ مربع فیٹ = ۳ مربع فیٹ

پندرہوین فصل کی مثالین

(۱) ا ب س د ی پانچ ضلع کی شکل ہے اور یہ طول اوسکے اندر معلوم ہین ا س = ۱۶ ا د = ۱۲ ب اور ی سے جو عمود ا س پر نکالین ۲٫۳ اور ۶٫۴ علیحدہ علیحدہ ہین اور

سی سے عمود جو ا د پر نکالین ۵ء۸ فیٹ ہی رقبہ دریافت کرو

(۲) اب س د ی پانچ ضلعے کی شکل ہی ب ک اور س ل اور ی م عمود ا د پر ہین اور اونکے یہ طول فٹون مین معلوم ہین ا د = ۳ء۱۵ اور ب ک = ۶ء۷ اور س ل = ۵ء۵ اور ی م = ۳ء۴ اور ا ک = ۲ء۷ اور د ل = ۳ء۹ رقبہ دریافت کرو

(۳) ا ب س د ی ف چھہ ضلعے کی شکل ہی اور ب ک اور س ل اور ی م اور ف ن عمود ا د پر ہین اور یہ طول فٹون مین معلوم ہین ا د = ۱۰ء۴ اور ب ک = ۵ اور س ل = ۷ اور ی م = ۶ اور ف ن = ۳ اور ا ک = ۴ء۷ اور ا ن = ۴ء۱ اور د ل = ۵ء۳ اور د م = ۴ء۹ رقبہ دریافت کرو

(۴) شکل ا ب س د ی ف کے چھوٹے ضلعے آپسمین برابر ہین اور ا ب = ۵ء۷۸ اور ب ف = ۲ء۱۴۴ فیٹ اور اوسکا حصہ ب س ی ف قائم الزاویہ ہی شکل کا رقبہ دریافت کرو

(۵) ا ب س د ی ف پانچ ضلعے کی شکل ہی اور زاویہ نقطہ ی پر قائمہ ہی اور یہ امتداد اوسکی معلوم ہین ا ب = ۱۴ اور ب س = ۷ اور س د = ۱۰ اور د ی = ۱۲ اور ی ا = ۵ اور س ا = ۱۷ رقبہ دریافت کرو

(۶) مسدس منتظم کا ہر ایک ضلع ۲۰ فیٹ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۷) دائرہ کا قطر ۱۰۰ فیٹ ہی اور اوسکے اندر مسدس منتظم بنایا گیا ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۸) ایک کھیت مسدس منتظم کی شکل کا ہی اوسکا ہر ایک ضلع ۱ جریب ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۹) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اوسکے اندر جو آٹھہ ضلع کی شکل منتظم بنائی جائے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۰) ایک شکل منتظم ۲۴ ضلعے کی ایک دائرہ کے اندر بنی ہوئی ہے اور دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی شکل کا رقبہ دریافت کرو

سولھوین فصل دائرہ کے بیان مین

(۱۶۸) دائرہ کا رقبہ دریافت کرو۔

قاعدہ نصف قطر کے مربع کو ۲۲/۷ مین ضرب دو اور اگر زیادہ صحت جواب مین منظور ہو تو نصف قطر کے مربع کو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو۔

(۱۶۹) مثالین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ہی

مربع ۵ کا ۲۵ ہی اور ۲۵ × ۲۲/۷ = ۵۵۰/۷ = ۷۸ ۴/۷

پس دائرہ کا رقبہ ۷۸ ۴/۷ مربع فیٹ ہی۔

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۳ میل ہی

۳ کا مربع ۹ ہی اور ۹ × ۳٫۱۴۱۶ = ۲۸٫۲۷۴۴ پس دائرہ کا رقبہ تقریباً ۲۸٫۲۷۴۴ مربع میل ہے۔

(۱۷۰) نفس الامر مین جو دائرہ کا رقبہ ہوتا ہی اوس سے کچھہ زیادہ رقبہ دونو قاعدون سے دریافت ہوتا ہی مگر دوسرا قاعدہ عملاً بہت ٹہیک ہی اور اگر بہت ہی ٹہیک جواب مین منظور ہو تو عدد ۳٫۱۴۱۵۹۲۶ کے زیادہ مراتب عشاریہ حسب ضرورت لے لو۔

(۱۷۱) دائرہ کا رقبہ معلوم ہے نصف قطر دریافت کرو۔

قاعدہ رقبہ کو ۲۲/۷ پر تقسیم کرو اور خارج قسمت کا جذر نکالو اور اگر زیادہ تر صحت منظور ہو تو رقبہ کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو اور خارج قسمت کا جذر لو۔

(۱۷۲) مثالین۔

(۱) دائرہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہی

۱۰۰ ÷ ۲۲/۷ = ۱۰۰ × ۷/۲۲ = ۷۰۰/۲۲ = ۳۱٫۸۱۸۱

اور اسکا جذر ۵٫۶۴ ہی پس دائرہ کا نصف قطر ۵٫۶۴ فیٹ ہی۔

(۲) دائرہ کا رقبہ ایک ایکر ہے

ایک ایکر ۴۸۴۰ مربع گز ہی ۴۸۴۰ کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۱۵۴۰٫۶۱ ہوا اسکا جذر ۳۹٫۲۵ ہی پس دائرہ کا نصف قطر ۳۹٫۲۵ گز ہی۔

(۱۷۳) دو متحد المرکز دائرونکے درمیان جو حلقہ مدور ہو اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

قاعدہ ہر ایک دائرہ کا رقبہ دریافت کرو اور دائرہ بیرونی کے رقبہ مین سے دائرہ اندرونی کا رقبہ تفریق کرو یا نصف قطرونکے مجموعہ کو اونکے فرق مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو $\frac{۲۲}{۷}$ مین ضرب دو اور اگر زیادہ صحت منظور ہو تو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو

(۱۷۴) مثالین

(۱) دائرونکے نصف قطر ۱۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ ہین

دائرہ اندرونی کا رقبہ فٹون مین

= ۱۰ × ۱۰ × ۳٫۱۴۱۶ = ۳۱۴٫۱۶

اور دائرہ بیرونی کا رقبہ =

۱۲ × ۱۲ × ۳٫۱۴۱۶ = ۴۵۲٫۳۹۰۴

۴۵۲٫۳۹۰۴ − ۳۱۴٫۱۶ = ۱۳۸٫۲۳۰۴

حلقہ کا رقبہ ۱۳۸٫۲۳۰۴ مربع فیٹ ہے

یا اسطرح کہ ۱۲ + ۱۰ = ۲۲ اور ۱۲ − ۱۰ = ۲

۲۲ × ۲ × ۳٫۱۴۱۶ = ۱۳۸٫۳۳۰۴

(۲) دو دائرون کے نصف قطر ۳ گز اور ۵ فیٹ ہین

۳ گز = ۹ فیٹ　　۹ + ۵ = ۱۴　　۹ − ۵ = ۴

۱۴ × ۴ × ۳٫۱۴۱۶ = ۱۷۵٫۹۲۹۶

پس حلقہ کا رقبہ ۱۷۵٫۹۲۹۶ مربع فیٹ

(۱۷۵) اگر ایک دائرہ کے اندر دوسرا دائرہ بالکل واقع ہو تو دفعہ (۱۷۳) کے قاعدہ سے رقبہ اوس سطح کا معلوم ہوجائیگا جو دائرونکے محیطونکے درمیان واقع ہو خواہ دائرے متحد المرکز نہون۔

(۱۷۶) دفعہ (۱۶۸) کے قاعدہ پر مبتدی طالبعلمونکو توجہ گو سب وقت نہ سہی مگر اکثر وقت کرنی چاہیے

علاوہ برین اور قاعدے بہی دائرہ کے رقبہ دریافت کرنیکے اس قاعدہ کے برابر ہین مگر وہ عملاً زیادہ بکار آمد نہین اونمین سے تین لکہدیتے ہین۔

نصف قطر کو محیط مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو نصف کرلو

قطر کے مربع کو ۰٫۷۸۵۴ مین ضرب دو

محیط کے مربع کو ۳٫۱۴۱۶ × ۴ پر تقسیم کرو

یا محیط کے مربع کو ۰٫۰۷۹۵۸ مین ضرب دو

(۱۷۷) جو طریقہ ہمنے اس کتاب مین جو بات لکہنے کا اختیار کیا ہی اوسکے واسطے دفعہ گذشتہ مین جو قاعدے بیان ہوے ہین اونمین اول قاعدہ نہایت دلچسپ ہے۔ اس قاعدہ سے یہ معلوم ہوتا ہی کہ دائرہ کا رقبہ اوس مثلث کے رقبہ کے برابر ہوتا ہی جسکا قاعدہ محیط کے برابر ہو اور جسکا ارتفاع نصف قطر کے برابر ہو اگر ثبوت کامل اس دعوی کا لکہین تو وہ مبتدی کی استعداد سے پرے ہوگا مگر اون اصول کا ہم ذکر کرتے ہین جس سے قاعدہ کا مفہوم ذہن مین آجائے۔

فرض کرو کہ ہم ایک دائرہ مین کثیر الاضلاع ایسی بنائین جسکے اضلاع کی تعداد بہت زیادہ ہو تو یہ تین باتین بدیہی معلوم ہونگی۔

اول اس کثیر الاضلاع اور دائرہ کے رقبون مین تفاوت نہایت کم ہوگا۔

دوم کثیر الاضلاع کے مجموعہ اضلاع اور محیط دائرہ مین بہت کم تفاوت ہوگا۔

سوم جو مرکز سے عمود کثیر الاضلاع کی کسی ضلع پر نکالین اس عمود اور نصف قطر کے درمیان فرق نہایت کم ہوگا دائرہ کے مرکز اور کثیر الاضلاع کے کونون کو خطوط وصل کرنیسے کثیر الاضلاع برابر مثلثون مین تقسیم ہوجائینگے اور ان سب مثلثون کا رقبہ ملکر برابر ہوگا اوس مثلث کے رقبہ کے جسکا قاعدہ برابر مجموعہ اضلاع شکل کثیر الاضلاع کے ہو اور جسکا ارتفاع برابر اوس عمود کے ہو جو مرکز سے کثیر الاضلاع کے ایک ضلع پر واقع ہو پس اس سے ہمارے دعوی کا ثابت ہونا ظاہر ہوگیا۔

دائرہ کے اندر جو کثیر الاضلاع منتظم بہت سے ضلعونکی کہیچی جائین انکی نسبت ہمنے تین باتین بیان کی ہین انکی توضیح کیواسطے بارہ ضلعے کی شکل منتظم کا حال لکہتے ہین دفعات (۹۹) اور (۱۶۷) دیکھو

فرض کرو کہ دائرہ کا نصف قطر ایک فیٹ ہے تو عمود جو مرکز دائرہ سے کسی ایک ضلع پر نکالین اوس کا طول ۰٫۹۶۶ فیٹ ہی اور کثیر الاضلاع کا مجموعہ اضلاع ۱۲×۰٫۵۱۷۶ فیٹ یعنی ۶٫۲۱۱۷ کے قریب قریب ہے اور دائرہ کا محیط ۶٫۲۸۳۲ فیٹ کے قریب قریب اور کثیر الاضلاع کا رقبہ ۳ مربع فیٹ ہے اور دائرہ کا رقبہ ۳٫۱۴۱۶ مربع فیٹ ہے

پندرہوین فصل کی ۱۰ مثال سے ظاہر ہوتا ہے کہ دائرہ کے اندر جسکا نصف قطر ایک فٹ ہے جو ۲۴ ضلع کی شکل جو بنی ہوئی ہے اوسکا رقبہ ۳٫۱۰۵۸ مربع فیٹ ہے ان نتیجون کے دیکھنے سے ہمکو صاف معلوم ہوتا ہے کہ اگر ہم دائرہ کے اندر بہت ضلعونکی کثیر الاضلاع منتظم بنائین تو جن چیزون کے مقابلہ کا تذکرہ ہمنے اوپر کیا ہے اونمین اسقدر کم تفاوت رہتا ہے کہ بالکل قابل لحاظ کے نہین ہوتا

(۱۷۸) اب ہم چند مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین۔

(۱) ایک مدور چمن کا قطر ۸۰ فیٹ ہے اوسکے اندر گرداگرد ایک بجری کی سڑک گز بھر چوڑی بنی ہوئی ہے اوس سڑک کا رقبہ دریافت کرو۔ سڑک کا کنارہ بیرونی اوس دائرہ کا محیط ہے جسکا نصف قطر ۴۰ فیٹ ہے اور اوسکا کنارہ اندرونی اوس دائرہ کا محیط ہے جسکا قطر ۳۷ فیٹ ہے۔

پس بموجب دفعہ ۱۷۳ کے بجری کی سڑک کا رقبہ

= ۷۷×۳×۳٫۱۴۱۶ = ۷۲۵٫۷۰۹۶

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۱۵ انچ ہے تو اوس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جسکا رقبہ اس دائرہ کے رقبہ کی تین چوتھائی ہے

دائرونکے رقبونکی دریافت کرنیکا جو قاعدہ بیان ہوا ہے اوس سے معلوم ہوتا ہے کہ دو دائرونکے رقبونمین وہ نسبت ہوتی ہے جو انکے نصف قطرونکے مربعونمین اس سبب سے یہ تناسب حاصل ہوگا

$1 : \frac{3}{4}$ :: ۱۵ کے مربع کو : نصف قطر مطلوب کے مربع سے

اسواسطے نصف قطر مطلوب کا مربع

$= \frac{3}{4} \times 15 \times 15 = 168.75$

اس عدد کا جذر نصف قطر مطلوب ہے جذر دو مرتبہ کی اعشاریہ تک نکالین تو ۱۲٫۹۹ حاصل ہونگے

پس نصف قطر مطلوب ۱۳ انچ کے برابر تقریباً ہوگا۔

(۳) ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہی تین دائرے متحد المرکز ایسے کھیچو کہ دائرہ چار برابر حصون مین تقسیم ہوجائے۔

یہ مثال درحقیقت ان تین مثالون کے حل کرنیکے برابر ہی جواہی اوپر بیان ہوئین دائرہ اندرونی کا رقبہ ایک چوتھائی دائرہ مفروضہ کا ہوگا پس اس سے معلوم ہوا کہ موافق سابق کے عمل کرنیسے ہمکو دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱۰۰ کا جذر حاصل ہوگا۔

اب سطح دائرہ اندرونی اور دائرہ ثانی کے درمیان ہی سطح دائرہ معلوم کے چوتھائی رقبہ کے برابر ہوگے اسواسطے دائرہ ثانی دائرہ معلوم کا نصف ہو اس سے معلوم ہوا کہ موافق سابق کے عمل کرنے سے دوسرے دائرہ کا نصف قطر برابر ۲۰۰ کے جذر کے ہوگا۔

اسیطرح سے معلوم ہوتا ہے کہ تیسرے دائرہ کا نصف قطر ۳۰۰ کا جذر ہوگا۔

پس اس طرح سے تینون دائرون کے نصف قطرانچون مین ۱۰ اور ۱۴٫۱۴ اور ۱۷٫۳۲ دوم تیسم کے اعشاریہ تک ہونگے۔

سولہوین فصل کی مثالین

دائرونکے نصف قطر بتفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے مربع فٹون مین محیط دائرہ کو ۳ ہے گنے قطر سے فرض کرکے دریافت کرو۔

(۱) ۱۲ فیٹ (۲) ۱۶ گز ۲ فیٹ (۳) ایک فرلانگ

ان دائرونکے رقبے دریافت کرو جنکے نصف قطر بتفصیل ذیل معلوم ہین اور دائرہ مین قطر سے محیط ۳٫۱۴۱۶ گنا فرض کیا گیا ہے۔

(۴) ۲۵ فیٹ (۵) ۹۹۲ فیٹ (۶) چوتھائی میل

ان دائرون کے قطر دریافت کرو جنکے رقبے بتفصیل ذیل معلوم ہین اور محیط دائرہ قطر سے ۳ گنا فرض کرو۔

(۷) ۱۰۰ مربع فیٹ (۸) ایک روڈ (۹) ۵ ایکر ۳ روڈ ۴ پول

ان دائرون کے قطر دریافت کرو جنکے رقبے بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اور دائرہ مین قطر سے محیط ۳،۱۴۱۶ گنا فرض کیا گیا ہے۔

(۱۰) ۵۰۰ مربع (۱۱) ۶ ایکر ۲ روڈ ۱۱ پول (۱۲) ایک مربع میل

سب آیندہ مثالون مین محیط قطر سے ۳،۱۴۱۶ گنا فرض کیا گیا ہے بشرطیکہ کہین کنایتاً یا صراحتاً اوسکے خلاف نہ بیان کیا گیا ہو۔

(۱۳) ایک حلقہ کے دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱۴ فیٹ ہے اور دائرہ بیرونی کا نصف قطر ۱۶ فیٹ ہے اوس حلقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۴) ایک حلقہ کے دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱۱ گز ۴ فیٹ اور دائرہ بیرونی کا نصف قطر ۱۸ گز ۲۰ فیٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۵) ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۰،۱ فیٹ ہے وہ بالکل دوسرے دائرہ کے اندر واقع ہے اور اوسمین دوسرے دائرہ کا نصف قطر ۳،۱۳ فیٹ ہے دائرون کی درمیانی سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۶) ایک حلقہ کی اندرونی حد ۱۴ انچ ہے اور حلقہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہے بیرونی حد کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) ایک حلقہ کی بیرونی حد کا نصف قطر ۱۵ فیٹ ہے اور حلقہ کا رقبہ ۳۰۰ مربع فیٹ ہے اندرونی حد کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۸) ایک دائرہ کا چوتھائی رقبہ ۷ مربع گز ہے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۹) دائرہ کا محیط ۱۰۰ فیٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) دائرہ کا محیط نصف میل ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۱) دائرہ کا رقبہ نصف ایکر ہے اوسکا محیط دریافت کرو

(۲۲) ایک دائرہ کا رقبہ اوس مستطیل کے رقبہ کے برابر ہے جو ۴۰۰ فیٹ سے ۲۵۶ فیٹ ہے دائرہ کا محیط دریافت کرو۔

(۲۳) دائرہ کا نصف قطر ۶ فیٹ ہی دوسرا دائرہ اوس سے نصف رقبہ مین ہی اوسکا نصف قطر دریافت کرو

(۲۴) ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۸ انچ ہے جس دائرہ کا رقبہ پانچوان حصہ اس دائرہ کا ہو اوس کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۵) ایک دائرہ ہی اوسکا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہی اور وہ دو متحدالمرکز دائرون سے تین حصون مین تقسیم ہوتا ہی تو بتاؤ دائرونکے کیا نصف قطر ہین کہ دائرہ تین برابر رقبہ کے حصون مین تقسیم ہو۔

(۲۶) ایک کمرہ ۳۵ فیٹ ۳ انچ لنبا اور ۱۴ فیٹ ۲ انچ چوڑا ہی اور اوسکے ایک ضلع پر کمانچہ نصف دائرہ کی شکل کا اور ۱۲ فیٹ قطر کا بنا ہوا ہی تو کل کمرہ کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۷) اگر ۱۴ پونڈ کا داب ہر ایک مربع انچ پر ہو تو اوس دائرہ پر کیا داب ہوگا جسکا نصف قطر ۳ فیٹ ہے ہنڈریڈ ویٹ تک وزن دریافت کرو۔

(۲۸) ایک مدور صحن ۴۰ فیٹ قطر کا ہی اوسکے درست کرانے مین ۲ پائی فی مربع فٹ کے حساب سے کیا صرف ہوگا۔

(۲۹) ایک گول گھر کا اندرونی قطر ۶۰ فیٹ ۲ انچ ہی اور آثار دیوار کا ۲۲ انچ ہی تو بتاؤ دیوار کی بنیادین کتنی زمین گھیرتی ہین۔

(۳۰) ایک گول گھر ۱۰۰ فیٹ قطر کا بنا ہوا ہی اور اوسکے باہر کنگرہ سے اندر کیطرف چارونطرف ۱۰ فیٹ چوڑا چبوترہ بنا ہوا ہی اگر ۳ر فی مربع فٹ اس چبوترہ کی بنوائی مین لگا ہو تو کل لاگت کیا لگی ہوگی۔

(۳۱) گھاس کا ایک گول قطعہ ہی اوسکا قطر ۴۰ گز ہی اور اوسکے کنارہ سی ایک گز دورے ایک گز چوڑی بجری کی سڑک بنی ہوئی ہی تو ۳ر فی گز کے حساب سے اس سڑک کی بنوائی مین کیا صرف ہوگا۔

(۳۲) ایک گول باغ کے گرد سڑک بنی ہوئی ہی اور اوسکا محیط بیرونی ۵۰۰ فیٹ اور محیط اندرونی ۴۲۰ فیٹ ہی سڑک کا رقبہ دریافت کرو۔

(۳۳) جس مربع کا رقبہ برابر اوس دائرہ کے رقبہ کی ہو جسکا نصف قطر ۸ فیٹ ہو اوسکا ضلع دریافت کرو

(۳۴) اوس دائرہ کا رقبہ برابر اوس مربع کے ہو جسکا ضلع ۸ فیٹ ہو اوسکا نصف قطر دریافت کرو

(۳۵) ایک مربع کا ضلع ۱۰ فیٹ ہی اور اوسکے اندر ایک دائرہ بنایا گیا ہی جو مربع کے سب ضلعونکو چہوتا ہی تو بتاؤ دائرہ اور مربع کے درمیان جو سطح واقع ہوگی اوسکا رقبہ کیا ہوگا

(۳۶) ایک مربع کا ضلع ۱۰ فیٹ ہی اور اوسکے اوپر ایک دائرہ بنایا گیا ہی تو دائرہ اور مربع کے درمیان جو سطح واقع ہو اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۳۷) ایک مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۲۷ اور ۳۶ فیٹ ہین اوس دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جو مثلث کے وترکو قطر بناکر کہینچین۔

(۳۸) نصف دائرہ کا رقبہ ۷۷ مربع فیٹ ہی تو اوسکا کل احاطہ کا طول دریافت کرو۔

(۳۹) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اور اوسمین ایک متساوی الاضلاع بنا ہوا ہی تو مثلث اور دائرہ کے درمیان جو سطح واقع ہو اوسکا رقبہ دریافت کرو (دفعہ ۹۹ دیکھو)

(۴۰) مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۲۰ فیٹ اور ۲۱ فیٹ ہین اوس دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جسکا قطر برابر اوس مثلث کے وتر کے ہو۔

(۴۱) مستطیل ۹ فیٹ طول مین اور ۲ فیٹ عرض مین ہی تو بتاؤ اوس دائرہ کا رقبہ کیا ہوگا جسکا محیط برابر اس مستطیل کے مجموعہ اضلاع کے ہو۔

(۴۲) مثلث کے اضلاع ۱۳ و ۱۴ اور ۱۵ فیٹ ہین تو اوس دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جسکا محیط اس مثلث مجموعہ اضلاع کے برابر ہو۔

اگر ایک دائرہ کا محیط وہی ہو جو مستطیل کا مجموعہ اضلاع ہو تو دائرہ کا رقبہ بڑا ہوگا اور اس دعوے کو ان مثالون مین ثابت کرو۔

(۴۳) مستطیل کا طول عرض ۸ فیٹ اور ۱۰ فیٹ

(۴۴) مستطیل کا طول عرض ۲۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ

اگر دائرہ کا محیط وہی ہو جو مثلث کا مجموعہ اضلاع ہو تو دائرہ کا رقبہ بڑا ہوگا اور ان مثالون سے اس دعوی کو ثابت کرو۔

(۴۵) اضلاع مثلث ۹ و ۱۰ و ۱۷ فیٹ

(۴۶) اضلاع مثلث کی ۱۱ و ۱۶ و ۱۹ فیٹ

اگر دائرونکا رقبہ برابر مستطیل کے رقبے کے ہو تو دائرہ کا محیط مستطیل کے مجموعہ اضلاع سے چھوٹا ہوگا ان مثالون مین اس دعوی کو ثابت کرو۔

(۴۷) مستطیل کا طول عرض ۱۵ فیٹ اور ۱۲ فیٹ

(۴۸) مستطیل کا طول عرض ۲۴ اور ۱۲ فیٹ

اگر دائرہ کا رقبہ اور مثلث کا رقبہ ایک ہی ہو تو دائرہ کا محیط مثلث کے مجموعہ اضلاع سے چھوٹا ہوگا اور اس دعوی کو ان مثالون مین ثابت کرو کہ

(۴۹) اضلاع مثلث ۵ و ۶ و ۷ فیٹ ہین

(۵۰) اضلاع مثلث ۱۲ و ۱۵ و ۱۷ فیٹ ہین

(۵۱) ایک دائرہ کا محیط ۴ فیٹ ہی جو مربع اوسکے اندر بنایا جائے اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

(۵۲) ایک دائرہ کا محیط ۱ فیٹ ہی جو مربع اوسکے اندر بنایا جائے اوسکا رقبہ دریافت کرو

سترھوین فصل قطاع دائرہ اور قطعہ دائرہ

(۱۷۹) قطاع دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ۔ ۳۶۰ درجہ کو قطاع کے زاویہ کے درجون سے وہ نسبت ہوگی جو دائرہ کے رقبہ کو ہے قطاع دائرہ کے رقبہ سے

(۱۱) مثالین۔

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ فیٹ ہو اور قطاع کا زاویہ ۸۰ درجہ ہے

دائرہ کا رقبہ = ۲۵ × ۲۵ × ۳٫۱۴۱۶ = ۱۹۶۳٫۵

۳۶۰ : ۸۰ :: ۱۹۶۳٫۵ : رقبہ مطلوب

(۱۹۶۳٫۵ × ۸۰) / ۳۶۰ = (۱۹۶۳٫۵ × ۸) / ۳۶ = (۱۹۶۳٫۵ × ۲) / ۹ = ۴۳۶٫۳ مربع فیٹ

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ اور قطاع کا زاویہ ۷۵ درجہ ہے

دائرہ کا رقبہ = ۱۲ × ۱۲ × ۳٫۱۴۱۶

۳۶۰ : ۷۵ :: ۱۲ × ۱۲ × ۳٫۱۴۱۶ : رقبہ مطلوب

(۳٫۱۴۱۶ × ۱۲ × ۱۲ × ۷۵) / ۳۶۰ = (۳٫۱۴۱۶ × ۱۲ × ۷۵) / ۳۰ = ۳٫۱۴۱۶ × ۳۰ = ۹۴٫۲۴۸

پس قطاع کا رقبہ ۹۴٫۲۴۸ مربع فیٹ ہی

(۱۸۱) یہ ایک اور قاعدہ قطاع دائرہ کے رقبہ دریافت کرنیکا ہی کہ قوس کو نصف قطر مین ضرب دو اور حاصل ضرب کا نصف کرلو۔

تصدیق اس قاعدہ کی دفعہ (۱۷۷) کے بیان سے ہوتی ہی۔

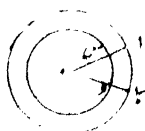
(۱۸۲) مثالین۔

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۴ فیٹ اور قطاع کے قوس برابر نصف قطر کے ہی

½ × ۴ × ۴ = ۸ پس قطاع کا رقبہ ۸ مربع فیٹ ہی

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ہی اور قطاع کی قوس ۱ فٹ ۵ انچ ہی

½ × ۳۰ × ۱۷ = ۲۵۵ پس قطاع کا رقبہ ۲۵۵ مربع انچ ہے

(۱۸۳) ہمکو اوس شکل کا رقبہ دریافت کرنا ہی جو دو قطاع دائرہ کے درمیان واقع ہو اور ان قطاع کا زاویہ مشترک ہو۔ فرض کرو کہ د ا ب ایک قطاع ہو اور د ص ق دوسرا قطاع ہو پس شکل ا ب ق ص کا رقبہ دریافت کرنا منظور ہی ہر قطاع کے رقبہ کا حساب کرکے بڑے قطاع کے رقبہ مین سے چھوٹے قطاع کے رقبہ کو تفریق کرو

یا اسطرح حساب کرو جن دو دائروں کی قوسین ا ب اور ص ق ہین اونکے درمیان کل حصہ کا رقبہ دریافت کرو اور پھر تناسب کو بناؤ کہ ۳۶۰ کو زاویہ دی ہوئی سے جو نسبت ہی جو کل حلقہ کی رقبہ ہی رقبہ مطلوب سے

یا اسطرح قاعدہ کو استعمال مین لاؤ کہ قوسونکے مجموعہ کو نصف قطرونکی فرق مین ضرب دو اور حاصل ضرب کا نصف کرلو

(۱۸۴) مثالیں۔

(۱) نصف قطر ۱۵ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہیں اور قوسین ۶ فیٹ اور ۴ فیٹ ہیں

بموجب دفعہ (۱۸۱) کے بڑے قطاع کا رقبہ فٹ مربعوں میں = ½ × ۱۵ × ۶ = ۴۵

اور چھوٹے قطاع کا رقبہ فٹ مربعوں میں = ½ × ۱۰ × ۴ = ۲۰

پس رقبہ مطلوب فٹ مربعوں میں = ۴۵ − ۲۰ = ۲۵

یا دفعہ گذشتہ کے قاعدہ کو استعمال میں لاؤ کہ قوسوں کا مجموعہ = ۱۰ فیٹ

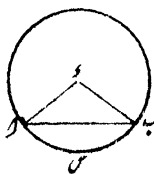
اور نصف قطروں کا فرق = ۵ فیٹ پس رقبہ مطلوب فٹ مربعوں میں = ½ × ۱۰ × ۵ = ۲۵

(۲) نصف قطر ۶ فیٹ اور ۵ فیٹ ہیں اور زاویہ ۴۵ درجہ ہے دفعہ گذشتہ کے دوسرے قاعدہ کو استعمال میں لاتے ہیں۔

بموجب دفعہ (۱۰۳) کے کل حلقہ کا رقبہ مربع فیٹ میں ۱۲ × ۲ × ۱۴۱۶ء۳ ہے یعنے ۷۵ء۳۹۸۴

پس ۳۶۰ : ۴۵ :: ۷۵ء۳۹۸۴ : رقبہ مطلوب

پس رقبہ مطلوب مربع فٹ میں = ۷۵ء۳۹۸۴ / ۸ = ۹ء۴۲۴۸

(۱۸۵) دائرہ کا وتر اب ہے اور یہ وتر قطر نہیں ہے اور دائرہ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے کہ ایک نصف دائرہ سے بڑا ہے اور دوسرا نصف دائرہ سے چھوٹا ہے جب ہمکو چھوٹے قطعہ کا رقبہ معلوم ہو جائیگا تو اوسکو دائرہ کے رقبہ میں سے تفریق کرکے بڑے قطعہ کا رقبہ دریافت کرسکتے ہیں اسلئے دائرہ سے چھوٹے قطعہ دائرہ کے رقبہ دریافت کرنے کے لئے قاعدہ بیان کرنا کافی ہوگا

فرض کرو کہ دائرہ کا مرکز و ہے تو اب ظاہر ہے کہ قطعہ اب س برابر ہے قطاع و ا س ب اور مثلث و ا ب کے تفاوت کے

پس اس سے قاعدہ ذیل استخراج ہوا

(۱۸۶) نصف دائرہ سے چھوٹے قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ اوس قطاع کا رقبہ دریافت کرو کہ جسکی قوس وہی ہو جو قطعہ کی ہے اور وتر اور نصف

قطرونسے جو مثلث بنتا ہی اوسکا رقبہ معلوم کرو اور اس پہلے رقبہ مین سی دوسرے رقبہ کو تفریق کرو۔

(۱۸۷) مثالین۔

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہی اور قطاع کا زاویہ ۶۰ درجہ ہی قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

دائرہ کا رقبہ مربع انچ مین = ۱۰×۱۰×۳٫۱۴۱۶ = ۳۱۴٫۱۶ بموجب دفعہ (۱۷۹) کے

قطاع کا رقبہ مربع انچون مین = ۳۱۴٫۱۶/۶ = ۵۲٫۳۶ اور مثلث اس صورت مین متساوی الاضلاع ہی

اور بموجب دفعہ (۱۴۲) کے اوسکا رقبہ مربع انچ مین ۱۵×۵×۵×۵ کا جذر ہے یعنے ۴۳٫۳۰ کے قریب قریب۔

پس قطعہ کا رقبہ مربع انچ مین

= ۵۲٫۳۶ − ۴۳٫۳۰ = ۹٫۰۶

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۴ فیٹ ہی اور زاویہ قطاع قائمہ ہی قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

دائرہ کا رقبہ مربع فٹ مین = ۴×۴×۳٫۱۴۱۶

اسیواسطے قطاع کا رقبہ = ۴×۳٫۱۴۱۶ = ۱۲٫۵۶۶۴

پس مثلث کا رقبہ مربع فٹ مین = ½×۴×۴ = ۸

پس قطعہ کا رقبہ مربع فٹون مین = ۴٫۵۶۶۴

(۱۸۸) دفعہ گذشتہ کی مثالون مین ہم مثلثونکا رقبہ دریافت کرسکتے تھے اور ہم اونسے استخراج قطعات کی رقبہ کا کرسکتے تھی لیکن صرف دائرہ کا نصف قطر اور زاویہ جب ہمکو معلوم ہو تو دفعہ گذشتہ کی ترکیب کے موافق ہم مثلث کا رقبہ نہین دریافت کرسکتے مگر علم مثلث کی استعانت سے ہم رقبہ دریافت کرسکتے ہین۔

(۱۸۹) قطعہ دائرہ کا وتر اور ارتفاع معلوم ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ۔ وتر کے مربع کی ایک چوتہائی کو ارتفاع کے مربع کے دو پانچوین حصہ پر زیادہ کرو۔ اور حاصل جمع کے جذر کو ارتفاع کی چار تہائی مین ضرب دو۔

یہ قاعدہ بالکل درست نہین ہی اوس سے قطعہ معلوم کا رقبہ جتنا نفس الامر مین ہونا چاہیے اوس سے زیادہ نکلتا ہی لیکن اسمین غلطی نہایت خفیف واقع ہوتی ہی بشرطیکہ زاویہ قطاع جو مطابق اوس قطعہ کے بنایا جاے نہایت چھوٹا ہو اگر زاویہ ۶۰ کا ہو تو غلطی $\frac{1}{20000}$ حصہ رقبہ سے کم واقع ہوتی ہی اور اگر زاویہ ۹۰° کا ہو تو $\frac{1}{4000}$ حصہ رقبہ سے کم غلطی واقع ہوتی ہے

(۱۹۰) مثالین۔

(۱) وتر ۱۲ انچ ہے ارتفاع ۱ انچ ہے

$\frac{1}{4}\times 12\times 12 = 36$ اور $\frac{2}{5}\times 1\times 1 = \frac{2}{5}$

$36 + \frac{2}{5} = 36.4$ اور اسکا جذر ۶٫۰۳۳۲ ہی

$\frac{4}{3}\times 1\times 6.0332 = 8.0443$

پس قطعہ کا رقبہ ۸٫۰۴۴۳ مربع انچ ہے

(۲) وتر ۲۰ انچ ہی اور ارتفاع ۱٫۴ انچ ہے

$\frac{1}{4}\times 20\times 20 = 100$ و $\frac{2}{5}\times 1.4\times 1.4 = .784$

۱۰۰٫۷۸۴ کا جذر = ۱۰٫۰۳۹۱

$\frac{4}{3}\times 1.4\times 10.0391 = 18.73995$

پس ۱۸٫۷۴ مربع انچ رقبہ ہی۔

(۱۹۱) اگر قطعے کے مطابق قطاع کا زاویہ ایسا بڑا ہو کہ وہان اس قاعدہ کا برتا و غلطی عظیم سے خالی نہو وہان قطعہ کو دو متشابہ قطعون اور ایک مثلث مین تقسیم کرلو اور یہ مثلث کا رقبہ ٹھیک قاعدہ سے دریافت کرو اور دفعہ (۱۸۹) کے موافق چھوٹے چھوٹے قطعات کا رقبہ دریافت کرو دفعہ (۸۰) کی شکل دیکھو جسمین قطعہ ا د ب ی مثلث ا ب ی اور ان قطعات سے مرکب ہی جنکے وتر ا ی اور ی ب ہین۔

(۱۹۲) اب ہم بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین۔

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہی اور قطاع کا وتر ۱۴ انچ ہی قطاع کا رقبہ دریافت کرو
اس مثال کا حل بالکل صحیح صحیح نہین ہوسکتا مگر تقریبًا اور تخمینًا اوسکا حل ہوسکتا ہی حسب منشاء دفعہ (۱۲۲) کے قوس کا طول ۱۴،۱۸۹۵۱۴۱ انچ کے قریب ہی اور رقبہ قطاع مربع انچ مین

= ½ × ۲۵ × ۱۴،۱۸۹۵۱۴۱ = ۱۷۷،۳۶۸۹۲

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہے اور قطعہ کا وتر ۱۴ انچ ہی قطعہ کا رقبہ دریافت کرو
ابہی ہمنے قطاع کا رقبہ ۱۷۷،۳۶۸۹۲ دریافت کیا ہی اور بموجب دفعہ (۱۵۲) کے مثلث کے اضلاع ۲۵ و ۲۵ و ۱۴ انچ دریافت ہونگے تو مثلث کا رقبہ ۱۶۸ مربع انچ کے قریب ہوگا۔
پس تقریبًا قطعہ کا رقبہ ۹،۳۶۸۹۲ مربع انچ ہی دفعہ ۱۸۹ کے قاعدہ کے بموجب ہم قطعہ کے رقبہ کا حساب اسطرح کرتے ہین۔
اول ارتفاع دریافت کرتے ہین دفعہ ۶۰ کی شکل مین ا س = ۲۵ اور ا ب = ۱۴
پس ا د = ۷ اور دفعہ ۶۰ کے بموجب ہم دریافت کرتے کہ س د = ۲۴ اسیواسطے د ی = ۱

½ × ۱۴ × ۱۴ = ۹ اور ۲/۵ × ۱ × ۱ = ۲/۵

۴۹ + ۲/۵ = ۴۹،۴ پس اسکا جذر ۷،۰۲۸۵ ہی

۴/۳ × ۱ × ۷،۰۲۸۵ = ۹،۳۷۱۳۵

بموجب اس قاعدہ کے ہم قطعہ کا رقبہ ۹،۳۷۱۳۵ مربع انچ دریافت کرتے ہین یہ پہلی نتیجہ سے کچہ تہوڑا ہی فرق رکہتا ہے۔

سترہوین فصل کی مثالین

ان قطاع دوائر کا جنکی استداد ذیل معلوم ہین رقبہ دریافت کرو

(۱) نصف قطر ۴ فیٹ زاویہ °۲۵

(۲) نصف قطر ۱۲ فیٹ زاویہ °۱۲۰

(۳) نصف قطر ۴۸ فیٹ زاویہ °۲۸

(۴) دو دائرے متحد المرکز ہین جنکی نصف قطر ۱۰ فیٹ ۵ فیٹ ہین توجس شکل کے یہ دائرے اور دو نصف قطر جو ۴۰ درجہ کے زاویہ پر مائل ہون محیط ہون اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۵) دو متحد المرکز دائرون کے نصف قطر ۱۰ فیٹ اور ۹ فیٹ ہین توجس شکل کے یہ دائرے اور وہ دو نصف قطر محیط ہون کہ ۵۰ درجہ کے زاویہ پر مائل ہون تو اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۶) قطاع کا رقبہ ۵۰ مربع فیٹ ہی اور قطاع کا زاویہ ۵۰° ہے نصف قطر دریافت کرو۔

(۷) قطاع کا رقبہ ۳۰ مربع فیٹ ہی اور قطاع کا زاویہ ۴۰° ہی کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو۔

(۸) قطاع کا رقبہ ۴۵ مربع فیٹ ہی اور نصف قطر ۹ فیٹ زاویہ دریافت کرو۔

(۹) قطاع کا رقبہ ۴۹ مربع فیٹ ہی نصف قطر ۱۶ فیٹ ہی قوس دریافت کرو

(۱۰) قطاع کا رقبہ ۷۵ مربع فیٹ ہی اور قوس ۲۶ فیٹ نصف قطر دریافت کرو

(۱۱) قطاع کا رقبہ ۱۲۵ مربع فیٹ ہی اور دائرہ کا رقبہ ۴۰۰ مربع فیٹ ہی زاویہ دریافت کرو

(۱۲) قطاع کا رقبہ ۱۱۵ مربع فیٹ ہی اور دائرہ کا رقبہ ۵۰۰ مربع فیٹ ہی قوس دریافت کرو

(۱۳) ایک قطاع کا وتر ۵۸ انچ ہے اور نصف قطر ۱۰ انچ ہی قطاع کا رقبہ دریافت کرو

(۱۴) ایک قطاع کا وتر ۹ انچ ہی اور نصف قطر ۹ انچ ہی قطاع کا رقبہ دریافت کرو

(۱۵) نصف قطر ۱۰ فیٹ ہی اور قطاع کا زاویہ ۳۰° ہی قطعہ کا رقبہ دریافت کرو

(۱۶) نصف قطر ۱۰ فیٹ ہی اور قطاع کا زاویہ ۱۲۰° ہی قطعہ کا رقبہ دریافت کرو

(۱۷) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہی اوسمین دو متوازی وتر جنمین سی ہر ایک برابر نصف قطر کے کھیچے ہین تو دو وترونکی درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو

(۱۸) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ ہی اور مرکز کے ایک ہی جانب مین دو وتر متوازی کھیچے گئی ہین اور اونمین سے ایک کا محاذی زاویہ مرکز پر ۶۰° ہی اور دوسرے کے محاذی زاویہ ۹۰° ہی تو جو منطقہ اون دونو وترونکے درمیان ہو اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۹) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ ہی مرکز کی مقابل سمتون مین متوازی وتر کھیچے گئے ہین۔

اور ان مین سے ایک وتر کے محاذی زاویہ مرکز پر ۹° ہی اور دوسرے کی محاذی زاویہ مرکز پر ۹° ہی وترون کے درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) دائرہ کا نصف قطر ۵ افیٹ ہی اور دائرے کے دو حصے وہ وتر کرتا ہی جو نصف قطر کے برابر ہے اونکے رقبے دریافت کرو۔ دفعہ (۱۸۹) کی موافق اون قطعات کا رقبہ تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو جنکے اندرا استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین۔

(۲۱) وتر ۵۰۳۲۰ء۷ افیٹ ارتفاع ۵ فیٹ (۲۲) وتر ۱۴۳۲۱۴ افیٹ ارتفاع ۹۲۸۹ء۲ فیٹ

(۲۳) وتر ۱۰ افیٹ ارتفاع ۳۳۹۰ء۳ افیٹ (۲۴) وتر ۱۶۲۶۳ء۵ فیٹ ارتفاع ۳۴۰۰ء۲ فیٹ

(۲۵) وتر ۶۱۰۵ء۲ فیٹ ارتفاع ۸۵۵ء۰ فیٹ

اٹھارہوین فصل سمپسن صاحب کے قاعدہ کے بیان مین

(۱۹۳) ایک بڑا عمدہ قاعدہ بعض شکلون کے تقریباً رقبہ دریافت کرنیکا لکھتے ہین

فرض کرو کہ ایک رقبہ ہے جو خط مستقیم اح اور خطوط مستقیم اا' اور ح ح' سے جو اح پر عمود ہین اور خط منحنی ا'ح' سے گھرا ہوا ہے۔

اح کو جفت برابر حصوں مین اب اور ب س اور س ق پر تقسیم کرو اور نقاط تقسیم سے اح پر عمود قائم کرو اونکے بنا ہونے خطوط مستقیم ب ب' اور س س' اور د د' وغیرہ کیطرح ان خطوط مستقیم اا' اور ب ب' اور س س' ح ح' کا نام محدد رکھو تو تقریبی رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہوسکتا ہی کہ اول محدد کو اور آخر محدد کو اور سب طاق محددین کے دوچند مجموعہ کو اور جفت محددین کے چوچند مجموعہ کو ان سب کو جمع کرو اور ماحصل کو کسی دو متصل کے فاصلہ مشترک کی تہائی مین ضرب دو۔

(۱۹۴) شکل مین محددین ب ب' اور د د' اور ق ق' جفت محدد ہین اور سوا اول اور آخر محددین کے باقی طاق محددین س س' اور ی ی' ہین۔

(۱۹۵) دفعہ (۱۹۳) کے قاعدہ کو بعض اوقات مساوی الابعاد محددین کا قاعدہ کہتے ہیں اور اس قاعدہ کو سمپسن صاحب کا قاعدہ کہتے ہیں گو موجد اوسکے صاحب ممدوح نہ تھے۔

(۱۹۶) مثالیں۔

(۱) فرض کرو کہ سات محددین ہیں اور فاصلہ مشترک ۱ فٹ ہے اور یہ محدد ۴٫۱۲ اور ۴٫۲۴ اور ۴٫۳۶ اور ۴٫۴۷ اور ۴٫۵۸ اور ۴٫۶۹ اور ۴٫۸۰ فیٹ ہیں

۴٫۱۲
۴٫۸۰
۴٫۹۲

۴٫۳۶
۴٫۵۸
۸٫۹۴
۲
۱۷٫۸۸

۴٫۲۴
۴٫۴۷
۴٫۶۹
۱۳٫۴۰
۴
۵۳٫۶۰

۸٫۹۲
۱۷٫۸۸
۵۳٫۶۰
۳ | ۸۰٫۴۰
۲۶٫۸۰

پس رقبہ ۲۶٫۸ مربع فیٹ ہے

(۲) فرض کرو کہ پانچ محددین ہیں اور فاصلہ مشترک ۲ فٹ اور محددین ۱٫۲۶ و ۱٫۴۴ و ۱٫۵۹ و ۱٫۷۱ و ۱٫۸۲ فیٹ ہیں

۱٫۲۶
۱٫۸۲
۳٫۰۸

۱٫۵۹
۲
۳٫۱۸

۱٫۴۴
۱٫۷۱
۳٫۱۵
۴
۱۲٫۶۰

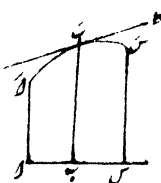
۳٫۰۸
۳٫۱۸
۱۲٫۶۰
۱۸٫۸۶
۲
۳ | ۳۷٫۷۲
۱۲٫۵۷

پس رقبہ ۱۲٫۵۷ مربع فیٹ ہے

(۱۹۷) دفعہ (۱۹۳) کی شکل میں خط مستقیم اح کی طرف خط منحنی محدب تھا اور سوا ازین خط مستقیم کے ایک سرے سے دوسرے سرے کی طرف محدد بڑھتے جاتی ہے مگر اس طرح کی خط منحنی ہونیکے قاعدہ سمپسن میں کچھ تخصیص نہیں ہے بلکہ خط منحنی خواہ کسی شکل کا ہو اون سب میں قاعدہ سمپسن کا چل سکتا ہے مثلاً خط منحنی کی یہ شکلیں ہوں۔

جتنی محدود زیادہ لوگے اوتنا ہی نتیجہ زیادہ صحت کی ساتھہ نکلیگا اگر خط منحنی نہایت غیر منتظم ہو تو یہان
اس قاعدہ پر اعتبار کرنا نہین چاہیئے۔

(۱۹۸) اگر رقبہ خط مستقیم اح اور خط منحنی ا دح سے گھرا ہوا ہو
تو قاعدہ مذکورہ کو استعمال مین لاؤ یہان اتنا فرق ہی
کہ محدود اول اور آخر کچھہ نہین اسلیئے اونکو حساب مین بھی محسوب نہ کرو اور صفر سمجھو اگر رقبہ خط منحنی
ا دح بد رسے احاطہ کیا گیا ہو اور چارون طرف سے محدود ہو تو بجاے محدودین کے ہم عرض بب
اور س سر وغیرہ کام مین لائین۔

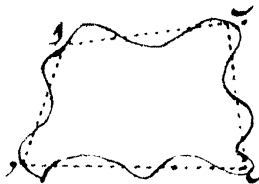
(۱۹۹) اگرچہ مبتدی سمپسن صاحب کے قاعدہ کی تحقیقات کماحقہ نہین کرسکتا مگر آسانی سے اس بات کو
سمجھہ سکتا ہی کہ قاعدہ ایسے اصول پر مبنی ہی کہ اوسکی صحت پر اعتبار ہو سکتا ہی
جو دو متصل کی محدودین کے درمیان رقبہ واقع ہوا وسکا نام ہم پارچہ
رکھتے ہین اور دفعہ ۱۹۲ والی شکل کی اول دو پارچون پہ
بحث کرتے ہین۔
فرض کرو کہ خط مستقیم ا ب ج کھینچا گیا ہی تو ایک شکل ذوزنقہ
بنجائیگی اور شکل سے ظاہر ہی کہ اول پارچہ اس ذوزنقہ سے بڑا ہی پس اول پارچہ کا رقبہ بڑا ہوا ب اور نصف
مجموعہ ا آ اور ب بَ کی حاصلضرب۔ اسواسطے اول پارچہ کا دوچند رقبہ بڑا ہوا اب اور مجموعہ ا آ اور
اور ب بَ کی حاصلضرب۔ علی ہذا القیاس دوسرا پارچہ کا رقبہ بڑا ہوا ب س اور مجموعہ ب بَ اور س سَ
کے حاصلضرب ہوا پس دوچند رقبہ اول زوج کا بڑا حاصلضرب ا ب اور مجموعہ ا آ اور س سَ
اور دوچند ب بَ سے ہوا۔
اب پھر فرض کرو کہ خط بَ طاماس نقطہ بَ سے خط منحنی کا نکالا گیا ہی اور ا آ اور ب بَ خارج ہو کر اس خط
مستقیم سے ملتے ہین تو دوسرا ذوزنقہ پیدا ہوگا اور بموجب دفعہ (۱۶۳) کے رقبہ اس ذوزنقہ کا برابر حاصلضرب
اس اور دوچند ب بَ کا اور شکل سے ظاہر ہی کہ مجموعہ اول دو پارچون کا اس ذوزنقہ سے کم ہے

پس قبہ اول دو بار چونکا کم بہ نسبت حاصل ضرب اب اور دو چند بب' سے ہی اس سے معلوم ہوا کہ
کہ اگر ہم ان دونو نتیجونکو اسمین شامل کرین تو یہ کم و بیشی کی غلطیان اسمین ملکر کسیقدر معادلت پیدا
کرینگے اور سہ چند رقبہ اول دو قطعات کا تقریباً برابر حاصلضرب اب اور مجموعہ اا' اور س س'
اور چو چند ب ب' کے ہوگا

اگر دفعہ (۱۹۳) کی شکل مین بار چونکے دوسرے زوج پر یہی عمل کرینگے تو سمپسن صاحب کے قاعدہ پر پورا
اعتبار ہو جائیگا دفعہ (۱۹۷) کی شکلونپر گو عمل بعینہ یہی نہو مگر متشابہ اوسکے عمل ہوگا بڑی بات اس عمل
مین یہ ہوگی کہ ہم دو نتیجونکو ملاتے ہین جنمین ایک نتیجہ بڑا ہوتا ہی اور دوسرا نتیجہ چھوٹا اسواسطے
یہ چھوٹے بڑے نتیجے ملکر غلطیونمین معادلت پیدا کرتے ہین۔

(۲۰۰) اگر دفعہ (۱۹۳) کی شکل مین اح بجای منحنی ہونیکے ایک خط مستقیم ہوتا تو سمپسن صاحب کے قاعدے
سے صحیح صحیح قیمت رقبہ کی معلوم ہو جاتی مگر اس صورتمین ایک ذوزنقہ پیدا ہوتا ہی جسکا رقبہ آسانی
اصطلاح معلوم ہو جاتا کہ اح کو اا' و ح ح' کے نصف مجموعہ مین ضرب دین و اگر اح ایک خط منحنی
خاص صورتکا ہو تو بھی صحیح رقبہ دریافت ہوگا لیکن ہم اوس کی صورتونکو بتلا کر ان مبادی
علم مساحت مین نہین داخل کرتے۔

(۲۰۱) یہ بھی ہو سکتا ہی کہ شکل محدود ایک خط سے بنتی ہو مگر یہ خط منحنی از حد غیر منتظم و معوج ہو اور اوسمین قاعدہ
سمپسن صاحب کا نہ چل سکتا ہو تو ایسی حالت مین ہم قاعدہ ذیل کے موافق عمل کرین ایک مستقیمۃ الاضلاع
کثیر الاضلاع بنائین جو بہت ہی تقریباً اصل شکل کی ہو اور پہر سمپسن صاحب کے قاعدہ کے موجب اون
حصونکا رقبہ دریافت کرین جو درمیان کثیر الاضلاع اور شکل معلوم کے واقع ہون و ران حصونکے
رقبونکو اگر کثیر الاضلاع شکل کے باہر ہون تو اوسکے رقبہ پر زیادہ کرین اور اگر کثیر الاضلاع کے اندر ہون
تو اوسکے رقبے سے تفریق کرین پس آخر حاصل تقریباً شکل کا رقبہ حاصل ہو جائیگا۔

(۲۰۲) زمین کی پیمایش مین اکثر ایسی شکلونکا رقبہ دریافت کرنا ہوتا ہی کہ جنکی حدود بہت بیقاعدہ
ہوتی ہین لیکن خطوط منحنی کہین کہین چھوٹے چھوٹے خطوط مستقیم ہی ہوتے ہین ایسے موقع پر

عمل مساحت مین ترکیب مفصلہ ذیل عجیب ہے کہ اوسی حدود سطح قائم ہو جاتی ہین کہ نہایت آسانی سے بصحت رقبہ دریافت ہو جاتا ہی۔

فرض کرو کہ ایک کہیت ہی جسکی شکل ا ب س د سے سطح مستوی پر تعبیر ہوتی ہی ایک خط مستقیم آ سے ب تک کہیچو تو اسی خط کے اندر کچھہ حصے داخل ہو جائینگے اور کچھہ اوس سے خارج ہو جائینگے اور اس داخل خارج سے معادلت پیدا ہوگی اور سطح رقبہ یا تو جتنا تہا اوتنا ہی رہیگا یا کچھہ تغیر ہوگا تو بہت کم اور سطح خطوط مستقیم ب سے س تک اور س سے د تک اور د سے آ تک کہیچو تو کمی اور بیشی برابر ہونگی اور ایک چار ضلعے کی شکل مستقیم الاضلاع اصل شکل کے برابر بنجائیگی جسکا رقبہ آسانی سے دریافت ہو جائیگا اب یہ سطح کی عقل اور قلم پر موقوف ہی کہ وہ خطوط مستقیم اس طرح کہیچے کہ حتی الامکان صحت کے ساتھہ مطابق حال ہو یہ خطوط مستقیم اس طرح خوب آسانی سی کہیچتے ہین کہ کوئی ہموار شیشہ کا ٹکڑا جسکے کنارے سیدہے ہین اور اوسمین آر پار نظر آتا ہو اوسکو حدود غیر منتظم پر رکہدین۔

اور آنکہہ سے خوب جانچ کرکے دیکھ لین کہ کس طرح خطوط مستقیم کہیچین کہ کنارہ اوسکے اور حد درمیان حصے دونو طرف برابر آئین۔

(۲۰۳) ایسے رقبونکے ناپنے کے لئے جنکی حدود نہایت غیر منتظم ہون ایک اور ترکیب ہے جو تجربہ پر موقوف ہی اور قابل لکھنے کے ہی وہ ہم لکھتے ہین۔

فرض کرو کہ ایک کہیت سطح مستوی پر دفعہ (۲۰۲) کی شکل ا ب س د رکہتا ہو موٹا کاغذ یا دفتی ایسی لو کہ اوسکی ضخامت سب جگہہ یکسان ہو اوسکو کتر کر کہیت کی شکل بناؤ اور نہایت عمدہ کانٹے مین جس مین بال برابر بہی فرق نہو تولو اور جس چیز کی یہ شکل بنائی ہی اوسکا ایک مربع انچ کتر ڈالو اور اوسے بہی اوسی کانٹے مین تولو اب وزنون کی مناسبت سی ہمکو یہ معلوم ہو جائیگا کہ شکل ا ب س د مین کتنی مربع انچ ہین اور پہر جس پیمانہ کے موافق شکل بنی ہوگی اوس پر

حساب پھیلانیسے یہ معلوم ہو جائیگا کہ کھیت مین زمین کتنی ہی کرہ زمین پر جو خشکی اور تری کی سطح دریافت ہوئی ہی وہ اسی ترکیب سے دریافت کی گئی ہی اس ترکیب کی یہ ایک بڑی دلچسپ مثال ہی۔

اٹھارہوین فصل کی مثالین

سمپسن صاحب کے قاعدہ کے بموجب رقبے ان شکلونکے دریافت کرو جنکی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین۔

(۱) محدودین ۳ و ۸ و ۱۵ و ۲۴ و ۳۵ و ۴۸ و ۶۳ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۲) محددین ۴ و ۱۴ و ۳۶ و ۷۶ و ۱۴۰ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۳) محددین ۰ و ۲۰ و ۳۲ و ۳۶ و ۳۰ و ۰ فیٹ فاصلہ مشترک ۲ فیٹ

(۴) محددین ۰ و ۲۵٫۱ و ۴ و ۵٫۷۶ و ۸ و ۲۵٫۶ و ۰ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۵) محددین ۲۰۸٫۶ و ۱۶۴٫۶ و ۲۴۵٫۶ و ۳۲۵٫۶ و ۳۰۴٫۶ و ۱۴۸٫۶ و ۵۷٫۶ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ ۶ انچ

(۶) محددین ۱۴۷٫۲ و ۲۵۹٫۷ و ۲۸۰٫۲ و ۳۴۸٫۲ و ۸۸٫۲ فیٹ فاصلہ مشترک ۹ انچ

(۷) محددین ۲٫۱۴ و ۹٫۱۴ و ۳٫۱۵ و ۱۵ و ۵٫۱۴ و ۱۴ و ۷٫۱۳ فیٹ فاصلہ مشترک ۳ فیٹ

(۸) محددین ۰ و ۱٫۱۱ و ۸٫۴ و ۲ و ۷٫۱۴ و ۴٫۲ و ۶ و ۵٫۷ و ۸ و ۶٫۷ و ۱۱ و ۳٫۳ و ۱۵ و ۲٫۱۵ و ۱۹ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۹) محددین ۲۰۴٫۱۰ و ۸۰۴٫۹ و ۳۴۴٫۹ و ۹۰۰٫۹ و ۷۷۱٫۸ و ۲۷۵٫۸ و ۱۹٫۸ و ۳۷۶٫۷ و ۶۹۲٫۷ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۱۰) محددین ۸۴۹٫۲ و ۴۹ و ۵۶٫۲ و ۶۳۹٫۲ و ۷۰۸٫۲ و ۲۶ و ۷۷۷٫۲ و ۳۲ و ۸۳۳٫۲ و ۹۰۴ و ۸۹۰٫۲ و ۹۴۴٫۲ و ۹۵۷٫۲ و ۹۹۵٫۲ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۱۱) محددین ۰ و ۴۳۵۹٫۰ و ۶۶۱۴٫۰ و ۸۶۶۰٫۰ و ۹۱۶۵٫۰ و ۹۵۳۹٫۰ و ۹۸۷۹٫۰ و ۹۹۵۰٫۰ و ۱ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۱۲) محددین ۱/۱۰ و ۱/۱۱ و ۱/۱۲ و ۱/۱۳ و ۱/۱۴ و ۱/۱۵ و ۱/۱۶ و ۱/۱۷ و ۱/۱۸ و ۱/۱۹ و ۱/۲۰ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

اونیسوین فصل اشکال متشابہ

(۲۰۴) فصل ششم مین ہمنے اشکال متشابہ کی خاصیتونکا ذکر کیا ہی اب ہم اونکے رقبون کے باہمی ارتباط کو بتلاتے ہین اور ایک مقدمہ عظیم اس باب مین بیان کرتے ہین اور اوسی کو مختلف مثالون کے اندر استعمال مین لاتے ہین۔

(۲۰۵) اشکال متشابہ کے رقبون مین وہ نسبت ہوتی ہی جو اونکے اضلاع نظیرہ کے مربعون مین فرض کرو کہ دو مثلث ہین اور ایک مثلث کا ضلع سہ چند دوسرے مثلث کے ضلع سے ہی تو بڑے مثلث کا رقبہ چھوٹے مثلث کے رقبے سے ۹ گنا ہوگا عدد ۹ مربع ۳ کا ہی اور اس بات کا دیکھہ لینا بہی آسان ہی اسلئے کہ جب بڑے مثلث کا قاعدہ سہ چند چھوٹے مثلث کی قاعدہ سے ہوا تو مثلث کے متشابہ ہونے کے سبب بڑے مثلث کا ارتفاع بہی چھوٹے مثلث کے ارتفاع سے سہ چند ہوا۔

لیکن مثلث کا رقبہ قاعدہ اور ارتفاع کا نصف حاصل ضرب ہوتا ہی اسواسطے بڑے مثلث کا رقبہ نو گنا چھوٹے مثلث کے رقبے سے ہوا۔

اسیطرح اگر دو متشابہ مثلثون مین ایک مثلث کا ضلع پچگنا دوسرے مثلث کے ضلع سے ہو تو بڑے مثلث کا رقبہ پچیس گنا چھوٹے مثلث کے رقبہ سے ہوگا۔

(۲۰۶) دفعہ (۱۵۴) مین ہمنے لکھا ہے کہ جس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ایک فٹ ہو اوسکا رقبہ ۰.۴۳۳۰۱۲۷ مربع فیٹ ہی اب فرض کرو کہ ہمکو ایسے مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرنا ہے جسکا ضلع ۷ فیٹ ہی۔

مربع ۱ کا ۱ ہی اور مربع ۷ کا ۴۹ ہی اسیواسطے ہمکو یہ تناسب حاصل ہوگا۔

۱ : ۴۹ :: ۰.۴۳۳۰۱۲۷ : رقبہ مطلوب

پس رقبہ مطلوب مربع فٹ مین = ۴۹ × ۰.۴۳۳۰۱۲۷ = ۲۱.۲۱۷۶۲۲۳

اسیطرح سے عمل اور مثالون مین ہوسکتا ہی پس اس سے یہ قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع کے رقبہ دریافت کرنیکا معلوم ہوا کہ طول ضلع کے مربع کو ۰٫۴۳۳۰۲ مین ضرب دو

(۲۰۷) دائرے بہی اشکال متشابہ ہین اور دائرونکے رقبون مین بہی وہی نسبت ہوتی ہی جو اونکے نصف قطرونکے مربعونمین دفعہ (۱۰۸) کو دیکہو قطاع دائرہ جنکے زاوئے آپسمین برابر ہون اشکال متشابہ ہوتی ہین اور اونکے موافق جو قطعات دائرہ ہون وہ بہی اشکال متشابہ ہوتے ہین دو متشابہ قطاع کے رقبون مین وہی نسبت ہوتی ہی جو نصف قطرونکے مربعون مین اور یہی کیفیت متشابہ قطعات دائرہ کی ہی کہ اونکے رقبونمین نسبت ایسی ہی ہوتی ہی جیسے کہ نصف قطرونکے مربعون مین -

(۲۰۸) فرض کرو کہ ہمکو ایسے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرنا ہی کہ اوسمین جو ۶۰ درجہ کا قطعہ ہو اوسکا رقبہ ۲۰ مربع انچ ہو-

دفعہ (۱۸۷) کے موافق ہمکو معلوم ہے کہ دائرہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہو تو اوسمین ۶۰ درجہ کے قطعہ دائرہ کا رقبہ ۹٫۰۶ مربع انچ ہوتا ہے پس اب یہ تناسب حاصل ہوگا کہ

۹٫۰۶ : ۲۰ :: ۱۰۰ : دائرہ کے مطلوب نصف قطر کے مربع سے

اسواسطے نصف قطر مطلوب کا مربع = ۱۰۰ × ۲۰ / ۹٫۰۶ = ۲۲۰٫۷۵

اس عدد کا جذر = ۱۴٫۸۵۷

پس نصف قطر مطلوب ۱۴٫۸۵۷ انچ ہوا

اب پہر فرض کرو کہ نصف قطر ایسے دائرہ کا دریافت کرنا ہے جسمین ۹۰ کے قطعہ کا رقبہ ۱۰ مربع فیٹ ہو موجب دفعہ (۱۸۷) کے ہمکو یہ تناسب حاصل ہوگا کہ

۴٫۵۶۶۴ : ۱۰ :: ۱۶ : نصف قطر مطلوب کے مربع سے

پس نصف قطر مطلوب کا مربع = ۱۶ × ۱۰ / ۴٫۵۶۶۴ = ۳۵٫۰۳۸۵

اور اس عدد کا جذر = ۵٫۹۲

پس نصف قطر مطلوب ۲۹۰۵ فیٹ ہی

(۲۰۹) ا ب س مثلث ہی اور ا ب ۱۰ فیٹ ہی اور مطلوب یہ ہی کہ ب س کے متوازی خطوط مستقیم کھینچکر چار برابر حصون مین مثلث کو تقسیم کرین۔

دفعہ (۱۷۸) مین جو سوال حل ہوا ہی اوسکی متماثل یہ مثال ہی۔

فرض کرو کہ خط مستقیم د ی سب سے زیادہ نزدیک ا کے ہی

تو مثلث ا د ی کا رقبہ ایک چوتھائی ا ب س کے رقبہ ہی ہوگا اسواسطی یہ تناسب حاصل ہوگا

۱ : ۱/۴ :: ا ب کے مربع : ا د کے مربع

اسواسطے ا د کا مربع = ۱/۴ ا د کے مربع کے

= ۱/۴ × ۱۰۰ = ۲۵ اور ۲۵ کا جذر = ۵

پس ا د = ۵ فیٹ

اور اسیطرح اگر ف ح بعد اس خط مستقیم کے ہو تو

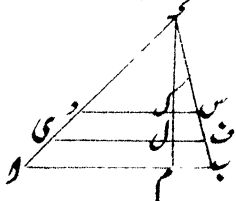
۱ : ۲/۴ :: ا ب کے مربع : ا ف کے مربع

اسواسطے ا ف کا مربع = ۲/۴ مربع ا ب کے = ۲/۴ × ۱۰۰ = ۵۰

پس ا ف مین تعداد فٹون کی = ۵۰ کے جذر کے = ۷،۰۷۱۰۶۸

اسیطرح اگر ہ ک بعد اس خط مستقیم کے ہو تو ا ہ مین فٹون کی تعداد

= ۷۵ کے جذر کے = ۸،۶۶۰۲۵۴۰

(۲۱۰) ا ب س د ذوزنقہ ہی اور اضلاع متوازیہ ا ب اور د س کے درمیان فاصلہ عمودی ۳ فیٹ ہی اب مطلوب یہ ہی کہ ا ب کے متوازی ایک خط مستقیم کھینچکر ذوزنقہ کو دو برابر حصون مین تقسیم کرین۔

ا ب اور ب س کو ایسا خارج کرو کہ وہ نقطہ ت پر ملین

اور فرض کرو کہ ی ف خط مستقیم مطلوب ہے۔

وم عمود اب پر نکالو جو ی ف سے نقطہ ل پر اور دی سے ک پر ملے
چونکہ ی ف ذوزنقہ کو دو برابر حصوں مین تقسیم کرتا ہی تو مثلث وی ف مثلثون واب اور ودس کے نصف مجموعہ کی برابر ہوگا تین مثلث ودس اور وی ف اور واب متشابہ ہین اور اونکے رقبون مین ایسی نسبت ہی جیسی کہ وک اور ول اور وم کے طولون کے مربعون مین اس سے معلوم ہوا کہ ول کا مربع برابر نصف مجموعہ مربعات وک اور ول کے ہوا۔
اب بموجب دفعہ (۷۰) کے ہمکو معلوم ہی کہ وک = ۴٬۵ اسیواسطے وم = ۷٬۵
اور مربع ۴٬۵ = ۲۰٬۲۵ اور ۷٬۵ کا مربع = ۵۶٬۲۵ پس ول کا مربع = ۷۶٬۵ کے ½ = ۳۸٬۲۵
اسواسطے ول مین فٹونکی تعداد = ۳۸٬۲۵ کے جذر کے = ۶٬۱۸۴۶ اور ک ل مین فٹون کی تعداد = ۶٬۱۸۴۶ − ۴٬۵ = ۱٬۶۸۴۶
پس ی ف کا مقام تحقیق ہوگیا۔
(۲۱۱) اب ہم مشق کے واسطے چند مثالین لکھتے ہین۔
(۱) ایک جاگیر کا نقشہ بنا اور اوسمین ۲۰ فیٹ کیواسطے ایک انچ کا پیمانہ مقرر ہوا تو بتاؤ نقشہ پر ۸۰۰۰ مربع گز کی جاگیر کتنی جا گھیریگی اب ایک انچ کا پیمانہ ۲۴۰ انچ کے واسطے ہی جگہ جسکا دریافت کرنا چاہیئے ہی ۸۰۰۰ مربع گز کو ۲۴۰ کی مربع پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوگی۔

$$\frac{۸۰۰۰}{۲۴۰\times۲۴۰} = \frac{۸۰}{۲۴\times۲۴} = \frac{۱۰}{۳\times۲۴} = \frac{۵}{۳۶}$$

پس جاے مطلوب $\frac{۵}{۳۶}$ مربع گز ہوئی یعنی $\frac{۵}{۳۶}$ حصے ۹ مربع فیٹ کے یعنی ۱¼ مربع فیٹ کے
(۲) اگر نقشہ پر ۴ مربع گز کو ایک مربع انچ تعبیر کرتا ہو تو بتاؤ پیمانہ کیا ہوگا۔
۴ مربع گز = ۴ × ۹ × ۱۴۴ مربع انچ اور ۴ × ۹ × ۱۴۴ کا جذر = ۷۲
پس اس سے معلوم ہوا کہ ۷۲ انچ کے واسطے ایک انچ پیمانہ ہی
(۳) قائم الزاویہ کے اضلاع مین نسبت ۴ اور ۵ کی ہے اور اوسکا رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہی اوسکے اضلاع دریافت کرو۔

اگر قائم الزاویہ کی اضلاع ۴ اور ۵ فیٹ ہون تو اوسکا رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہوگا پس یہ تناسب حاصل ہوگا
۲۰ : ۱۸۰ :: ۴ کے مربع : ضلع نظیر کے مربع سے جسکا دریافت کرنا منظور ہی

اسواسطے اس ضلع کا مربع = $\frac{۱۸۰ \times ۱۶}{۲۰}$ = ۹ × ۱۶ = ۱۴۴

پس یہ ضلع = ۱۲ فیٹ اسیواسطے دوسرا ضلع = ۱۵ فیٹ

(۴) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا مجموعہ اضلاع اور دائرہ کا محیط آپسمین برابر ہین اونکے رقبونکی نسبت دریافت کرو
فرض کرو کہ مثلث کا ہر ایک ضلع ۱ فٹ ہی تو اوسکا رقبہ ۰.۴۳۳۰۱ مربع فیٹ ہی اور مجموعہ اضلاع مثلث کا ۳ فیٹ ہی اور اگر دائرہ کا محیط ۳ فیٹ ہو تو دائرہ کا رقبہ بموجب فصل (۱۴) کے ۰.۷۱۶۲ مربع فیٹ ہوگا ۰.۷۱۶۲ کو ۰.۴۳۳۰۱ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۱.۶۵۴ ہوگا پس دائرہ کا رقبہ مثلث کی رقبہ سے ۱.۶۵ گنا ہوا۔

ہمکو ہمیشہ یہی نتیجہ حاصل ہوگا خواہ مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع کچھہ ہی فرض کرین
مثلاً فرض کرین کہ ہر ایک ضلع ۷ فیٹ ہی تو ہمکو مثلث اور دائرے کے رقبے پہلے رقبونسے ۴۹ گنی حاصل ہونگے مگر نسبت ان رقبون مین ایک ہی رہیگی اوسمین کچھہ فرق نہین آئیگا

اونیسوین فصل کی مثالین

(۱) ایک کہیت ۲۴۰۰ مربع گز زمین مین ہی ۱۰ فیٹ کے واسطے ایک انچ پیمانہ مقرر کرکے اوسکا خاکہ نقشہ پر اوتارا ہی تو بتاؤ نقشہ پر کتنے مربع انچ جگہہ گہریگی۔

(۲) ۲۰ فیٹ کا ایک انچ پیمانہ مقرر کرین تو ۶ ایکر کا کہیت کتنی جگہہ نقشہ کشتوار مین گہیریگا۔

(۳) ایک نقشہ مین ایک مربع گز کے رقبہ کو ایک مربع انچ تعبیر کرتا ہی تو اوس نقشہ کا پیمانہ دریافت کرو۔

(۴) ایک نقشہ مین ۱۰ ایکر کے رقبہ کو ایک مربع فٹ تعبیر کرتا ہی تو بتاؤ کس پیمانہ کے موافق نقشہ بنایا گیا ہے۔

(۵) ایک کہیت کے نقشہ سے اصل کہیت دس ہزار گنا ہی تو بتاؤ نقشہ پر کتنا طول کہیت کے ۲۰ فیٹ طول کو تعبیر کریگا۔

(۶) ایک جاگیر کا نقشہ جس میں جاگیر سی دس کروڑ گنا ہی تو بتاؤ کہ اس نقشہ میں میل کے انچ سے تعبیر ہوا ہی۔
(۷) ایک قائم الزاویہ کی اضلاع میں ۲ اور ۳ کی نسبت ہی اور رقبہ ۲۱۰ مربع فیٹ ہے اوسکے اضلاع دریافت کرو۔
(۸) ایک مثلث کی اضلاع میں نسبت ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ کی ہی اور رقبہ ۲۲۷۴ مربع فیٹ ہی اضلاع کو فٹوں میں دریافت کرو۔
(۹) ایک مثلث کی اضلاع میں نسبت ۷ اور ۵ اور ۲۰ کی ہی اور رقبہ ۲۲۲۶ مربع فیٹ ہی تو اضلاع کو فٹوں میں تبلاؤ
(۱۰) ایک مثلث متساوی الاضلاع اور مربع کا مجموعہ اضلاع ایک ہی اونکے رقبوں میں نسبت تبلاؤ۔
(۱۱) ایک مربع اور ایک مسدس منتظم کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہی اونکے رقبونکی باہمی نسبت تبلاؤ۔
(۱۲) دائرہ کا محیط اور مربع کا مجموعہ ایک ہی ہین اونکے رقبونکی باہمی نسبت تبلاؤ
(۱۳) ایک دائرہ کا محیط اور ایک مسدس منتظم کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہی اونکے رقبونکی باہمی نسبت تبلاؤ
(۱۴) مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع کیا کہیں کہ رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہو۔
(۱۵) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہی تو بتاؤ جو مسدس منتظم اسکے برابر ہوگا اوسکا ضلع کیا ہوگا۔
(۱۶) ایک دائرہ کا نصف قطر ایسا دریافت کرو کہ اوسکے اندر ۹۰ درجے کے قطعہ کا رقبہ ۵۰ مربع فیٹ ہو۔
(۱۷) مثلث کا ایک ضلع ۱۵ فیٹ ہی اب منظور یہ ہی کہ اور اضلاع میں سے کسی ایک ضلع کے خطوط متوازی کھینچکر اوس مثلث کو پانچ برابر حصوں میں تقسیم کریں تو بتاؤ اس مثلث سی نقاط تقسیم کے کیا فاصلے ہونگے۔
(۱۸) ایک مثلث متساوی الاضلاع اور مربع کا ایک ہی رقبہ ہی اونکے مجموعہ اضلاع میں باہمی نسبت تبلاؤ کہ کیا ہی۔
(۱۹) ایک ذوزنقہ کے اضلاع متوازیہ ۱۲ اور ۲۰ فیٹ ہین اور اونکے درمیان عمودی فاصلہ ۵ فیٹ ہی اب منظور یہ ہی کہ اس ذوزنقہ کو دو متساوی ذوزنقہ میں تقسیم کریں۔

تو اضلاع متوازیہ مین سے چھوٹے ضلع سے لصف کرنے والے خط کا فاصلہ کیا ہوگا

(۲۰) مربع کا ضلع ۱۲ فیٹ ہی اور ایک قطر کے متوازی دو خط مستقیم کھینچکر اوسکے تین برابر حصے کیئے ہین تو خطوط متوازیہ کے درمیان فاصلہ عمودی کو دریافت کرو۔

(۲۱) دایرہ کا محیط اور بارہ ضلعے کی شکل منتظم کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہی تو موجب معات ۱۹۹ اور ۱۶ کے ثابت کرو کہ دائرہ کا رقبہ ۳۱۴۱۵۹ / ۳۱۴۱۶ گنا کثیر الاضلاع کے رقبہ سے ہی

باب چہارم مجسمات

بیسوین فصل حدود

(۲۱۲) بعض اصطلاحات کی تعریف سے اس باب کو شروع کرتے ہین اوسکا آیندہ بہت کام پڑتا ہی اگرچہ یہ بات آسانی کے لئے ہی کہ سب حدود کو جمع کرکے ایک ہی فصل مین ہم لکھتے ہین لیکن یہ ضرور نہین کہ طالبعلم اون سب کو ایک ہی دفعہ نہایت غور سے مطالعہ کرے ابتدی کے واسطے یہی کافی ہوگا کہ اول ایکدفعہ سب حدود کو توجہ کے ساتھہ پڑھ جا اور پھر جہان موقع اور ضرورت آن کر پڑے اوسپر توجہ کرے۔

(۲۱۳) سطوح متوازیہ وہ ہین جو آپسمین کہین نہ ملین خواہ کہین تک خارج کیجائین مثلاً ایک مکان کی چھت اور فرش دو سطوح متوازیہ ہین۔

(۲۱۴) ایک خط مستقیم سطح پر عمود ہوتا ہی یا زاویے قائمے بناتا ہی جب ہر خط مستقیم پر جو اوس سطح مین اوسسے ملے زاویے قائمے بناتا ہی۔

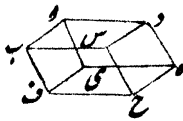
یہ علم ہندسہ کا حدود بعینہ ہی خواہ طالب علم اسپر غور کرے یا نہ کرے مگر وہ سطح پر عمود ہونے کے مفہوم کو آسانی سے اس طرح سمجھہ سکتا ہے کہ سیدہی لکڑی کو سیدہا زمین پر کھڑا کرکے دیکہہ لے کہ سطح پر کسی خط کے عمود ہونے کے یہ معنی ہوتے ہین۔

اور اسیطرح بغیر علم ہندسہ کے حدود پر غور کرنے کے طالبعلم اس بات کو سمجھہ سکتا ہی کہ ایک سطح پر ایک سطح کے عمود ہونے یا زاوے قائمے بنانے کے کیا معنی ہین وہ ایک مکان کی دیوارین دیکہہ لے کہ وہ فرش اور چھت دونو پر عمود ہین اور کواڑ کو دیکہہ لے کہ اپنی چول کے

بهرنے سے دونو فرش اور چہت پر عمود رہتا ہے۔

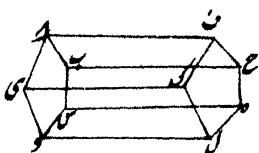
(۲۱۵) مجسم متوازی السطوح وہ شکل مجسم ہے جسکو چہہ متوازی الاضلاعون نے احاطہ کیا ہو اور اونمین سے دو دو مقابل کی سطحین متوازی اور متساوی ہون نیچے شکل مین مجسم متوازی السطوح کی صورت بنی ہوئی ہے اوسمین اب س د اور ی ف ح ہ برابر متوازی الاضلاعین سطوح متوازیہ مین ہین اور اب ف ی اور د س ح ہ برابر

متوازی الاضلاعین سطوح متوازیہ مین ہین

اور ا د ہ ی اور ب س ح ف برابر

متوازی الاضلاعین سطوح متوازیہ مین ہین

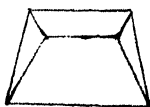
جب مجسم متوازی السطوح کی چہون سطوح احاطہ کرنیوالی قائم الزاویہ ہوتی ہین تو اوسکو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کہتے ہین اور اگر وہ قائم الزاویہ نہین ہوتین تو اوسکو مجسم متوازی السطوح غیر قائم الزاویہ کہتے ہین اینٹ کو دیکہہ لو اور مجسم متوازی السطوح کو سمجہہ لو کہ اس شکل کا ہوتا ہے ایک قائم الزاویہ مجسم متوازی السطوح جنکی احاطہ کرنے والے چہیون قائم الزاویہ آپسمین برابر ہون اوسکو مکعب کہتے ہین اور اسی مضمون کو یون ہی بیان کرتے ہین کہ مکعب وہ مجسم ہے جس کو چہہ برابر مربعون نے احاطہ کیا ہو اور اونمین سے دو دو مقابل کے مربعے سطوح متوازیہ مین ہون۔

(۲۱۶) جن سطوح مستویہ سے اجسام احاطہ ہوتی ہین اونکو اطراف مجسم کہتے ہین یا مجسم کی رخ اور ان سطوح مستویہ کو جو خطوط مستقیم احاطہ کرتے ہین اونکو مجسم کے کنارے کہتے ہین پس مجسم متوازی السطوح کی چہہ طرفین اور بارہ کنارے ہوتے ہین۔

(۲۱۷) منشور وہ شکل مجسمہ ہے جسکو اون اشکال مستوی نے احاطہ کیا ہو کہ جنمین سے دو سطحین جو مقابل ہون متشابہ اور متساوی اور متوازی ہون اور باقی سطوح متوازی الاضلاع ہون جو سطحین مقابل کی متساوی اور متوازی ہوتی ہین اونکو منشور کے سر یا منشور کے قاعدے کہتے ہین

یہ شکل منشور کو تعبیر کرتی ہی اور
ا ب س د ی اور ف ح ہ ک ل اوسکی سرے مخمس متساویہ
ہین اور یہ دونو سطوح متوازیہ مین ہین اور مجسم کو احاطہ
کرنیوالی اور شکلین متوازی الاضلاع ہین ا ب ح ف
اور ب س و ح ہین اور ایسی ہی اور بہی شکلین ہین ایسی منشور کو منشور خماسی کہتی ہین اور اگر منشور کے
سرون پر مسدس ہون تو اوسکو منشور مسدسی کہینگے اور علی ہذا القیاس منشور کو قائم الزاویہ اوس
حالت مین کہتی ہین کہ متوازی الاضلاع جو اوسکی احاطہ کرنیوالی قائم الزاویہ ہون اور غیر قائم الزاویہ
کہتے ہین جب اشکال محیط ایسی نہون منشور قائم مین ر غو نیر او سکے سر زاوے قائمی بناتے ہین
پس اس طرح مجسم متوازی السطوح منشور مین داخل ہوگیا اور مجسم قائم الزاویہ متوازی السطوح اور
مکعب منشور قائم الزاویہ ٹھہر گئے۔

(۲۱۸) مخروط وہ مجسم ہی جسکو کسی ایک شکل مستقیمۃ الاضلاع اور تین یا زیادہ مثلثون نے احاطہ کیا ہو اور
یہ مثلث ایک نقطہ پر ملتے ہون اس نقطہ کو راس مخروط اور اوسکے مقابل کی مستقیمۃ الاضلاع کو قاعدہ
مخروط کہتے ہین جب تین مثلث ایسی ملتے ہین تو قاعدہ مخروط کا مثلث ہوتا ہی اور جب چار مثلث
راس پر ملتے ہین تو قاعدہ مخروط کا ذو اربعۃ الاضلاع ہوتا ہی مصر کا مینار جو مخروطی شکل کا مشہور ہے
وہ اسی قسم کا ہے تصاویر اوسکی اکثر طالب علمون نے دیکھی ہونگی کہ اونمین اوسکے قاعدے
مربع بنے ہوتے ہین۔ جب پانچ مثلث راس پر ملتے ہین مخروط کا قاعدہ مخمس ہوتا ہے
اور علی ہذا القیاس۔

(۲۱۹) اگر ہی مجسم کو ایک سطح متوازی القاعدہ قطع کرے تو جو ٹکڑا جسم کا قاعدہ اور اوس سطح
کے درمیان واقع ہوگا اوسکو مجسم ناقص کہینگے اور قاعدہ اور یہ سطح مجسم ناقص کے سرے کہلاتے ہین
اگر ایک مخروط دو حصون مین ایک سطح سے کہ قاعدہ کی متوازی ہو منقسم ہو تو ایک حصہ مخروط
ناقص ہوگا اور دوسرا مخروط ہوگا۔

(۲۲۰) فانہ وہ جسم ہی جسکو پانچ سطحون نے احاطہ کیا ہو اور اوسکا قاعدہ ایک قائم الزاویہ ہو اور دوسرے مثلث ہون اور باقی دو طرفون مین اوسکے دو ذوزنقہ ہون دونو ذوزنقونکا فصل مشترک فانہ کا کنارہ کہلاتا ہی اور قاعدہ کا ضلع جو کنارہ کا متوازی ہو اوسکو طول قاعدہ کہتے ہین

اگر قاعدہ کا طول کنارہ کی برابر ہو تو ذوزنقہ متوازی الاضلاعین ہو نگین اور فانہ منشور غیر قائم الزاویہ ہو جائیگا اور اگر یہ متوازی الاضلاعین قائم الزاویہ ہونگین تو فانہ منشور مثلثی قائم الزاویہ ہو گا۔

(۲۲۱) مجسم ذوزنقہ وہ مجسم ہی جسکے سرے دو مستقیمۃ الاضلاع متوازی ہون اور اونمین تعداد اضلاع برابر ہو اور اوسکے تمام اطراف ذوزنقہ ہون

اگر سرے متشابہ شکلین اور ہم وضع ہون تو مجسم ذوزنقہ مخروط ناقص ہو گا

اگر سرے قائم الزاویہ ہین تو مجسم ذوزنقہ فانہ ناقص ہو گا بعض کے نزدیک مجسم ذوزنقہ اس آخر ہی مجسم کا نام ہی۔

(۲۲۲) کرہ وہ مجسم ہی جسکی سطح کا ہر ایک نقطہ ایک خاص نقطہ سے برابر فاصلہ پر واقع ہو وے اس خاص نقطہ کو مرکز کہتے ہین۔

کرہ کا نصف قطر وہ خط مستقیم ہے جو مرکز سے کرہ کی سطح تک کہیچا جائے۔

قطر کرہ وہ خط مستقیم ہی کہ مرکز سے کہیچا جاوے اور دو طرف کرہ کی سطح پر ختم ہوتا ہو۔

کرہ جو کسی سطح سے قطع ہو تو سطح متفاصل دائرہ ہو گی اور اگر سطح مرکز پر گذرتی ہو تو سطح متفاصل دائرہ عظیمہ پیدا کریگی کبھی کبھی کرہ کو گولا بھی کہتے ہین گیند اور انٹی کی گولیان دیکہو اوس سے کرہ کی شکل خوب سمجھ مین آتی ہی اور سیسی کی گولیان اور بہت سی چیزین ایسی ہین کہ اونکو دیکہکر کرہ کو خوب سمجھ سکتے ہین۔

اگر کرہ ایک سطح سے دو حصوں مین منقسم ہو تو ہر ایک حصہ کو قطعہ کرہ کہتے ہین اس قطعہ کرہ کا قاعدہ
دائرہ ہوتا ہی جو اوسی سطح اور کرہ کی انقطاع سے پیدا ہوتا ہی۔
اگر قاعدہ قطعہ مین ایک قطر عمود ہو تو اوسکا جو حصہ قطعہ مین واقع ہو گا اوسکو ارتفاع قطعہ کہینگے۔
منطقہ کرہ وہ کرہ کا حصہ ہی جو دو متوازی سطحوں کے درمیان واقع ہو اون سطوح متوازیہ کے
فاصلہ عمودی کو ارتفاع منطقہ کہتے ہین۔

(۲۲۳) کرہ کی ایک اور طرح بھی تعریف کرتے ہین۔ فرض کرو کہ ا ب س نصف دائرہ ہی اور ا س
قطر ہے نصف دائرہ کاغذ یا وصلی کا کترلو اور ا س کو قائم اور ساکن رکھہ کر نصف دائرہ کو
اوسکے گرد متحرک کرو تو ا ب س کے متحرک
ہونے سے ایک مجسم پیدا ہو گا اوسی کو کرہ کہتے ہین
کچھہ ضرورت نہین کہ اس ترکیب سے کرہ کی تعریف کرین کیونکہ اوس سے
اور اچھی طرح تعریف کر سکتے ہین اور اوسی کرہ کا نقش خوب ذہن مین بٹھا سکتے ہین مگر اور مجسمات
ہین جنکی تعریف اسی ترکیب سے کی جاتی ہی اسلئے ہمنے یہ ترکیب اول کرہ مین اختیار کی تاکہ
اوس سے اور مجسمات کی تعریف سمجھنے مین آسانی ہو۔

(۲۲۴) اسطوانہ وہ شکل مجسمہ ہی کہ ایک قائم الزاویہ کو اپنے کسی ضلع قائم پر چکر دینے
سے پیدا ہو۔
مثلاً فرض کرو کہ ا ب س د قائم الزاویہ ہی اور ا ب قائم اور ساکن رکھا جاے اور قائم الزاویہ
اوسکے گرد چکر لگائے۔
تو شکل ا ب س د کے چکر دینی سی ایک مجسم پیدا ہو گا جسکو اسطوانہ
مستدیر کہتے ہین ا ب کو محور یا سہم اسطوانہ کہتے ہین
دائرے جو ا د اور س ب کی حرکت سی پیدا ہوتے ہین اونکو اسطوانہ کے سرے کہتے ہین
ہر ایک سر کو قاعدہ اسطوانہ بھی کہہ سکتے ہین۔

ناتراشیدہ سری قلم خوب اسطوانہ کی مثال ہی اگر اسطوانہ کسی سطح سے جو قاعدہ کی متوازی ہو قطع ہو تو اس سطح اور اسطوانہ کا فصل مشترک دائرہ ہوگا اور اسطوانہ کے جو دو حصے ہونگے اونمین سے ہر ایک اسطوانہ ہوگا اور اس فصل مشترک کو شرح ستفاصل بھی کہتے ہین۔

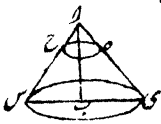
(۲۲۵) جسکو ہم اسطوانہ کہتے ہین اوسکا پورا نام اسطوانہ مستدیر قائم ہی اس لفظ قائم سے یہ سمجھا جاتا ہی کہ محور اب عمود قاعدہ پر ہی اور لفظ مستدیر سے یہ سمجھا جاتا ہی کہ اوسکا قاعدہ دائرہ ہی اور تدویر یعنی دور کرنے سے وہ پیدا ہوا ہی اور سوا اس اسطوانہ مستدیر قائم کے اور قسم کے اسطوانہ بھی تحقیقات ریاضیہ مین واقع ہوتی ہین اسطوانہ کو بہت مماثلت ایسی مخروط سے ہی جسکے قاعدہ کے اضلاع بہت سے ہون اور ہر ایک ضلع نہایت چھوٹا ہو۔

اسطوانہ مستدیر قائم اوس مخروط قائم سے مشابہت رکھتا ہی جسکے سر کثیر الاضلاع منتظم ہون مخروط مائل سے نقطو اسطوانہ مائل کا سمجھہ مین آسکتا ہی۔

آیندہ جب فقط اسطوانہ کا لفظ کام مین آئے تو اوس سے مراد ہر ایک قسم کا اسطوانہ ہوسکتا ہی مگر مبتدیون کے لئے یہ کافی ہوگا کہ وہ فقط اس لفظ سے قائم اسطوانہ مستدیر سمجھین۔

(۲۲۶) مخروط مستدیر وہ شکل مجسمہ ہے جو مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع قائمہ مین سے کسی ایک ضلع کو ساکن رکھہ کر مثلث قائم الزاویہ کو اوسیر پورا چکر دینے سے پیدا ہوگا

مثلاً فرض کرو کہ اب س مثلث قائم الزاویہ ہی اور ب اوسمین زاویہ قائمہ ہی۔

اب کو ساکن رکھہ کر اوسپر مثلث کو چکر دو تو اس چکر سے

ایک مجسم پیدا ہوگا جسکو مخروط مستدیر کہتے ہین

نقطہ ا کو مخروط مستدیر کا راس اور اب کو اوسکا محور اور سہم کہتے ہین۔

اور ب س کی حرکت سے جو دائرہ پیدا ہوتا ہی اوسکو قاعدہ مستدیر کہتے ہین راس سے قاعدہ کی محیط تک جو خط کھینچا جائے تو اوس کو مخروط مستدیر کا ضلع مائل اور کبھی اوسکو مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل بھی کہتے ہین۔

اگر مخروط مستدیر کو ایک سطح قطع کرے اور وہ سطح متوازی قاعدہ کی ہو تو اس سطح اور مخروط مستدیر کی انقطاع سے دائرہ پیدا ہوگا اسکی مثال شکل مین دائرہ ح ہ موجود ہے اور جب مخروط مستدیر قاعدہ کی سطح متوازی سے دو حصونمین منقسم ہوتا ہی تو وہ حصہ کہ راس اور سطح کے درمیان واقع ہو مخروط مستدیر ہوتا ہی لیکن جو حصہ اس سطح اور قاعدہ کے درمیان ہوتا ہی اوسکو مخروط مستدیر ناقص کہتے ہین دفعہ (۲۱۹) دیکھو اور مخروط مستدیر ناقص کا ضلع مائل یا ارتفاع مائل وہ حصہ ضلع مائل مخروط مستدیر کا ہوتا ہی جو سطح متفاصل سے قطع ہو جاتا ہی اسکی مثال شکل مین خط ح س موجود ہے۔

(۲۲۷) مخروط کے ساتھ جو الفاظ ہمنے مستدیر اور قائم کے لگائے ہین اوسکی وجہ یہہ ہے کہ مستدیر تو اس سبب سے کہ قاعدہ اسکا دائرہ ہوتا ہی اور قائم اس سبب سے کہ محور ا ب زاوئے قائمے قاعدہ پر بناتا ہی سوا مخروط مستدیر قائم کی اور طرح کی بہی مخروطات تحقیقات ریاضیہ مین آتے ہین مخروط دو طرح کی ہوتی ہین ایک مین قاعدہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ہوتا ہی دوسرے مین دائرہ ہوتا ہے اسلئے پہلی مخروط کو مخروط مضلع کہتے ہین اور دوسرے مخروط کو مخروط مستدیر ان دونو مین آپسمین بڑی مماثلت ہی جو مخروط مضلع ایسا ہی کہ اوسکا قاعدہ کثیر الاضلاع منتظم ہے اور مثلثی اطراف سب آپسمین برابر ہین وہ مخروط مستدیر قائم کے مشابہ ہی اور جو مخروط مضلع ایسا ہی کہ اوسکا قاعدہ شکل مستقیمۃ الاضلاع منتظم نہین ہے اور نہ اوسکی مثلثی اطراف برابر ہین وہ مخروط مستدیر مائل سے بہت مشابہت رکہتا ہے۔

جب ہم نرا لفظ مخروط کا لکہین تو اوس سے ہر قسم کا مخروط مراد ہوتا ہے مگر مبتدی کے لئے یہ کافی ہوگا کہ وہ فقط لفظ مخروط سے مخروط قائم سمجہے۔

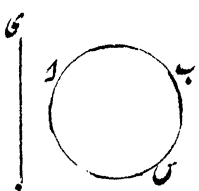
(۲۲۸) مجسم حلقہ سے مراد وہ مجسم ہی کہ ایک دائرہ کو خط مستقیم کے گرد جو دائرہ کی سطح مین ہو اور اوسکو قطع نہ کرتا ہو حرکت دینے سے پیدا ہوتا ہو۔

مثلاً فرض کرو کہ ا ب س دائرہ ہے اور د ی کوئی خط مستقیم سطح دائرہ مین ہے۔

اور وہ سطح دائرہ کو نہین کاٹتا ہے

د ی کو ساکن رکھہ کر دائرہ ا ب س کو

د ی کے گرد حرکت دین شکل ا ب س کی حرکت

سے ایک مجسم پیدا ہوگا اوسکو حلقہ کہتے ہین۔

(۲۲۹) مجسم متوازی السطوح کی ہر طرف کو قاعدہ کہہ سکتے ہین۔ طرف مقابل سے جو عمود اس قاعدہ پر نکالین اوسکو ارتفاع مجسم کہتے ہین۔

مخروط مضلع اور مستدیر کا ارتفاع وہ عمود ہی جو راس سے قاعدہ پر نکالین

منشور اور اسطوانہ اور مجسم ذو زنقہ اور مجسم ناقص کا ارتفاع وہ عمود ہے کہ ایک سرے سے دوسرے سرے تک کہیچا جائے ہر سر یکو قاعدہ کہہ سکتے ہین۔ فانہ کا ارتفاع وہ عمود ہے جو کنارہ کے کسی نقطہ سے قاعدہ پر نکالین۔

الیسوین فصل پیمانہ مجسمات

(۲۳۰) جسطرح دفعہ (۱۲۶) مین جدول سطحات کے پیمانون کی بسط کے ساتہہ لکہی ہی اوسیطرح جدول مجسمات پیمانونکی توضیح کے ساتہہ لکہی جاتی ہی مگر فقط بیان اتنی بات کا دیکہہ لینا کافی ہے کہ

۱۷۲۸ مکعب انچ کا ایک مکعب فٹ ہوتا ہی

۲۷ مکعب فیٹ کا ایک مکعب گز ہوتا ہے

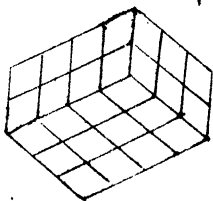
(۲۳۱) پیمانونکے نظام اور اوزان مین جو ربط اور تعلق ہوتا ہی اوسکا بیان کرنا بہی ضرور ہے حقیقت مین جو اوزان ہوتے ہین وہ بہی مجسمات کے پیمانونسے اندازہ ہوتے ہین مثلاً گرین کا وزن اسطرح معین کرتے ہین کہ صاف پانی کا ایک مکعب انچ لیتے ہین اور اوسکو تولتے ہین یا ۲۵۲،۴۵۸ گرین کا وزن اوسکا مقرر کرتے ہین۔

ایک پونڈ اوور ڈیوپوئس کے وزن کو ۔۔۔ گرین مقرر کرتے ہین۔ ایک مکعب فٹ پانی کا وزن ۱۷۲۸×۲۵۲،۴۵۸ گرین یعنی ۱۶×۲۸×۱۷۲۸×۰۰۰،۷۰۰۰÷۲۵۲،۴۵۸ اوور دیوپوئس

یہ عدد تین مرتبہ کی اعشاریہ تک برابر ۹۹۷،۱۳ کی ہی اسلیئے عمل مین اکثر یہ کافی ہوتا ہی کہ ایک مکعب فیٹ پانی کا وزن ۱۰۰۰ اونس حساب مین لگائین۔

گیلن ایک پیمانہ ہوتا ہی جسمین ۱۰ پونڈ پانی سماتا ہی یعنی ۷۰۰۰۰ گرین لپس اس سے معلوم ہوا کہ گیلن مین ۲۵۲،۴۵۸ مکعب انچ ہونگے اور یہ عدد تین مرتبہ کی اعشاریہ تک برابر ہے ۲۷۷،۲۷۴ کے لیکن اکثر عمل مین امر کافی ہوتا ہی کہ گیلن کو ۲۷۷ ۱/۴ مکعب انچ ٹہراکر حساب لگالیتے ہین۔

بائیسوین فصل مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے بیان مین

(۲۳۲) فرض کرو کہ ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۴ انچ طول مین ۳ انچ عرض مین اور ۲ انچ ارتفاع مین ہے اب یہ مجسم متوازی السطوح سے جو ایک طرف کی متوازی ہون ایک ایک انچ کے فاصلہ سے قطع ہو تو وہ مجسم ۲۴ برابر مجسمو نمین منقسم ہوگا اور ان مجسمون مین سی ہر ایک ایسا مکعب ہوگا کہ جسکا طول ایک انچ اور عرض ایک انچ اور ارتفاع ایک انچ ہوگا۔ ایسی مکعب کو ایک مکعب انچ کہتی ہین پس مجسم متوازی السطوح مین ۲۴ مکعب انچ ہوئی اور اس مطلب کو یون ادا کیا کرتے ہین کہ مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی ضخامت ۲۴ مکعب انچ ہی۔

بجاے لفظ ضخامت کے لفظ جسامت اور حجم کا بھی استعمال کرتے ہین۔

۴ و ۳ و ۲ کا حاصل ضرب ۲۴ کا عدد ہے اور مجسم متوازی السطوح کا طول و عرض و ارتفاع ان اعداد سے تعبیر ہوتا ہی۔

(۲۳۳) اگر ایک مجسم متوازی السطوح کا طول ۸ انچ و عرض ۷ انچ اور ارتفاع ۵ انچ ہو تو ہم اوپر کی طرح ثابت کر سکتے ہین کہ اوسکی جسامت ۵ مکعب انچ کی ست گنی کا آٹھہ گنا ہی یعنی ۲۸۰ مکعب انچ ہی۔ ایسے ہی اگر مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۵ انچ طول مین اور ۱۲ انچ عرض مین

اور ۱۰ انچ ارتفاع مین ہو تو جسم کی جسامت ۱۰ مکعب انچ کی ۱۲ گنی کا ۱۵ گنا ہوگا یعنی ۱۸۰۰ مکعب انچ
اور علی ہذا القیاس ۔

(۲۳۴) اسی طرح اگر مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۴ فیٹ لنبا اور ۳ فیٹ چوڑا اور ۲ فیٹ اونچا ہو تو ۲۴ مکعب فیٹ جسامت ہوگی یعنی مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۲۴ برابر ایسے مجسمون مین تقسیم ہوگا کہ ہر ایک اونمین سے ایک فٹ لنبا ایک فٹ چوڑا ایک فٹ اونچا ہوگا اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۴ گز لنبا ۳ گز چوڑا ۲ گز اونچا ہو تو اوسکی جسامت ۲۴ مکعب گز ہوگی اور علے ہذا القیاس ۔

(۲۳۵) دفعہ (۱۳۱) مین ہمنے ایک اصول عام بیان کیا ہے اوسکو طالب علم یاد کرکے یہ کہیگا کہ مجسمات کی جسامت بیان کرنے کا طریقہ بہی اوسی اصول کے موافق ہے یعنی ایک مجسم کو پیمانہ واحد قرار دیتے ہین اور اوس سے اور مجسمات کی جسامتونکا اندازہ کرتے ہین اور حساب لگاتے ہین مکعب کو پیمانہ واحد ٹہراتے ہین اوس سے جسامتون کے اندازہ کرنے مین نہایت آسانی ہوتی ہے اور یہ مکعب خواہ ایک مکعب انچ ہو یا ایک مکعب فٹ ہو یا ایک مکعب گز ہو یا کوئی اور مکعب ہو ۔

(۲۳۶) پس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی جسامت دریافت کرنے کے لیے اول طول عرض ارتفاع کو ایک نوع کے پیمانون مین تحویل کرنا چاہیئے تو جو اعداد کہ طول عرض ارتفاع کو تعبیر کرین اونکا حاصل ضرب جسامت کو تعبیر کریگا اگر طول عرض ارتفاع سب انچون مین بیان کیے جائین تو جسامت مکعب انچون مین تعبیر ہوگی اور اگر طول عرض ارتفاع سب فٹون مین بیان کیے جائین تو جسامت اوسکی مکعب فٹون مین تعبیر ہوگی اور علی ہذا القیاس ۔

(۲۳۷) دفعہ (۲۳۲) مین جس مثال کو بیان کیا ہے اوسمین جسامت برابر ۴×۳×۲ مکعب انچ کے ہے اب فرض کرو کہ مجسم متوازی السطوح کا قاعدہ اوس سطح قائم الزاویہ کو ہم بنائین جو ۴ انچ لنبا اور ۳ انچ چوڑا ہے تو ارتفاع ۲ انچ ہوگا اور قاعدہ کا رقبہ ۱۲ مربع انچ ہوگا پس عدد جس سے کہ مجسم کی

جسامت تعبیر ہوتی ہے اون اعداد کا حاصلضرب ہی جو قاعدہ کی رقبے اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہین اگر اوس سطح قائم الزاویہ کو قاعدہ بنائین جسکا طول و عرض ہو ۲ انچ ہین تو ارتفاع ۳ انچ ہوگا پس اب بہی موافق سابق کے جسامت اون اعداد کے حاصل ضرب کی برابر ہے جو قاعدہ کے رقبے اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہین۔ ہم مجسم کا قاعدہ اوس قائم الزاویہ کو بنائین جسکا طول عرض ۳ و ۲ انچ ہین تو ارتفاع ۴ انچ ہوگا اور موافق سابق کے اعداد کے حاصلضرب کی برابر جسامت ہوگی جو قاعدہ کے رقبے اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہین۔

(۲۳۸) اب اس سے طالب علم اس بات کو سمجہہ جائیگا کہ مجسمات کی جسامتونکو کسطرح بیان کیا کرتے ہین ہم قاعدونکو اختصار کے ساتہہ بیان کرینگے مگر انکے سمجہنے مین طالبعلمونکو کچہہ دقت نہین واقع ہوگی اگر اونہا وہ دفعات گذشتہ کے بیانات کو بخوبی سمجہہ گیا ہو

(۲۳۹) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ طول عرض ارتفاع سب کو آپسمین ضرب دو تو حاصلضرب جسامت ہوگی۔

یا قاعدہ کے رقبہ کو ارتفاع مین ضرب دو تو حاصلضرب جسامت ہوگی۔

(۲۴۰) مثالین۔

(۱) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول ۲ فیٹ ۶ انچ اور عرض ا فٹ ۸ انچ اور ارتفاع ۹ انچ ہے

۲ فیٹ ۶ انچ = ۳۰ انچ   ا فٹ ۸ انچ = ۲۰ انچ

۳۰×۲۰×۹ = ۵۴۰۰

پس جسامت ۵۴۰۰ مکعب انچ ہے۔

(۲) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے قاعدہ کا رقبہ ۱۵ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع ۳ فیٹ ۹ انچ ہے

۳ فیٹ ۹ انچ = ۳٫۷۵ فیٹ

۱۵×۳٫۷۵ = ۵۶٫۲۵ پس جسامت ۵۶٫۲۵ مکعب فیٹ ہے۔

(۲۴۱) اگر ہمکو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی جسامت معلوم ہو اور قاعدہ کا رقبہ

تو جو عدد جسامت کو تعبیر کرتا ہی اوسکو اوس عدد پر تقسیم کریں جو قاعدہ کی رقبہ کو تعبیر کرتا ہی تو خارج قسمت ارتفاع ہوگا اور سیطرح سے اگر جسامت اور ارتفاع معلوم ہو تو قاعدہ کا رقبہ ہم دریافت کرسکتے ہیں مگر اس بات کی احتیاط تقسیم کرنے میں رہی کہ جسامت اور قاعدہ اور ارتفاع کو متجانس پیمانوں میں تحویل کریں دفعہ (۱۳۲) دیکھو۔

(۲۴۲) مثالیں

(۱) مجسم متوازی السطوح کی جسامت ۵۷۶ مکعب انچ اور قاعدہ کا رقبہ نصف مربع فٹ ہی ارتفاع دریافت کرو۔

نصف مربع فٹ = ۷۲ مربع انچ اور $\frac{۵۷۶}{۷۲}$ = ۸

پس ارتفاع ۸ انچ ہے

(۲) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی جسامت ۶ مکعب فیٹ ہی اور ارتفاع ۱ فٹ ۴ انچ ہے قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو

۱ فٹ ۴ انچ = ۱⅓ فیٹ اور $\frac{۶}{۱\frac{۱}{۳}} = \frac{۶}{۱}\times\frac{۳}{۴} = ۴\frac{۱}{۲}$

پس قاعدہ کا رقبہ ۴½ مربع فیٹ ہی

(۲۴۳) وہ مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ایک مکعب ہوتا ہی جسکا طول عرض ارتفاع سب برابر ہوں آپسمیں تو ایسے پس مکعب کی جسامت دریافت کرنیکے لئی اوس عدد کو جو طول کو تعبیر کرتا ہی فی نفسہ ضرب دیں اور حاصل ضرب کو پھر اوسی عدد میں ضرب دیں پس اس سے معلوم ہوتا ہی کہ عدد کے مکعب سے جو یہ مراد ہوتی ہی کہ عدد کو فی نفسہ ضرب دو اور حاصل ضرب کو پھر اوسی عدد میں ضرب دو تو اوسکی وجہ یہی ہی۔

(۲۴۴) دفعہ (۲۳۰) میں جو نقشہ لکھا ہی اوسمیں جو تعلق مکعب انچ اور مکعب فٹ اور مکعب گز کے درمیان ہی وہ اس بات کی استعانت سے بہت آسانی سے یاد رہ سکتا ہی مثلاً اول ہی ہم نے بیان کیا ہی کہ ۱۷۲۸ مکعب انچ ایک مکعب فٹ کو تعبیر کرتا ہی ایک مکعب فٹ ۱۲ انچ لمبا

اور ۱۲ انچ چوڑا ۱۲ انچ اونچا ہوگا تو دفعہ (۲۳۲) کی ترکیب کے موافق ایک مکعب فٹ مین ۱۲×۱۲×۱۲ مکعب انچ ہونگے یعنی ۱۷۲۸ مکعب انچ

(۲۴۵) اب بطور مشق کے چند مثالین ہم حل کرتے ہین

(۱) ایک دیوار ۲۵ گز لنبی ۱۵ فیٹ بلند اور ۱ فٹ ۱۰½ انچ آثار کی بنانی منظور ہے تو بتاؤ ۹ انچ لنبی ۴½ انچ چوڑی ۳ انچ موٹی اینٹین کتنی اوسمین لگینگی۔

مکعب انچون کی تعداد دیوار مین

۲۵×۳×۱۲×۱۵×۱۲×۴۵/۲

اور اینٹ مین ۹×۴½×۳ پہلے عدد کو دوسرے پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۳۰۰۰۰ نکلے گا پس یہی اینٹون کی تعداد ہے۔

(۲) ایک ظرف ۱۵ فیٹ ۴ انچ طول مین ۸ فیٹ ۳ انچ عرض مین ہے اور اوسمین پانی بھرا ہوا ہے تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ پانی اوسمین سے نکالین کہ ایک فٹ پانی اوتر جائے۔

پانی کا حجم جو اوس ظرف مین سے نکالا جائے برابر اوس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے ہے جو ۱۵⅓ فیٹ طول مین اور ۸¼ فیٹ عرض مین اور ایک فٹ عمق مین ہے اسیواسطے اوسکے حجم مین مکعب فٹون کی تعداد ۴۶/۳ × ۳۳/۴ × ۱ یعنی ۲۳×۱۱/۲ یعنی ۱۲۶½ ہے

(۳) ایک مکعب ظرف مین ۱۰۰ گیلن پانی ہے اوسکا طول دریافت کرو

ظرف مین ۲۷۷۲۷،۴ مکعب انچ ہین پس تعداد انچونکی طول مین اس عدد کے جذر الکعب نکالنے سی دریافت ہوگی اور اوسکا جذر الکعب ۳۰،۲۶۷ انچ ہے اسلئے یہی ضلع کا طول ہے۔

(۴) ایک ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوسپر ڈھکنا نہین ہے باہر سے طول ۴ فیٹ ہے اور عرض ۳ فیٹ اور گہراو ۲ فیٹ ہے اور جس شی کا وہ صندوق بنا ہوا ہے اوسکا دل ایک نصف انچ ہے اس شی کے مکعب انچ دریافت کرو۔

امتداد بیرونی انچون مین ۴۸ و ۳۶ و ۲۴ ہین اور حجامت اسکی ۴۱۴۷۲ مکعب انچ ہے

اور امتداد اندرونی انچونمین ۷،۴ و ۵،۳ و ۲۳ ½ ہین اسلئے جسامت ۷۸۴۵،۳ ½ مکعب انچ
پس اونمین ۲۸۱۴ ½ مکعب انچ کا تفاوت ہی یہی ماحصل مطلوب ہی

بائیسوین فصل کی مثالین

جن مکعبونکے طول بہ تفصیل ذیل ہین اونکے اندر تعداد مکعب فٹون اور انچونکی دریافت کرو

(۱) ۲ فیٹ ۸ انچ (۲) ایک فیدم

(۳) ۱ گز ۱ فٹ ۹ انچ (۴) ایک پول

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے اندر مکعب فٹ اور انچون کی تعداد دریافت کرو۔

(۵) ۴ فیٹ ۸ انچ ۳ فیٹ ۶ انچ ۲ فیٹ ۴ انچ

(۶) ۷ فیٹ ۹ انچ ۴ فیٹ ۹ انچ ۲ فیٹ ۳ انچ

(۷) ۲ گز ۲ فیٹ ۷ انچ ۳ فیٹ ۴ انچ ۲ فیٹ ۱۱ انچ

(۸) ۱۰ گز ۹ انچ ۵ گز ۱ فٹ ۷ انچ ۲ گز ۸ انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے اندر مکعب فٹ اور انچون کی تعداد دریافت کرو

(۹) قاعدہ کا رقبہ ۱۶ مربع فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ

(۱۰) قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع انچ ارتفاع ۱ گز

(۱۱) قاعدہ کا رقبہ ۱۲ مربع فیٹ ۸۰ مربع انچ ارتفاع ۲ فیٹ ۷ انچ

(۱۲) قاعدہ کا رقبہ ۵ مربع فیٹ ۲۰ مربع انچ ہی ارتفاع ۱ گز ۱ فٹ ۶ انچ ہی

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کے حجم اور قاعدے بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی ارتفاع فٹ مین دریافت کرو

(۱۳) جسامت ۶ مکعب فیٹ قاعدہ ۸ مربع فیٹ

(۱۴) جسامت ۴ مکعب فیٹ قاعدہ ۳ فیٹ ۴ انچ طول مین اور ۲ فیٹ ۶ انچ عرض مین

(۱۵) حجم ۲۴۲۴ مکعب فیٹ ۱۶۶۸ مکعب انچ قاعدہ ۲۴ مربع فیٹ ۳۴۸ مربع انچ

(۱۶) حجم ۱۹۸ مکعب فیٹ ۵۷۶ مکعب انچ قاعدہ ۳۴ مربع فیٹ ۴ مربع انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کے حجم اور ارتفاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی قاعدون کے رقبے دریافت کرو۔

(۱۷) حجم ۱۵ مکعب فیٹ ارتفاع ۱۹ انچ (۱۸) حجم ۹ مکعب فیٹ ۴۸ مکعب انچ ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ

(۱۹) حجم ۹۹ مکعب فیٹ ۲۲۸ مکعب انچ ارتفاع ۵ فیٹ ۱۰ انچ

(۲۰) حجم ۹۶ مکعب فیٹ ۱۴۴ مکعب انچ ارتفاع ۸ فیٹ ۶ انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم مین گیلن دریافت کرو

(۲۱) ۶ فیٹ ۶ فیٹ ۶ فیٹ (۲۲) ۶ فیٹ ۸ انچ ۶ فیٹ ۸ انچ ۶ فیٹ ۵ انچ

(۲۳) ۷ فیٹ ۴ انچ ۷ فیٹ ۶ انچ ۶ فیٹ ۹ انچ

(۲۴) ۸ فیٹ ۶ انچ ۸ فیٹ ۴ انچ ۸ فیٹ ۲ انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے اندر جو پانی ابر جاسکے اوسکا وزن ہنڈریڈ ویٹ مین تقریباً بتلاؤ

(۲۵) ۵ فیٹ ۵ فیٹ ۵ فیٹ

(۲۶) ۵ فیٹ ۶ انچ ۵ فیٹ ۶ انچ ۵ فیٹ ۳ انچ

(۲۷) ۶ فیٹ ۹ انچ ۶ فیٹ ۵ انچ ۵ فیٹ ۱۰ انچ

(۲۸) ۹ فیٹ ۴ انچ ۸ فیٹ ۷ انچ ۸ فیٹ ۲ انچ

(۲۹) ثابت کرو کہ ۶ انچ طول کا مکعب برابر ان تین مکعبون کے مجموعہ کے ہوتا ہی جنکی طول ۳ انچ ۴ انچ ۵ انچ ہین

(۳۰) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے کنارے ۴۹ جریب ۵۰ کڑی ۱ جریب ۵ کڑی اور ۳۱ کڑی ہین اوسکی حجامت مین مکعب جریب دریافت کرو

(۳۱) ایک مکان مین ۳ انچ موٹی ۱۰ انچ عرض کی کڑیان دو سو لگی ہین اور وہ سب ملکر ۱۰۰۰ مکعب فیٹ دو سو

تہین تو ہر ایک کڑیکا طول دریافت کرو۔

(۳۲) ایک دیوار ۹ فیٹ طول مین ۱۸ انچ آثار مین ۶ فیٹ بلند ہی تو بتاؤ اوسکے اندر ۹ انچ لنبی ۴½ انچ چوڑی ۳ انچ موٹی اینٹین کتنی لگینگی۔

(۳۳) ایسی کتابین کہ جنمین سے ہر ایک کتاب انچ لنبی ۵½ انچ چوڑی ۲½ انچ موٹی ہو ۳ فیٹ ۶ انچ لنبی ۳ فیٹ چوڑے ۲ فیٹ اونچے صندوق مین کتنی سمائینگی۔

(۳۴) اگر ایک مکعب فٹ سونے کے ورق ۴۳۲۰۰۰۰۰ مربع انچ پر پہیل جائین تو بتاؤ اوسکا دَل کیا ہوگا۔

(۳۵) ایک میٹر ۳۹٫۳۷ انچ کا ہوتا ہے تو اوس مکعب مین جسکا ضلع ایک میٹر ہو مکعب فٹون کی تعداد دریافت کرو۔

(۳۶) ایک چٹان ۴ فیٹ طول مین ۲½ فیٹ عرض مین ہی اور ۱½ فیٹ موٹا ہی اور اوسکا وزن ۲۷ ہنڈریڈ ویٹ ہی تو ۱۰ مکعب انچ پتھر کا وزن دریافت کرو۔

(۳۷) سنگ مرمر کا ایک مکعب فٹ وزن مین ۲٫۷۱۶ گنا پانی کے ایک مکعب فٹ کے وزن سے ہوتا ہی تو اوس سنگ مرمر کی سِل کا کیا وزن ہوگا جو ۹ فیٹ ۶ انچ طول مین اور ۲ فیٹ ۳ انچ عرض مین اور ۲ فیٹ دَل مین ہی۔

(۳۸) ثابت کرو کہ جس مکعب ظرف کا طول ۱۲٫۰۴ انچ ہو اوسمین ۱۰ گیلن پانی کم آئیگا اور جس مکعب ظرف کا طول ۱۲٫۰۵ انچ ہو اوسمین ۱۰ گیلن سے پانی زیادہ آئیگا۔

(۳۹) ایک ظرف ۴ فیٹ ۱۰ انچ طول مین ۲ فیٹ ۹ انچ عرض مین ہی اور پانی سے بہرا ہوا ہے تو بتاؤ اوسمین سے کتنے فیٹ پانی نکالین کہ ایک فٹ پانی عمق مین کم ہوجائے۔

(۴۰) ایک ظرف مین ۱۳ فیٹ ۶ انچ طول مین ۹ فیٹ ۹ انچ عرض مین ہی تو بتاؤ اگر اوسمین سے ۲۶۰ گیلن پانی نکالین تو کتنا پانی عمق مین کم ہوجائیگا۔

(۴۱) اگر ایک اونس سونے کو کوٹ کاٹ کے ۳۰ مربع گز ورق بنائین تو بتاؤ کتنے ورق

الٹھی کرین کہ ایک انچ ضخامت ہو اور ایک مکعب فیٹ سونے کا وزن اہنڈریڈ ویٹ ۵ ۹ پونڈ ہوتا

(۴۲) ثابت کرو کہ ایک فیدم مکعب پانی کا وزن ۶ ٹن ہوتا ہے

(۴۳) اگر مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول او رعرض عمق ڈیوڑہا دوسرے مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے طول عرض عمق سے ہو تو ثابت کرو کہ اول مجسم دوسرے مجسم کے سہ چند سے بڑا ہوگا

(۴۴) اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول او رعرض اور عمق سوایا دوسرے مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے طول عرض عمق سے ہو تو پہلا مجسم دوسرے مجسم کے دو چند کی برابر قریب قریب ہوگا

(۴۵) اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول بقدر ایک چھٹے حصہ کے اور عرض بقدر ایک ساتوین حصہ کے اور ارتفاع بقدر ایک اٹھوین حصہ کے زیادہ دوسرے مجسم کے طول و عرض و عمق سے ہو تو ثابت کرو کہ اول مجسم ڈیوڑہا دوسرے مجسم سے ہوگا

(۴۶) ایک صندوق مکعب کی شکل کا ہے اور اوسکا ڈھکنا نہیں ہے باہر سے طول اوسکا ۴ فیٹ ہی اور جس لکڑی کا وہ بنا ہوا ہی اوسکی موٹائی ایک انچ ہی تو بتاؤ کتنے مکعب انچ لکڑی اوسمین لگی ہوئی ہے۔

(۴۷) ایک ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بنا ہوا ہی اور اوسکا اوپر کا سرا نہین بنا ہوا اگر طول بیرونی اوسکا ۷ فیٹ اور عرض ۵ فیٹ اور عمق ۴ فیٹ ہو اور جس چیز کا وہ بنا ہوا اوسکی موٹائی آدہ انچ ہو تو اوس چیز کے مکعب انچون کی تعداد دریافت کرو۔

(۴۸) ایک بند صندوق کا بیرونی طول و عرض و عمق کا ارتفاع ۱۰ انچ اور ۱۲ انچ اور ۱۶ انچ ہی اور لکڑی کی موٹائی آدہ انچ ہے جب خالی صندوق کو تولتے ہین تو اوسکا وزن ۱۵ پونڈ ہوتا ہی اور جب ریت بھر کر اوسکو تولتے ہین تو ۱۰۰ پونڈ وزن مین ہوتا ہی تو ایک مکعب انچ لکڑی اور ایک مکعب انچ ریت کا وزن دریافت کرو

(۴۹) ایک انچ موٹی لکڑی کا صندوق بغیر اوپر کے سرے کے بنا ہوا ہی اور اوسکا بیرونی طول و عرض اور ارتفاع ۳ فیٹ ۱۰ انچ اور ۲ فیٹ ۵ انچ اور ۱ فیٹ ۷ انچ ہی تو بتاؤ صندوق مین کس حجم کی سمائی ہوگی

(۵۰) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا قاعدہ ایک مربع ہے اور ۳ فیٹ ۴ انچ اونچا ہی اوسکا حجم

۴ مکعب فیٹ ۴۰۰ مکعب انچ ہے قاعدہ کا ضلع دریافت کرو

(۵۱) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی دو طرفون مین سے ہر ایک طرف مین ۲ مربع فیٹ ۷۱ مربع انچ ہین اور دونون طرفون مین سے ہر ایک طرف مین ۲ مربع فیٹ ۱۲ مربع انچ ہین اور دو طرفین ہین جنمین سے ہر ایک طرف مین ۱ مربع فٹ ۹۶ مربع انچ تو ثابت کرو کہ مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا حجم ۲ مکعب فیٹ ۲۱۶ مکعب انچ ہے۔

ان مثالون مین جذر الکعب نکالا جائیگا۔

(۵۲) اوس مکعب کا طول دریافت کرو جسکا حجم ۲ مکعب فیٹ ہو

(۵۳) اوس مکعب کا طول دریافت کرو جسکا حجم ۳۰۰۰ مکعب فیٹ ہو

(۵۴) اوس مکعب ظرف کا طول دریافت کرو جسمین ۴۰۰۰ گیلن پانی آتا ہو

(۵۵) اوس مکعب ظرف کا طول دریافت کرو جسمین ایک ٹن پانی آتا ہو۔

(۵۶) اگر ۱۰۰۰ مکعب انچ ایک قسم کے پتھر کا وزن ۱۴ پونڈ ہو تو اس پتھر کے اوس مکعب کا طول دریافت کرو جسکا وزن نصف ٹن ہو

تیئیسوین فصل مجسم متوازی السطوح و منشور و اسطوانہ کے بیان مین

(۲۴۶) مجسم متوازی السطوح اور منشور اور اسطوانہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ سطح قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو حاصل ضرب حجم ہوگا۔

(۲۴۷) مثالین

(۱) مجسم متوازی السطوح کا قاعدہ ۵ مربع فیٹ اور ارتفاع ۹ انچ ہے

۹ انچ = $\frac{3}{4}$ فیٹ اور $5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$

پس $3\frac{3}{4}$ مکعب فیٹ حجم ہے

(۲) منشور کا قاعدہ مثلث ہے جس کے اضلاع ۱ فیٹ ۱ انچ اور ۱ فیٹ ۸ انچ اور ۱ فیٹ ۹ انچ ہین اور ارتفاع ۱ فیٹ ۱۰ انچ ہے

اب قاعدہ کا رقبہ بموجب دفعہ (۱۵۲) کے دریافت کرتے ہین

۱ فٹ ۱ انچ = ۱۳ انچ ۱ فٹ ۸ انچ = ۲۰ انچ

۱ فٹ ۹ انچ = ۲۱ انچ

۱۳ + ۲۰ + ۲۱ = ۵۴ و ۲۷ − ۲۱ = ۶

۲۷ − ۱۳ = ۱۴ و ۲۷ − ۲۰ = ۷ و ۲۷ − ۲۱ = ۶

۲۷ × ۱۴ × ۷ × ۶ = ۱۵۸۷۶ اور ۱۵۸۷۶ کا جذر ۱۲۶ ہے

پس مثلث کا رقبہ ۱۲۶ مربع انچ ہے۔

۱ فٹ ۱۰ انچ = ۲۲ انچ

۱۲۶ × ۲۲ = ۲۷۷۲ پس منشور کا حجم ۲۷۷۲ مکعب انچ ہے

(۲) اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۵ انچ ہے اور ارتفاع ۱۶ انچ ہے

قاعدہ کا رقبہ مربع انچون مین = ۵ × ۵ × ۳٫۱۴۱۶ = ۷۸٫۵۴

۷۸٫۵۴ × ۱۶ = ۱۲۵۶٫۶۴

پس ۱۲۵۶٫۶۴ مکعب انچ حجم ہے

(۲۴۸) اگر ہمکو مجسم متوازی السطوح یا منشور یا اسطوانہ کا حجم معلوم ہو اور نیز اونکی قاعدہ کا رقبہ بھی تو جو عدد کہ حجم کو تعبیر کرتا ہے اوسکو اوس عدد پر کہ قاعدہ کو تعبیر کرتا ہے تقسیم کرنے سے ارتفاع معلوم ہوگا اور علیٰ ہذا القیاس اگر حجم اور ارتفاع معلوم ہو تو قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو سکتا ہے۔

(۲۴۹) مثالین

(۱) ایک منشور کا حجم ایک مکعب فٹ ہی اور قاعدہ کا رقبہ ۱۰۸ مربع انچ ہے ارتفاع دریافت کرو۔

$\frac{۱۷۲۸}{۱۰۸}$ = ۱۶ پس ارتفاع ۱۶ انچ ہے

(۲) اسطوانہ کا حجم ۲۰۰۰ مکعب انچ ہے اور ارتفاع ۴ فیٹ ۲ انچ ہے قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو۔

$\frac{۲۰۰۰}{۵۰}$ = ۴۰ پس قاعدہ کا رقبہ ۴۰ مربع انچ ہے

(۲۵۰) دفعہ (۲۴۶) کا قاعدہ وہی ہی جو دفعہ (۲۳۹) مین دوسرا قاعدہ بیان ہوا ہے اس تعمیق کی دلیل بیان کرنی مناسب ہوگی ۔ ہمکو یہ خیال ہے کہ مبتدی کو دفعہ (۲۴۲) کے عمل سے بالکل یقین ہوگیا ہوگا کہ مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ پر یہ قاعدہ حاوی ہی اب ہم اس بات کو ثابت کردینگے کہ منشور قائم اور اسطوانہ مستدیر پر بھی یہی قاعدہ حاوی ہے

(۲۵۱) دفعہ (۲۹) کی شکل کی طرف متوجہ ہو فرض کرو کہ دو منشور ہین جنکا ارتفاع ایک ہی ہے ایک کا قاعدہ مثلث ا ب س ہی اور دوسرے کا قاعدہ مستطیل ا ب د ی ہی دفعہ (۲۹) کی ترکیب سے ہم ثابت کرسکتے ہین کہ منشور جو مثلث پر ہے وہ اوس منشور سے جو مستطیل پر ہے نصف ہے اس سے معلوم ہوا کہ دفعہ (۲۴۶) کا قاعدہ منشور قائم پر جسکا قاعدہ مثلث ہو حاوی ہی اسواسطے قاعدہ اوس منشور قائم پر بھی حاوی ہے جسکا قاعدہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ہے کیونکہ ایسا قاعدہ مثلثون مین تقسیم ہوسکتا ہے اور منشور ان مثلثون کے مطابق ایسی منشورون مین تقسیم ہوگا کہ جنکے قاعدے مثلث ہین اور جب ہر ایک منشور کا قاعدہ مثلث ہوا تو اوسپر قاعدہ مذکور حاوی ہوگا اس سے ہم یہ سمجھتے ہین کہ منشور قائم کا حجم جسکا ارتفاع معین ہو قاعدہ کے رقبہ پر موقوف ہوتا ہی جہہ اوسکی شکل پہ منحصر نہین ہوتا اس سے ظاہر ہوتا ہی کہ قاعدہ اوس صورت پر بھی حاوی ہی کہ منشور کا قاعدہ دائرہ ہو یعنی مجسم اسطوانہ مستدیر ہو اور اس سے ہم یہ نتیجہ استخراج کرتے ہین کہ یہ قاعدہ صرف اسطوانہ مستدیر ہی پر حاوی نہین ہی بلکہ اور مجسمات پر بھی جنکو روزمرہ کی بول چال مین اسطوانہ مستدیر نہین کہتے ہین مثلاً ستون وکنوان وغیرہ

(۲۵۲) مجسم متوازی السطوح غیر قائم الزاویہ برابر اوس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے ہوتا ہے جسکا قاعدہ اور ارتفاع پہلے مجسم کے قاعدہ اور ارتفاع کی برابر ہو اسی بنا پر قاعدہ جو منشور قائم اور اسطوانہ قائم کے واسطے ہے وہی منشور مائل کے لیئے ہی یہ شکل دفعہ (۲۹) کی شکل کے مماثل ہی اور اثبات کا طریقہ بھی اوسی کے اثبات کے متشابہ ہی فقط اتنا فرق ہے کہ دفعہ مذکور مین رقبہ کو سیاہ کرتی تھی اور اوسکی برابر کے رقبہ کو تفریق کرتے تھے یہان ایک حجامت کو زیادہ

کرین گے اور اوسکے برابر کی جسامت کو تفریق کرین گے۔

(۲۵۳) بعض مثالین بطور مشق کے ہم حل کرتے ہین۔

(۱) ایک انچ مکعب دہات کا تار ۱/۳۲ انچ موٹا کہینچا گیا ہے اوسکا طول بتاؤ

ظاہر ہے کہ تار ایک اسطوانہ ہے جسکے قاعدہ کا نصف قطر ۱/۶۴ انچ ہی پس قاعدہ کا رقبہ انچ مربعون مین = ۳،۱۴۱۶/۴۰۹۶ = ۰،۰۰۰۷۶۷ اور چونکہ جسامت ایک مکعب انچ ہی

اسواسطے اکو ۰،۰۰۰۷۶۷ پر تقسیم کرو تو تار کا طول ۱۲۷۳،۳ انچ دریافت ہوگا

(۲) ایک مجوف اسطوانہ ہے اوسکا ارتفاع ۵ فیٹ ہی اور سطح اندرونی کا نصف قطر ۳ انچ ہے اور سطح بیرونی کا نصف قطر ۴ انچ ہی اوسکی جسامت دریافت کرو۔

اسطوانہ مجوف سے مراد یہ ہی کہ اوس اسطوانہ مین سے ایک اور ایسا اسطوانہ نکال لین جسکا ارتفاع پہلے اسطوانہ کی برابر ہو اور محور ہی اوسکا پہلے اسطوانہ کا محور ہو یا متوازی پہلے اسطوانہ کی محور کا ہو ایسے مجسمات کو انگریزی مین ٹیوب یا پائپ یا انابیب کہتے ہین۔

بموجب دفعہ (۲۴۷) قاعدہ کا رقبہ مربع انچ مین = ۷×۱×۳،۱۴۱۶ = ۲۱،۹۹۱۲ اور ارتفاع ۶۰ انچ ہی

اسواسطے جسامت مکعب انچون مین = ۲۱،۹۹۱۲×۶۰ = ۱۳۱۹،۴۷۲

(۳) اسطوانہ کا ارتفاع برابر قاعدہ کے نصف قطر کے ہو اور جسامت اوسکی ۵۰۰ مکعب انچ ہو ارتفاع دریافت کرو

چونکہ ارتفاع اور قاعدہ کا نصف قطر آپسمین برابر ہین تو حاصل ضرب ۳،۱۴۱۶ اور نصف قطر کی تعداد انچ کے مکعب کا برابر ۵۰۰ کے ہوا اوس سے معلوم ہوا کہ نصف قطر کے مکعب انچون کی تعداد

= ۵۰۰/۳،۱۴۱۶ = ۱۵۹،۱۵ اور جذر الکعب نکالنے سی ۵،۴۱۹ حاصل ہوتے ہین پس نصف قطر تقریباً ۵،۴۲ انچ ہے۔

تیئیسوین فصل کی مثالین

جن منشورون مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکے حجم مکعب فٹ اور انچ مین دریافت کرو۔

(۱) قاعدہ ۶ مربع فیٹ ۳۵ مربع انچ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۴ انچ ہے۔

(۲) قاعدہ ۱۵مربع فیٹ ۱۳۵مربع انچ ہی ارتفاع ۳فیٹ ۱۱ انچ ہے

(۳) قاعدہ ۲۳مربع فیٹ ۱۱۵مربع انچ ہی ارتفاع ۴فیٹ ۷ انچ ہے

(۴) قاعدہ ۳۵مربع فیٹ ۱۲۳مربع انچ ہی ارتفاع ۵فیٹ ۵ انچ ہے

جن مثلثی منشورون مین ابعاد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی جسامت مین مکعب فیٹ اور مکعب انچ دریافت کرو

(۵) قاعدہ کے اضلاع ۷ و ۱۵ و ۲۰ انچ ہین ارتفاع ۵۴ انچ

(۶) قاعدہ کے اضلاع ۱۶ و ۲۵ و ۳۹ انچ ہین ارتفاع ۲۵ انچ

(۷) قاعدہ کے اضلاع ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ انچ ارتفاع ۵۰ انچ

(۸) قاعدہ کے اضلاع ۲۵ و ۳۳ و ۵۲ انچ ارتفاع ۶۲ انچ

جن اسطوانون مین ابعاد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی جسامت مکعب فٹون اور اونکی اعشاریہ مین دریافت کرو۔

(۹) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ ۶ انچ ہے

(۱۰) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ

(۱۱) قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۵ فیٹ ۹ انچ ہے

(۱۲) قاعدہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ۴ انچ ارتفاع ۶ فیٹ ۴½ انچ

جن منشورون کی جسامتین اور قاعدے معلوم ہین اونکی ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) جسامت ۸ مکعب فیٹ ۸۰۰ مکعب انچ قاعدہ ۶ مربع فیٹ ۱۰۰ مربع انچ

(۱۴) جسامت ۲۰ مکعب فیٹ ۵۰۰ مکعب انچ قاعدہ ۴ مربع فیٹ ۱۰۳ مربع انچ

(۱۵) جسامت ۲۶ مکعب فیٹ ۹۴۳ مکعب انچ قاعدہ ۹ مربع فیٹ ۳۵ مربع انچ

(۱۶) جسامت ۵۶ مکعب فیٹ ۲۰۰ مکعب انچ قاعدہ ۴ مربع فیٹ ۱۱۸ مربع انچ

جن اسطوانون کے حجم اور ارتفاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے قاعدون کے نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۷) حجم ۱۰۰۰۰ مکعب انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۲ انچ

(۱۸) حجم ۲۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ ۷½ انچ

(۱۹) حجم ۵۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ ۴½ انچ

(۲۰) حجم ۱۰۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ ۱۰ انچ

جن ظروف اسطوانہ کی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونین بتاؤ کہ کتنے گیلن پانی سمایگا۔

(۲۱) قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ارتفاع ۲۰ انچ

(۲۲) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۷ انچ ارتفاع ۴ فیٹ

(۲۳) قاعدہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ

(۲۴) قاعدہ کا نصف قطر ۷ فیٹ ۲ انچ ارتفاع ۱۰ فیٹ۔

(۲۵) ایک منشور کا ارتفاع ۲۴ فیٹ ہی قاعدہ ذوزنقہ ہی اوسکے اضلاع متوازیہ ۱۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ جدا جدا ہین اور فاصلہ اونکے درمیان ۵ فیٹ ہی اوسکی جسامت دریافت کرو۔

(۲۶) چین کی دیوار ۱۵۰۰ میل لنبی ۲۰ فیٹ اونچی ۱۵ فیٹ چوڑی اوپر سے ہی اور ۲۵ فیٹ چوڑی نیچے سے ہی تو بتاؤ اوسمین کتنے مکعب گز مصالح لگا ہوا ہی

(۲۷) ایک خندق ۱۰۰۰ فیٹ لنبی ۸ فیٹ گہری ۱۶ فیٹ چوڑی نیچے سی اور ۲۰ فیٹ چوڑی اوپر سے کہدی ہے تو بتاؤ اوسکے کہودنے سے کتنے مکعب فیٹ مٹی نکلی ہوگی

(۲۸) ایک خندق ۴۰ فیٹ لنبی ۶ فیٹ گہری ۱۰ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۵ فیٹ چوڑی نیچے سے ہی اور پانی اوسمین بہرا ہوا ہی تو اوس مین کتنے گیلن پانی ہوگا

(۲۹) ایک خندق ۸ فیٹ گہری ۲۴ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۱۶ فیٹ چوڑی نیچے سی ہی اور اوسکے کہودنے سے ۵۰۰۰۰ ۲ مکعب مٹی نکلی ہی تو بتاؤ اوسکا طول کتنا ہی

(۳۰) ایک خندق ۴ فیٹ گہری ۵ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۴ فیٹ چوڑی نیچے سے ہی اگر اوسمین ۱۰۰۰۰ گیلن پانی آتا ہے تو اوسکا طول دریافت کرو۔

(۳۱) ایک کنوان ۴ فیٹ قطر کا ۳۰ فیٹ گہرا بنانا چاہتے ہین تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ مٹی کہودین

(۳۲) ایک کنوان ۴ فیٹ قطر کا ۱۱۹ فیٹ گہرا بنانا چاہتے ہین تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ مٹی کہودین
(۳۳) ایک محراب دار پل زمین کے اندر ۲۰۰ گز لنبا بنانا منظور ہو اور محراب نصف دائرہ کی شکل کی ہی اوسکا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہے تو بتاؤ کتنے مکعب گز مٹی کہودی جاے
(۳۴) ایک سکہ کا ۳/۴ انچ قطر ہے اور ۱/۸ انچ موٹا ہی تو بتاؤ ایسے سکے کتنے گلائین کہ ایک ایسا مکعب بنجاے جسکا کنارہ ۳ انچ لنبا ہو
(۳۵) کنوے کا قطر ۴ فیٹ ہی اور اوسکا عمق ۳۰ فیٹ ہی اور ۶/۷ پائی فی مکعب گز کہدائی ہی تو بتاؤ اوسکی کہدائی مین کیا صرف ہوگا۔
(۳۶) کنوے کا قطر ۳ فیٹ ۶ انچ ہے اور اوسکا عمق ۴۰ فیٹ ہی اور ۶/۷ پائی مکعب گز کہدائی ہی تو اوسکی کہدائی مین کیا خرچ ہوگا
(۳۷) کنوے کا قطر ۳ فیٹ ۹ انچ اور اوسکا عمق ۴۵ فیٹ ہی اور ۳/۷ پائی فی مکعب گز کہدائی ہی تو بتاؤ اوسکی کہدائی مین کیا خرچ ہوگا۔
(۳۸) اگر ۳۰ مکعب انچ بارود کا وزن ایک پونڈ ہو تو بتاؤ ۶ انچ سوراخ کی بندوق کا کیا طول رکہین کہ ۱۰ پونڈ بارود اوسمین سماے۔
(۳۹) ایک مکعب فیٹ پیتل کا تار ۱/۲ انچ قطر کا کہینچا گیا ہی تو بتاؤ اوسکا طول کیا ہی
(۴۰) ایک مکعب فیٹ پیتل کا تار ۰۲۵ء انچ موٹا کہینچا گیا ہے اوسکا طول دریافت کرو
(۴۱) ایک سطوانہ مجوف کا نصف قطر سطح اندرونی کا ۵ انچ اور سطح بیرونی کا نصف قطر ۶ انچ ہے اور ارتفاع اوسکا ۷ فیٹ ہی جسامت اوسکی دریافت کرو۔
(۴۲) ایک اسطوانہ مجوف کی سطح بیرونی کا نصف قطر ۱۰ انچ ہی اور موٹائی اوسکی ۲ انچ ہی اور ارتفاع ۹ فیٹ اوسکا حجم دریافت کرو۔
(۴۳) ایک اسطوانہ مجوف کی سطح اندرونی کا نصف قطر ۱۳ انچ ہے اور موٹائی اوسکی ۳ انچ اور ارتفاع ۱۰ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۴۴) ایک لوہے کے نل کا سوراخ ۳ انچ ہی اور وہ ½ انچ موٹا ہی اور ۲۰ فیٹ لنبا ہی اوسکا وزن دریافت کرو اور اس بات کو فرض کر لو کہ ایک مکعب انچ لوہے کا وزن ۴٫۵۲۶ اونس ہی

(۴۵) ایک سیسے کے نل کا طول ۱۲ فیٹ ہی اور اوسکا سوراخ ۱¾ ہی اور اوسکی موٹائی ⅛ ۱ انچ اوسکا وزن دریافت کرو اور اس بات کو مان لو کہ ایک مکعب انچ سیسے کا وزن ۶٫۶۰۴ اونس ہی

(۴۶) ایک سیسے کا نل ہی اوسکا سوراخ ۲ انچ ہی اور نصف انچ موٹا ہی اور ۹ گز لنبا ہی اور قیمت اوس کی ۲½ پنس فی پونڈ ہی اور ایک مکعب فٹ سیسے کا وزن ۱۱۴۱۲ اونس ہی تو اوس نل کی قیمت دریافت کرو۔

(۴۷) ایک سلاخ لوہے کی بشکل مربع ہے اور اوسکی ضخامت ایک انچ ہی اور ۱۰½ پونڈ وزن مین ہی اگر اسی طول کی اور موٹائی کی گول سلاخ بنائی جائے تو بتاؤ اوسکا وزن کیا ہوگا

(۴۸) ایک مثلثی منشور کا ہر ایک کنارہ ۱۰ انچ طول مین ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۴۹) ایک منشور کا قاعدہ مسدس منتظم ہی اور ہر ایک کنارہ منشور کا ۱ فٹ ہی منشور کی حجامت دریافت کرو

(۵۰) ایک سیسے کے نل کا اندرونی قطر ۱½ انچ ہی اور بیرونی قطر ۱$\frac{9}{16}$ انچ ہی اگر نل گلایا جائے اور نل کے طول کی برابر ٹھوس نل بنایا جائے تو اوسکا نصف قطر کیا ہوگا۔

(۵۱) ایک درخت کا تنہ بشکل اسطوانہ قائم ۲ فیٹ قطر کا ہی اور ۲۰ فیٹ بلند ہی تو بتاؤ اگر اس تنہ کو چھیل کر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ جسکا قاعدہ مربع ہو بنایا جائے تو جتنی لکڑی اوسمین باقی رہے اوسکا حجم دریافت کرو۔

ذیل کی مثالون مین جذر الکعب نکالا جائیگا۔

(۵۲) قاعدہ منشور مثلثی کے اضلاع ۲۵ و ۱۵ و ۲۰ انچ جدا جدا ہین اور ارتفاع ۶ انچ ہی تو اوسکی برابر حجم کے مکعب کا

(۵۳) اسطوانہ کا ارتفاع ۴ فیٹ ۹ انچ ہی اور قاعدہ کا نصف قطر ۴ فیٹ ۳ انچ ہے تو اوسکی برابر مکعب کا طول دریافت کرو

(۵۴) فرض کرو کہ سورن کا قطر $\frac{1}{8}$ انچ ہی اور $\frac{1}{16}$ انچ موٹائی ہی اگر ۱۰۰۰۰ سورن گلائین

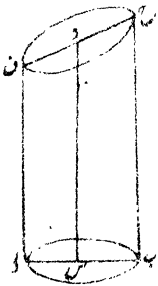
اور اوسکا مکعب بنائین تو مکعب کا طول دریافت کرو

(۵۵) اسطوانہ کا ارتفاع ۱۰ اگنا قاعدہ کے نصف قطر سے ہی اور اوسکا حجم ۲ مکعب فیٹ ہی اوسکا نصف قطر دریافت کرو۔

(۵۶) ایک ظرف اسطوانہ کی شکل کا ہی اور اوسکا ارتفاع آدہا اوسکے قاعدہ کے نصف قطر سے ہی اور اسطوانہ مین ایک گیلن پانی سماتا ہے اوسکا نصف قطر دریافت کرو۔

چوبیسوین فصل قطعہ اسطوانہ قائم اور حلقہ مجسم کے بیان مین

(۲۵۴) اسطوانہ کے بعض قطعات اس طرح کے ہوتے ہین کہ اونکا حجم بہت سیدہے سادے قاعدہ سے دریافت ہوسکتا ہے اب اس بات کو ہم دکہاوینگے اور تبلاوینگے

(۲۵۵) فرض کرو کہ ایک اسطوانہ قائم دو حصون مین ایک سطح سے جو متوازی محور کی ہو قطع کیا جاے تو ہر ایک قطعہ کا قاعدہ قطعہ دائرہ ہوگا اسلئے ہر ایک قطعہ اسطوانہ کا حجم سوجب قاعدہ دفعہ ۲۴۶ کے دریافت ہوگا

(۲۵۶) ایک اسطوانہ مستدیر قائم کو ایک سطح جو محور پر مائل ہو اور قاعدہ اسطوانہ سے نہ ملتی ہو قطع کرے اور فرض کرو کہ ایک مجسم پیدا ہوا اور خط مستقیم س د مرکز قاعدہ سے زاوےے قائمے بناتا ہوا قاعدہ پر نکالا جاے اور سطح سے ملے اوسکا نام ارتفاع مجسم ہو تو ایسے مجسم کی جسامت دریافت کرنے کا وہی قاعدہ ہے جو دفعہ ۲۴۶ مین بیان ہوا اس مجسم کی ارتفاع کو یہ کہہ سکتے ہین کہ وہ حصہ محور اسطوانہ کا ہی جو دونون سطحون کے درمیان واقع ہے۔

(۲۵۷) قاعدہ گذشتہ یون صحیح ثابت ہوسکتا ہی کہ اگر ایک سطح نقطہ د سے متوازی قاعدہ اسطوانہ نکالین تو اوس سے ایک فانہ کی شکل کا حصہ جدا ہوگا یہ حصہ اس طرح سے باقیماندہ مجسم کے ساتھ ترتیب پاسکتا ہے کہ ایک اسطوانہ مستدیر ایسا بنجاے گا جسکا ارتفاع س د ہو۔

(۲۵۸) دفعہ ۲۵۶ کی شکل مین آسانی سے اس بات کو دیکہ سکتے ہین کہ س د نصف مجموعہ

ا ح اور ح ب کا ہی یعنی ارتفاع برابر نصف مجموعہ اوس بڑے سے بڑے خط مستقیم اور چھوٹے سے چھوٹے خط مستقیم کے ہی جو متوازی محور اسطوانہ کی مجسم پر کہنچ سکتے ہین دفعہ (۱۶۳) دیکہو

(۲۵۹) اسطوانہ مستدیر قائم دو سطحون سے قطع کیا جاے اور یہ سطحین محور پر مائل ہون اور آپسمین ملتے ہون تو جو مجسم پیدا ہوگا اوسکی جسامت اسطرح دریافت ہوتی ہے کہ قاعدہ اسطوانہ کو ارتفاع مجسم مین ضرب دو یہان ارتفاع مجسم سے مراد محور اسطوانہ مستدیر کے اوس حصے سے ہے جو کہ مجسم کے دونون سرون کے درمیان ہے یہ قاعدہ اس طرح استخراج ہوا ہی کہ مجسم جو اس طرح پیدا ہوگا وہ اون دو مجسمون کے تفاوت سے پیدا ہوتا ہے جسکا ذکر دفعہ (۲۵۶) مین ہوا ہے -

(۲۶۰) فرض کرو کہ دفعہ (۲۵۶) کی شکل جس جسم کو تعبیر کرتی ہے وہ یہان تک موڑا جاے کہ ق اور ا ملجائین تو ایک مجسم متشابہ حلقہ مجسم کے پیدا ہوگا پس حلقہ مجسم کی تعریف اسطرح بیان کرسکتے ہین کہ وہ مجسم ہے جو اسطوانہ کو اسطرح موڑنے سے پیدا ہوتا ہے کہ اوسکے دونون سرے ملجائین یہ بالکل ٹہیک نہین ہی مگر اس سے قاعدہ مفصلہ ذیل کی توضیح خوب ہوتی ہے -

(۲۶۱) حلقہ مجسم کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ حلقہ کی تراش مدور کے رقبہ کو طول حلقہ مین ضرب دو تراش کی جگہہ فصل کے لفظ کو لکہہ سکتے ہین کہ بعض اوقات تراش مدور سے ترچہی تراش مراد ہوتی ہے -

حلقہ کے طول سے اوس دایرہ کا محیط مراد ہے جسمین مرکز تمام ترچہی تراشون کے واقع ہون اور وہ حلقہ کے حدود اندرونی اور بیرونی کے نصف مجموعہ سے تعبیر ہو سکتا ہے دفعہ (۲۵۰) دیکہو -

(۲۶۲) مثالین

(۱) ایک حلقہ کی تراش مدور کا نصف قطر ایک انچ ہے اور حلقہ کا طول ۱۰ انچ ہی

حلقہ کی تراش مدور کا رقبہ ۳٫۱۴۱۶ مربع انچ ہے اسی واسطے جسامت حلقہ کی مکعب انچون مین

۱۰ × ۳٫۱۴۱۶ یعنی ۳۱٫۴۱۶ ہے

(۲) حلقہ کے دایرہ اندرونی کا قطر ۸ انچ اور بیرونی کا ۱۰ انچ ہے -

ان قطرون کا فرق تراش مدور کے قطر سے دوچند ہے اسواسطے تراش مدور کا نصف قطر ۱/۲ انچ ہی اور حلقہ کی حد بیرونی ۱۴۱۶۲۷ر۳ انچ ہی اور حد اندرونی ۱۴۱۶۲۷ر۳ انچ ہی اور ان عددون کا نصف مجموعہ ۵۶۲ر۲۳ انچ ہے اسی واسطے یہی حلقہ کا طول ہے۔

پس حجم حلقہ کا مکعب انچون مین = ۱۹۶۳۵ر۱ × ۵۶۲ر۲۳ = ۲۶۶۴ر۴ تقریباً

چوبیسوین فصل کی مثالین

(۱) ثابت کرو کہ حلقہ کا طول برابر ہوتا ہے حاصل تفریق حد بیرونی اور ترچھی تراش کے محیط کے

(۲) ثابت کرو کہ حلقہ کا طول برابر ہوتا ہی مجموعہ حد اندرونی اور ترچھی تراش کے محیط کے۔

جن حلقون کی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم مکعب انچ مین دریافت کرو

(۳) طول ۲۰ ۱/۲ انچ ہی ترچھی تراش کا نصف قطر ۱/۲ انچ ہی

(۴) طول ۱۶ انچ ہے ترچھی تراش کا قطر ۱ر۱ انچ ہے۔

(۵) قطر بیرونی ۸ر۴ انچ ہے اور قطر اندرونی ۲ر۴ انچ

(۶) قطر اندرونی ۳ر۱۲ انچ ہے اور قطر ترچھی تراش کا ۲ر۳ انچ ہے

(۷) قطر بیرونی ۱۹ انچ ہے اور ترچھی تراش کا قطر ۳ ۱/۲ انچ ہے

(۸) حد بیرونی ۱۵ انچ ہے اور ترچھی تراش کا محیط ۶ر۱ انچ ہے۔

(۹) حلقہ کا حجم ۸۰۰ مکعب انچ ہی اور ترچھی تراش کا نصف قطر ۲ انچ ہے حلقہ کا طول دریافت کرو۔

(۱۰) ایک حلقہ کا حجم ۱۰۰ مکعب انچ ہے اور طول ۲۰ انچ ہی اوسکا نصف قطر اندرونی دریافت کرو۔

پچیسوین فصل مخروط مضلع اور مخروط مستدیر کے بیان مین

(۲۶۳) مخروط مضلع یا مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو

قاعدہ قاعدہ کے رقبہ کو ارتفاع مین ضرب دو۔

حاصل ضرب کی تہائی حجم ہوگا۔

(۲۶۴) مثالین

(۱) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی اور ہر ایک ضلع ۳ فیٹ ۶ انچ ہی اور مخروط کا ارتفاع ۳ فیٹ ۹ انچ ہے۔

۳ فیٹ ۶ انچ = ۳ $\frac{1}{2}$ فیٹ

۳ فیٹ ۹ انچ = ۳ $\frac{3}{4}$ فیٹ

$$3\tfrac{1}{2} \times 3\tfrac{1}{2} = \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{49}{4}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{49}{4} \times \frac{15}{4} = \frac{5 \times 49}{4 \times 4} = \frac{245}{16} = 15\tfrac{5}{16}$$

پس حجم ۱۵ $\frac{5}{16}$ مکعب فیٹ ہے۔

(۲) مخروط مستدیر کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے اور ارتفاع ۱۸ انچ ہے۔

$$10 \times 10 \times 3.1416 = 314.16$$

$$\frac{1}{3} \times 18 \times 314.16 = 314.16 \times 6 = 1884.96$$

پس حجم ۱۸۸۴٫۹۶ مکعب فیٹ ہے۔

(۲۶۵) اگر ہمکو مخروط مضلع یا مخروط مستدیر کا حجم اور قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو تو جو عدد حجم کو تعبیر کرتا ہو۔ اوس کے سہ چند کو اوس عدد پر جو قاعدہ کے رقبہ کو تعبیر کرتا ہے تقسیم کرو تو ارتفاع دریافت ہو جاویگا اور علی ہذا القیاس اگر ارتفاع اور حجم معلوم ہوں تو اون سے قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو جائیگا۔

(۲۶۶) مثالین

(۱) مخروط مضلع کا حجم ایک گز ہے اور قاعدہ کا رقبہ ۱۸ مربع فیٹ ہی ارتفاع دریافت کرو

ایک مکعب گز = ۲۷ مکعب فیٹ $\frac{27 \times 3}{18} = \frac{9}{2} = 4\tfrac{1}{2}$

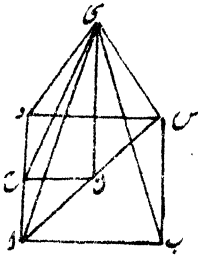
پس ارتفاع ۴ $\frac{1}{2}$ فیٹ ہے۔

(۲) ایک مخروط مستدیر کا حجم نصف مکعب فٹ ہے اور اوسکا ارتفاع ۲۷ انچ قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو۔

نصف مکعب فیٹ = ۸۶۴ مکعب انچ $\frac{864 \times 3}{27} = 96$

پس قاعدہ کا رقبہ ۹۶ مربع انچ ہے

(۲۶۷) اب بطور مشق کے ہم چند مثالین حل کرتے ہین۔

(۱) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکا ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ نبا ہی اور جو راس پر چارون کنارے ملتے ہین اونمین سے ہر ایک کنارہ کا طول ۱۸ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔

اول ہم مخروط مضلع کا ارتفاع دریافت کرتے ہین
فرض کرو کہ ا ب س د قاعدہ ہی اور مخروط کا راس ی ہی اور مخروط کا ارتفاع ی ف ہے
یعنی نقطہ ی سے عمود قاعدہ پر ہے تو نقطہ وسط ف ہوگا
اب بموجب دفعہ (۵۵) کے ا س مین فٹون کی تعداد ۱۴۱۰۱ ہی پس ا ف مین فٹونکی تعداد ۵۰۰۷٫۱ ہی
مثلث قائم الزاویہ ا ی ف مین وتر ا ی ۱۸ فیٹ ہی اور فٹونکی تعداد ا ف مین ۵۰ ۲ ہے۔
اسی واسطے بموجب دفعہ (۶۰) کے فٹون کی تعداد ی ف مین ۳۲۴-۵۰ کا جذر ہی یعنی ۲۷۴ کا جذر ہے یعنی ۱۶٫۵۵۲۹۴۵۴ ہے
پس مخروط کا حجم مکعب فٹون مین

= $\frac{1}{3}$ × ۱۰۰ × ۱۶٫۵۵۲۹۴۵ = ۵۵۱٫۷۶۴۸۴

(۲) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہی اور اوس خط کا طول جو قاعدہ کے کسی ضلع کے نقطہ وسط اور راس مخروط مین ملایا جاے ۱۳ فیٹ ہی حجم دریافت کرو۔
اول مخروط کا ارتفاع تحقیق کرنا چاہئے دفعہ گذشتہ کی شکل مین فرض کرو کہ ضلع ا د کا نقطہ وسط ح ہی تو ی ح ۱۳ فیٹ ہوگا اور ح ف برابر ہے ۵ فیٹ کے
اسی واسطے بموجب دفعہ ۶۰ کے ی ف مین فٹون کی تعداد ۱۶۹-۲۵ کا جذر ہے
یعنی ۱۴۴ کا جذر یعنی ۱۲ پس مخروط کا حجم مکعب فٹون مین
= $\frac{1}{3}$ × ۱۰۰ × ۱۲ = ۴۰۰

ہی ح کو کبھی مخروط کا ارتفاع مائل بھی کہتے ہین۔

(۳) ایک مکعب کا کونا ایک سطح سے قطع کیا گیا ہی اور وہ کنارون کے نقطہ مشترک سے ۳ و ۴ و ۵ انچ کے فاصلون پر کنارون سے ملتی ہے تو حصہ مقطوعہ کا حجم دریافت کرو۔

جو حصہ قطع ہوا ہے وہ مخروط مضلع مثلثی ہی اور اوسکا قاعدہ مثلث قائم الزاویہ ہی جسکے زاویۂ قائمہ کے اضلاع ۳ و ۴ انچ ہین تو مخروط کا ارتفاع ۵ انچ ہے۔

اس سے معلوم ہوا کہ مخروط کا حجم مکعب انچون مین $= \frac{1}{3} \times \frac{4 \times 3}{2} \times 5 = 10$

پچیسوین فصل کی مثالین

جن مخروطات مضلع مین استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم فٹون اور انچون مین دریافت کرو۔

(۱) قاعدہ ۷ مربع فیٹ ۴۰ مربع انچ ہے ارتفاع ۲ فیٹ ۵ انچ

(۲) قاعدہ ۴ مربع فیٹ ۹۶ مربع انچ ہے ارتفاع ۳ فیٹ ۷ انچ

(۳) قاعدہ ۲۰ مربع فیٹ ۱۲۰ مربع انچ ہی ارتفاع ۴ فیٹ ۸ انچ

(۴) قاعدہ ۳ مربع فیٹ ۱۲ مربع انچ ہی ارتفاع ۵ فیٹ ۱۱ انچ

جن مخروطات مضلع مین استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون انکا حجم مکعب فٹون اور اوسکی اعشاریہ مین دریافت کرو

(۵) قاعدہ کے اضلاع ۴ و ۵ و ۷ فیٹ ارتفاع ۶ فیٹ

(۶) قاعدہ کے اضلاع ۷ و ۹ و ۱۱ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ

(۷) قاعدہ کے اضلاع ۱۵ و ۱۹ و ۲۰ فیٹ ارتفاع ۲۲ فیٹ

(۸) قاعدہ کے اضلاع ۲۳ و ۲۷ و ۳۰ فیٹ ارتفاع ۴۲ فیٹ

جن مخروطات مستدیر کی استداد بہ تفصیل ذیل ہین اونکا حجم مکعب فٹون اور مکعب فٹ کی اعشاریہ مین دریافت کرو

(۹) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ

(۱۰) قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۵ فیٹ۔

(۱۱) قاعدہ کا نصف قطر ۲ ر۴ فیٹ ارتفاع ۳ ۱۵ فیٹ

(۱۲) قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ

جن مخروطات کے حجم اور قاعدے معلوم ہون اونکے ارتفاع دریافت کرو۔

(۱۳) حجم ۲۱ مکعب فیٹ ۳۶۳ مکعب انچ ہے قاعدہ ۲ مربع فیٹ ۳۴ مربع انچ

(۱۴) حجم ۳۱۳ مکعب فیٹ ۹۰۳ مکعب انچ قاعدہ ۴ مربع فیٹ ۳۸ مربع انچ

(۱۵) حجم ۱۵ مکعب فیٹ ۳۹۷ مکعب انچ قاعدہ ۹ مربع فیٹ ۲۱ مربع انچ

(۱۶) حجم ۱۱۴ مکعب فیٹ ۲۵۱۱ مکعب انچ قاعدہ ۱۰ مربع فیٹ ۹۶ مربع انچ

جن مخروطات مستدیر کے حجم اور ارتفاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکے قاعدونکی نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۷) حجم ۴۰۰۰ مکعب انچ ارتفاع ۵ فیٹ

(۱۸) حجم ۴ مکعب انچ ارتفاع ۳ر۵ فیٹ

(۱۹) حجم ۷۰۰۶ مکعب فیٹ ارتفاع ۵۴ر۵ فیٹ

(۲۰) حجم ۱۲۰۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۴۲ر۶ فیٹ

(۲۱) اطراف مخروط مضلع کے مربع قاعدہ پر مثلث متساوی الاضلاع ہین اور مثلث کا ضلع ۱۲۰ فیٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۲۲) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے جسکا ہر ایک ضلع ۲۰۰ فیٹ ہے اور راس پر جو کنارے ملتے ہین اونمین سے ہر ایک ۱۵۰ فیٹ ہے

(۲۳) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے جسکا رقبہ ۲۵ر۲۰ مربع فیٹ ہی اور راس پر جو کنارے ملتے ہین اونمین سے ہر ایک ۳۰ $\frac{3}{4}$ فیٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۲۴) مخروط مضلع کا قاعدہ مستطیل ہے جسکا طول عرض ۸۰ فیٹ اور ۶۰ فیٹ ہی اور ہر ایک کنارہ جو راس پر ملتا ہے ۱۳۰ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۲۵) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی جسکا ہر ایک ضلع ۲۴ فیٹ ہی اور اوسکے ضلع کے نقطہ وسط اور راس مخروط مین ایک جو خط مستقیم وصل کیا گیا ۹۰ر۲۱ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۲۶) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی جسکا ہر ایک ضلع ۱۲ فیٹ ہی اور قاعدہ کے کسی ضلع کی نقطہ وسط اور راس مخروط مین خط ملایا گیا طول مین ۲۵ فیٹ ہی مخروط کا حجم دریافت کرو

(۲۷) مخروط کا قاعدہ مستطیل ہے جسکا طول عرض ۱۲ فیٹ اور ۲۵ فیٹ ہی اور قاعدہ کے بڑے ضلعون مین کسی ایک ضلع کے نقطہ وسط اور راس مین خط ملایا گیا ۲۳٫۳ فیٹ ہی اوس کا مجسم دریافت کرو

(۲۸) مخروط مضلع کا قاعدہ مستطیل ہے جسکا طول عرض ۱۸ فیٹ اور ۲۶ فیٹ ہی اور قاعدہ کے اضلاع خردمین سے کسی ایک ضلع کے نقطہ وسط اور راس مین خط ملایا جائے تو اوسکا طول ۲۴ فیٹ ہی مخروط حجم دریافت کرو۔

(۲۹) مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع مائل ۲۵ فیٹ ہی اور قاعدہ کا نصف قطر ۷ فیٹ ہی مخروط کا حجم دریافت کرو۔

(۳۰) مخروط مستدیر کو ایک سطح متفاصل راس سے قاعدہ پر عمود ہوکر تراشتی ہی اور اس تراش سے مثلث متساوی الاضلاع پیدا ہوتا ہی جسکا ہر ایک ضلع ۱۲ فیٹ ہی تو مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو

(۳۱) مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل ۴۱ فیٹ ہی اور ارتفاع ۴۰ فیٹ اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۳۲) مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل ۵۵ فیٹ ہی اور ارتفاع ۲۶٫۴ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۳۳) مخروط مستدیر کی شکل کا ایک ظرف ہی جسکے قاعدہ کا نصف قطر ۸ فیٹ اور ارتفاع مائل ۱۷ فیٹ ہی تو بتاؤ اسمین کی گیلن پانی آئیگا۔

(۳۴) ایک گلاس مخروطی اوپر سے ۲ انچ چوڑا ہی اور ۳ انچ گہرا ہی تو بتاؤ کی مکعب انچ شراب اوسمین آئیگی

(۳۵) مخروط مستدیر کا ارتفاع ۱۵ فیٹ ہی اور قاعدہ کا محیط ۱۲ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۳۶) مخروط مستدیر ۹ فیٹ اونچا ہی اور اوسکے قاعدہ کا قطر ۲ فیٹ ہی اوسکو زمین پر رکھا اور اوسپر ریت ڈالنے شروع کی یہان تک کہ ایک مخروطی ڈھیرہ ۵ فیٹ اونچا ۳۰ فیٹ محیط کا بنگیا تو بتاؤ کہ کتنے مکعب ریت ڈالی گئی۔

(۳۷) مخروط مستدیر کا حجم ۲۲½ مکعب فیٹ ہی اور قاعدہ کا محیط ۹ فیٹ ہی ارتفاع دریافت کرو

(۳۸) ایک مسدسی کمرہ ہی جسکا ہر ضلع طول مین ۲۰ فیٹ ہی اور اوسکی دیوارین ۳۰ فیٹ اونچی ہین اور پھر اون دیوارون پر ایک گنبد مسدسی مخروط کی شکل کا ۱۵ فیٹ اونچا بنا ہوا ہی تو بتاؤ اوس کمرہ مین کتنے مکعب فیٹ ہین۔

(۳۹) ایک مکعب ہے اوسکا ضلع ۲۰ فیٹ ہی اور اوسکے تین متصل کے ضلعونکو ایک سطح تنصیف کرتی ہی تو انقطاع سے جو مخروط مضلع پیدا ہوتا ہی اوسکی جسامت دریافت کرو۔

(۴۰) ایک مکعب کا کنارہ ۱۴ انچ ہی اور ایک مکعب کا کنارہ اسطرح کترا گیا ہی کہ جو مکعب سے حصہ قطع ہوا اوہی ایک مخروط مضلع مثلثی بنا جسکا ہر ایک کنارہ مکعب کے زاویہ پر ختم ہوتا ہی اور طول مین ۹ انچ ہی تو جو مجسم باقی رہا اوسکی جسامت دریافت کرو۔

(۴۱) مصر کا منارہ اعظم ۴۸۱ فیٹ بلند تھا اور اوسکا قاعدہ مربع تھا اور مربع کا ہر ایک ضلع ۷۶۴ فیٹ تھا تو اوسکے حجم کو مکعب گزون تک دریافت کرو

(۴۲) ایک مسجد کا مینار پتھر کا بنا ہوا ہی اور قاعدہ اوسکا مسدس منتظم ہی جسکا ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہے اور اسکا ارتفاع ۵۰ فیٹ ہی اور اوس مینار کے اندر جتنی خالی جگہ ہی وہ بھی مخروط کی شکل ہے اور مسدس منتظم پر قائم ہی اور ۴۵ فیٹ اونچی ہی اور قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۹ فیٹ ہی تو منار مین دریافت کرو کہ کتنے مکعب فیٹ پتھر لگا ہوا ہی۔

چھبیسوین فصل مخروط مضلع ناقص اور مخروط مستدیر ناقص کے بیانمین

(۲۶۸) مخروط مضلع اور مخروط ناقص کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ۔ مخروط ناقص کے دونو سرونکے رقبونکو جمع کرو اور حاصل جمع پر اونکے حاصل ضرب کا جذر زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مخروط ناقص مین ضرب دو اور حاصل ضرب کی تہائی لو تو مخروط ناقص کی جسامت حاصل ہوگی۔

(۲۶۹) مثالین۔

(۱) مخروط مضلع ناقص کے ایک سرے کا رقبہ ۱۸ مربع انچ اور دوسرے سرے کا رقبہ ۹۸ مربع انچ اور ارتفاع مخروط ناقص ۱۵ انچ ہے۔

۱۸×۹۸ کا جذر ۴۲ ہے اور ۱۸ + ۹۸ + ۴۲ = ۱۵۸

۱/۳ × ۱۵ × ۱۵۸ = ۷۹۰ پس حجم ۷۹۰ مکعب انچ ہوا

(۲) مخروط مستدیرہ ناقص کے ایک سرے کا نصف قطر ۵ فیٹ ہے اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۳ فیٹ ہے اور ارتفاع اوسکا ۸ فیٹ ہے

ایک سرے کا رقبہ مربع فیٹ مین = ۲۵ × ۳٫۱۴۱۶

دوسرے سرے کا رقبہ مربع فیٹ مین = ۹ × ۳٫۱۴۱۶

اور ان عددون کے حاصل ضرب کا جذر ۳٫۱۴۱۶ ضرب دیا گیا ۹×۲۵ کے جذر مین ہے یعنے ۱۵ × ۳٫۱۴۱۶ ہے

ان حاصلات کو جمع کرو تو ہم کو ۳٫۱۴۱۶ ضرب دیا گیا ۲۵ اور ۹ اور ۱۵ مین یعنی ۴۹ × ۳٫۱۴۱۶ حاصل ہوگا تو

۱/۳ × ۸ × ۴۹ × ۳٫۱۴۱۶ = ۴۱۰٫۵۰۲۴ حاصل ہوگا۔

پس حجم ۴۱۰٫۵۰۲۴ مکعب انچ ہوا

(۲۷۰) دفعہ گذشتہ مین دیکھنا چاہیے کہ ہمنے عمل کس خوبی کے ساتھ کیا ہے کہ اوسمین ضرب دینے کی مشقت نہین اوٹھانی پڑی ہے طالب علم کو لازم ہے کہ جہان مخروط مستدیرہ کے سرون کے نصف قطر معلوم ہوا کرین وہان اسی طریقہ سے عمل کو برتا کرے ایسی صورت مین فی الحقیقت دفعہ (۲۶۸) کے قاعدہ کی جگہ اس قاعدہ کو کام مین لاؤ کہ سرون کے نصف قطرون کے مربعون کو اونکی حاصل ضرب پر جمع کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مین ضرب دو اور اس حاصل ضرب کو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو پس ماحصل کی تہائی حجم مطلوب ہوگا یہ قاعدہ اور پہلا قاعدہ دونو نفس الامر مین ایک ہی ہین فقط اس دوسرے قاعدہ کے موافق عمل کرنے مین آسانی ہے

(۲۱۷) اب ہم بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(۱) ایک ناقص مخروط مستدیر قائم کے سرونکے نصف قطر ۷ انچ اور ۱۰ انچ ہین اور اوسکا ارتفاع مائل ۵ انچ ہی جسامت دریافت کرو

اول مخروط ناقص کا ارتفاع دریافت کرنا چاہئے

فرض کرو کہ یہ شکل ایک تراش مخروط ناقص کی ہی

جو ایک سطح کے قطع کرنیسے کہ جسمین محور مخروط داخل ہی پیدا ہوئی ہی اب ہم دیکھتے ہین کہ ارتفاع مائل اوس مثلث قائم الزاویہ کا وتر ہی جسکا ایک ضلع تو مخروط ناقص کا ارتفاع ہے اور دوسرا ضلع سرون کے نصف قطرونکا فرق ہے۔

اس صورت مین ارتفاع مائل ۵ انچ ہی اور سرون کے نصف قطرونکا فرق ۳ انچ ہے

اسواسطے بموجب دفعہ ۲۰۶ کے مخروط ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہے۔

$7 \times 7 = 49$ اور $10 \times 10 = 100$ اور $7 \times 10 = 70$

$49 + 100 + 70 = 219$ اور $\frac{1}{3} \times 4 \times 219 \times 3.1416 = 917.3472$

پس حجم ۹۱۷٫۳۴۷۲ مکعب انچ ہی

(۲) ایک ناقص مخروط مضلع کے سرے مثلث متساوی الاضلاع ہین اور اضلاع اونکے ۳ فیٹ اور ۴ فیٹ ہین اور ارتفاع ۹ فیٹ ہی

بموجب دفعہ ۲۰۶ کے رقبہ کا ایک سرے کا مربع فیٹ مین $= 9 \times .433$

اور دوسرے سرے کا رقبہ مربع فیٹ مین $= 16 \times .433$

ان عددون کے حاصل ضرب کا جذر $= 12 \times .433$

ان تینون حاصلون کو جمع کرو تو $37 \times .433$ حاصل ہونگے

پس $\frac{1}{3} \times 9 \times 37 \times .433 = 48.063$

پس حجم ذرا زیادہ ۴۸ مکعب فیٹ سے ہی

چھبیسوین فصل کی مثالین

جن ناقص مخروطات مضلع کی ابعاد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی حجم مکعب فٹون مین دریافت کرو

(۱) سرونکے رقبے ۵٫۴ مربع فیٹ اور ۱۲٫۵ مربع فیٹ ارتفاع ۱۵٫۵ فیٹ

(۲) سرونکے رقبے ۴ مربع فیٹ ۵ مربع فیٹ ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ

(۳) سرونکے رقبے ۹۰۰ مربع انچ اور ۶٫۵ مربع فیٹ اور ارتفاع ۸ فیٹ

(۴) سرونکے رقبے ۵٫۷ مربع فیٹ اور ۸٫۲۵ مربع فیٹ ارتفاع ۶٫۱۲۵ فیٹ

جن مخروطات مستدیرہ کی ابعاد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکے حجم مکعب فٹون مین دریافت کرو

(۵) سرونکے نصف قطر ۳ فیٹ ۴ فیٹ اور ارتفاع $5\frac{1}{4}$ فیٹ

(۶) سرونکے قطر ۵٫۴ فیٹ اور ۴٫۵ فیٹ ارتفاع ۵٫۸ فیٹ

(۷) سرونکے نصف قطر ۸٫۴ فیٹ اور ۴٫۸ فیٹ اور ارتفاع ۲٫۷ فیٹ

(۸) سرونکے نصف قطر ۶٫۳۷۵ فیٹ اور ۱٫۵ فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ

(۹) ناقص مخروطات مستدیرہ قائم کا ارتفاع مائل ۵ فیٹ اور سرونکے نصف قطر ۷ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہین اونکا حجم دریافت کرو۔

(۱۰) ایک ناقص مخروط مستدیر سنگ مرمر کا ہے جسکے بڑے سر کا قطر ۴ فیٹ اور چھوٹے سر کا قطر $1\frac{1}{2}$ فیٹ ہے اور ارتفاع مائل کا طول ۸ فیٹ ہے اور قیمت اوسکی ۱۲ روپیہ فی مکعب فٹ ہے تو بتاؤ اوسکی قیمت کیا ہوگی۔

(۱۱) ایک ناقص مخروط مضلع کا ارتفاع ۹ فیٹ ہے اور اوسکے سرے مثلث متساوی الاضلاع ہین اور اونکے اضلاع کے طول جدا جدا ۱۰ فیٹ اور ۷ فیٹ ہین اونکا حجم دریافت کرو۔

(۱۲) ایک ناقص مخروط مضلع کے سرے مربعے ہین اور طول ضلعون کے جدا جدا ۲۰ فیٹ اور ۳۰ فیٹ ہین اور ان مربعون کے اضلاع متناظرہ کے نقاط وسط مین جو خط مستقیم ملائین تو اوسکا طول ۱۳ فیٹ ہے حجم اوسکا دریافت کرو۔

(۱۳) ملک مصر مین سکندریہ کی قریب پومپی کا مینار ہے اور وہ ایک ہی سنگ ابری کا بنا ہوا ہی ارتفاع اوسکا ۹۰ فیٹ ہی اور ایک سر کا قطر ۹ فیٹ اور دوسرے سرے کا ۷ فیٹ ۲ انچ ہے اوسکا حجم دریافت کرو۔

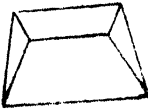
(۱۴) ایک جہاز کا مستول ۵۰ فیٹ اونچا ہی اور ایک سر کا محیط ۶۰ انچ ہی اور دوسرے سرے کا ۳۶ انچ اوسمین تعداد لکڑی کی مکعب فٹون مین دریافت کرو

(۱۵) ناقص مخروط مستدیر قائم کے سرونکے نصف قطر ۲ فیٹ اور ۸ فیٹ ہین اور ارتفاع ۳ فیٹ تو اوس مخروط کا حجم دریافت کرو جسمین سے یہ مخروط قطع ہوا ہی۔

(۱۶) ناقص مخروط مستدیر قائم کے سرونکے نصف قطر ۲ فیٹ اور ۸ فیٹ ہین اور ارتفاع ۳ فیٹ ہی اور اس مخروط ناقص کے ٹھیک وسط مین سے ایک سطح قاعدونکی متوازی ہی گذرتی ہی اور اوسکو دو حصون مین منقسم کرتی ہے تو ان دونو حصون کی جسامت دریافت کرو۔

(۱۷) ناقص مخروط مستدیر قائم کے سرون کے نصف قطر ۲ فیٹ اور ۸ فیٹ ہین اور ارتفاع ۳ فیٹ ہی اور مخروط ناقص تین حصونمین قاعدونکی متوازی سطحونسے اسطرح منقسم ہوا ہی کہ ہر ایک کا ارتفاع ایک فٹ ہی تو ہر ایک حصہ مین مکعب انچون کی تعداد دریافت کرو

(۱۸) ایک ناقص مخروط مضلع کی قاعدے منتظم مسدس ہین اور اضلاع کے طول جدا جدا ۱۶ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہین اور مخروط کا ارتفاع ۱۸ فیٹ ہی اور ایک سطح عین وسط مین متوازی قاعدون کے گذر کر دو حصونمین اوسکو منقسم کرتی ہی تو ہر ایک حصہ کی جسامت دریافت کرو

ستائیسوین فصل فانہ

(۲۷۲) فانہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ۔ کنارہ کی طول کو قاعدہ کی دوچند طول پر زیادہ کرو اور حاصل جمع کو قاعدہ کے عرض مین ضرب دو اور حاصلضرب کو فانہ کی ارتفاع مین ضرب دو تو حاصلضرب کا چھٹا حصہ فانہ کا حجم ہوگا

(۲۷۳) مثالین۔

(۱) فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ ہی اور قاعدہ کا طول ۱۶ انچ اور عرض ۷ انچ ہی اور فانہ کا ارتفاع ۲۴ انچ

$$12+16+16=44 \quad \text{و} \quad \tfrac{1}{6}\times 44\times 7\times 24=1232$$

پس فانہ کا حجم ۱۲۳۲ مکعب انچ ہی

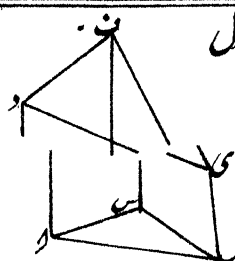
(۲) فانہ کا کنارہ ۵½ انچ ہی اور قاعدہ کا طول ۳ انچ اور عرض ۲ انچ اور ارتفاع ۴ انچ ہی

$$5\tfrac{1}{2}+3+3=11\tfrac{1}{2}=\tfrac{23}{2} \quad \text{اور} \quad \tfrac{1}{6}\times\tfrac{23}{2}\times 2\times 4=\tfrac{46}{3}=15\tfrac{1}{3}$$

پس فانہ کا حجم ۱۵⅓ مکعب انچ ہی ـ

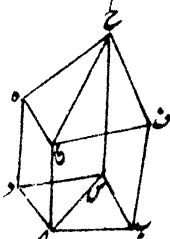
(۲۷۴) اگر فانہ کا کنارہ طول مین برابر ہو قاعدہ کے طول کے تو فانہ منشور مثلثی ہوگا پس اس فانہ کے قاعدہ سے ہمکو ایک اور قاعدہ منشور مثلثی کی جسامت دریافت کرنیکا معلوم ہوا یہ قاعدہ اور دفعہ (۲۶۴) مین جو قاعدہ مذکور ہوا ایک نہین ہین کیونکہ اوس قاعدہ اور اس قاعدہ مین مقادیر مختلف ہین اگر منشور قائم ہو تو آسانی سے اس بات کو ہم دیکھہ سکتے ہین کہ دونو قاعدے ایک ہی ہین ـ

(۲۷۵) اگر فانہ کے کنارہ کا طول اوسکے قاعدہ کے طول سے چہوٹا ہو تو فانہ ایسے دو حصوں مین کہ ایک حصہ منشور غیر قائم الزاویہ اور دوسرا مخروط مضلع ہو جسکا قاعدہ مستطیل ہو اسطرح تقسیم ہو سکتا ہی کہ ایک سطح کنارہ کی ایک سر سے متوازی طرف مثلثی کے جو دوسرے سرے پر گذرتی ہو کہینچین اسیطرح سے اگر کنارہ زیادہ لنبا قاعدہ کے طول سے ہو تو فانہ برابر ہوگا اوس ازدیاد کے جو ایک خاص منشور مثلثی خاص مخروط مضلع پر جسکا قاعدہ مستطیل ہے رکہتا ہی اسی سبب سے دفعہ (۲۷۲) کا قاعدہ صحیح ثابت ہو سکتا ہی ـ

(۲۷۶) اب ہم فانہ کے معنی کو وسعت دیتے ہین اور اوس مجسم کو بہی فانہ کہتے ہین جسکا قاعدہ بجائے مستطیل کے متوازی الاضلاع یا ذوزنقہ ہو ایسے مجسمات کی جسامت دریافت کرنے کے لئے قاعدہ مذکور صحیح رہیگا بشرطیکہ ہم طول قاعدہ کے معنی نصف مجموعہ اضلاع متوازی اور عرض قاعدہ کے معنی فاصلہ عمودی اضلاع متوازیہ کے درمیان سمجہین

(۲۷۷) فرض کرو کہ ایک منشور مثلثی قائم کو ایک سطح نے کہ وہ طول منشور سے ایک میلان رکھتی ہی قطع کرکے ایک مجسم پیدا کیا ہے اور یہ سطح قاعدہ منشور سے ملتی بھی نہین تو ایسے مجسم کا بھی حجم قاعدہ ذیل سے دریافت ہو سکتا ہے۔

قاعدہ منشور کے قاعدے کے رقبہ کو مجسم کے متوازی کنارونکے مجموعہ کی تہائی مین ضرب دین

(۲۷۸) دفعہ ۲۷۷ مین جو فانہ کی معنی وسیع بیان کیئے جائین اوسکے موافق دفعہ گذشتہ مین بھی مجسم ایک فانہ ہے اوسکی جسامت دریافت کرنیکا قاعدہ اوسی ترکیب سے ثابت ہو سکتا ہی جو دفعہ ۲۷۵ مین مذکور ہوا ہے اسواسطے کہ اگر ہی سے جو تینون کنارونمین سے سب سے چھوٹے کنارہ کا اوپر کا سرا ہی ایک سطح متوازی قاعدہ ا ب س کی نکالین تو مجسم منشور قائم اور مخروط مین تقسیم ہوگا اور ان مجسمات کی جسامت معلوم قاعدونکے موافق دریافت کرکے جمع کرو تو حاصل جمع دفعہ ۲۷۷ کے قاعدہ کے موافق مطابق ہو گا۔

(۲۷۹) فرض کرو کہ ایک منشور قائم مین سے جسکا قاعدہ متوازی الاضلاع ہی ایک سطح جو طول منشور کے ساتھ میلان رکھے اور قاعدہ منشور سے کبھی نملے قطع کرکے ایک مجسم پیدا کرے تو ایسے مجسم کا حجم اس قاعدہ سے دریافت ہو سکتا ہے

قاعدہ منشور کے قاعدے کے رقبے کو مجسم کے چارون متوازی کنارونکے مجموعہ کی ایک چوتھائی مین ضرب دو تو حاصل ضرب جسامت مطلوب ہو گی۔

(۲۸۰) اس بات کا دیکھہ لینا آسان ہے کہ ا ی + س ح = ب ف + د ہ اسواسطے کہ ہر ایک ونمین سے برابر ہی دوچند اوس فاصلہ کے جو درمیان نقطہ تقاطع ا س اور ب د اور نقطہ تقاطع ی ح اور ف ہ کے واقع ہی پس اسلیئے قاعدہ مذکور کو اس صورت مین بیان کرسکتے ہین کہ قاعدہ منشور کے رقبہ کو چارون متوازی کنارونمین سے دو مقابل کے کنارونکے نصف مجموعہ مین ضرب دو۔

(۲۸۱) دفعہ ۲۸۰ کا قاعدہ دفعہ ۲۷۷ کے قاعدہ سے استخراج ہوتا ہی اسواسطے کہ اگر مجسم دو حصوں مین بسطح منقسم ہو کہ ایک سطح ا ی اور س ح مین گذرے تو بموجب قاعدہ دفعہ ۲۷۷

کے ہم ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرسکتے ہین اور مجموعہ ان حجموں کا بالکل دفعہ ۲۸۱ کی قاعدہ کے موافق نکلیگا۔

(۲۸۲) اب ہم چند مثالین بطور مشق کے حل کرینگے

(۱) ایک فانہ کا کنارہ ۱۸ انچ ہی اور قاعدہ کا طول ۲۰ انچ ہی اور کنارہ پر ایک سطح عمود ہی اوسسے جو فانہ کی تراش پیدا ہوتی ہی اوسکا رقبہ ۱۵۰ مربع انچ ہے حجم دریافت کرو

کنارہ پر جو سطح عمود ہی اوس سے جو تراش پیدا ہوتی ہی وہ مثلث ہی اس واسطے اس مثلث کے قاعدہ اور ارتفاع کا حاصل ضرب ۱۵۰×۲ یعنی ۳۰۰ ہی اور یہ وہی حاصل ضرب ہی جو عرض فانہ کو ارتفاع فانہ مین ضرب دینے سے پیدا ہوتا ہی۔

۱۸+۲۰+۲۰=۵۸ و $\frac{۱}{۶}$×۵۸×۳۰۰=۲۹۰۰

پس حجم ۲۹۰۰ مکعب انچ ہے

یہی نتیجہ دفعہ ۲۷۸ کے قاعدہ سے بہت جلد اور آسان سے نکل آتا ہی

۱۸+۳۰+۲۰=۵۸ اور $\frac{۱}{۶}$×۵۸×۱۵۰=۲۹۰۰

فانہ کا کنارہ ۱۶ انچ اور قاعدہ کا طول ۲۴ انچ اور عرض ۶ انچ ہی اور فانہ کا ارتفاع ۱۰ انچ ہی اور ایک کنارے کے شلثی سرسے دوسرے شلثی سرکے متوازی ایک سطح گذرتی ہے اور فانہ کو منشور اور مخروط مین منقسم کرتی ہی ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

مخروط کے قاعدہ کا طول ۲۴-۱۶ انچ ہی یعنی ۸ انچ ہی اس سے معلوم ہوا کہ بموجب دفعہ ۲۶۳ کے مکعب انچون مین مخروط کا حجم = $\frac{۱}{۳}$×۸×۶×۱۰=۱۶۰

منشور کے تین متوازی کنارے ہین ہر ایک اونمین سے ۱۶ انچ لنبا ہی اور بموجب دفعہ ۲۰۴ کے مکعب انچون مین

حجم = $\frac{۱}{۲}$×۱۶×۶×۱۰=۴۸۰

شائیسوین فصل مثالین

(۱) فانہ کا کنارہ ۲ فیٹ ۳ انچ ہی اور قاعدہ کا طول ۳ فیٹ ۲ انچ اور عرض ۱۸ انچ ہے اور ارتفاع ۱۵ انچ اوسکا حجم دریافت کرو

(۲) فانہ کا کنارہ ۹ فیٹ ہی قاعدہ کا طول ۶ فیٹ ہی اور عرض ۳ فیٹ فانہ کا ارتفاع ۲ فیٹ اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۳) فانہ کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکا ضلع ۱۵ انچ ہے کنارہ ۲۴ انچ اور ارتفاع فانہ ۱۴ انچ ہے اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۴) منشور کا قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع اور اوسکا ہر ایک ضلع ۱۴ انچ اوس جسم کا حجم دریافت کرو جو اس منشور مین سے ایسا قطع کیا جاے کہ اوسکے تینون متوازی کنارونکا مجموعہ ۱۵ انچ ہو

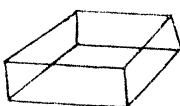
(۵) منشور کا قاعدہ مستطیل ہے اوسکا طول عرض ۶ انچ ۸ انچ ہی اوس جسم کا حجم دریافت کرو کہ اس منشور مین سے ایسا قطع کیا جائے کہ چارون متوازی کنارونکا مجموعہ ۴۲ انچ ہو

(۶) فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ ہی اور قاعدہ کا طول ۲۰ انچ اور کنارہ پر ایک سطح عمود ہی اوسی جو سطح متقاطع پیدا ہوئی ہی اوسکا رقبہ ۱۲۰ مربع انچ ہی فانہ کا حجم دریافت کرو

(۷) فانہ کا کنارہ ۲۰ انچ ہی قاعدہ کا طول ۲۲ انچ ہے اور ایک سطح کنارہ پر عمود ہی اوس سے جو سطح متقاطع مثلث متساوی الاضلاع پیدا ہوتی ہی اوسکا ہر ایک ضلع ۱۰ انچ ہی فانہ کا حجم دریافت کرو۔

(۸) فانہ کا کنارہ ۱۵ انچ ہی قاعدہ کا طول ۲۴ انچ ہی اور عرض ۶ انچ ارتفاع ۲۲ انچ اور ایک سطح کنارہ کے ایک سرے سے دوسرے مثلثی سرے کے متوازی گذری ہی اور فانہ کو مخروطہ اور منشور مین تقسیم کرتی ہی تو ہر ایک حصہ کی جسامت دریافت کرو۔

(۹) فانہ کا کنارہ ۲ فیٹ ۳ انچ ہی قاعدہ کا طول ۲ فیٹ ۹ انچ اور عرض ۸ انچ اور فانہ کا ارتفاع ۱۴ انچ اور ایک سطح کنارہ کی ایک انجام سے ۱۸ انچ کے فاصلہ پر گذرتی ہی اور اوس کنارہ کے اس سرے پر جو طرف مثلثی ہے اوسکی متوازی ہے اور فانہ کو دو حصون مین منقسم کرتی ہی ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۰) فانہ کا کنارہ ۳۰ انچ ہی قاعدہ کا طول ۲۰ انچ ہی اور عرض ۵ انچ ہی اور فانہ کا ارتفاع ۱۲ انچ اور فانہ ایک سطح سے ایسے دو حصون مین منقسم ہوتا ہی کہ مجموعہ تینون متوازی کنارون کا ۴۲ انچ سے

ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

اٹھائیسوین فصل مجسم ذوزنقہ

(۲۸۳) مجسم ذوزنقہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ۔ دونو سرونکے رقبون کو جمع کرو۔

اور اس سطح متفاصل کا جو عین وسط مین سرونکی متوازی ہی چوچند رقبہ حاصل جمع پر زیادہ کرو۔

اور حاصل جمع کو ارتفاع مین ضرب دو حاصلضرب کا چہٹا حصہ حجم مطلوب ہوگا

(۲۸۴) مثالین۔

(۱) ایک سرکا رقبہ ۴ مربع فیٹ اور دوسرے سرکا ۹ مربع فیٹ ہی اور سطح متفاصل متوسط کا رقبہ ۶ مربع فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ہی۔

$$۴ + ۲۴ + ۹ = ۳۷ \quad \text{اور} \quad \frac{۱}{۶} \times ۳۷ \times ۲ = \frac{۳۷}{۳} = ۱۲\frac{۱}{۳}$$

پس حجم $۱۲\frac{۱}{۳}$ مکعب فیٹ ہی

(۲) ایک سرکا رقبہ ۲۲۴ مربع انچ ہی اور دوسرے سرکا ۲۱۶ مربع انچ اور سطح متفاصل متوسط کا رقبہ ۲۲۱ مربع انچ ارتفاع ۱۸ انچ

$$۲۲۴ + ۸۸۴ + ۲۱۶ = ۱۳۲۴ \quad \text{اور} \quad \frac{۱}{۶} \times ۱۳۲۴ \times ۱۸ = ۳۹۷۲$$

پس حجم ۳۹۷۲ مکعب انچ ہی

(۲۸۵) دفعہ (۲۸۳) کے قاعدہ کا اثبات اس بات پر موقوف ہی کہ مجسم ذوزنقہ منشورون اور مخروطی فانون مین تقسیم ہوتا ہی اونمین سے بعض کے قاعدے مجسم ذوزنقہ کے ایک سرے پر ہوتے ہین اور بعض کے دوسرے سرے پر ہوتے ہین اور سب کی ارتفاع وہی ہوتی ہین جو مجسم ذوزنقہ کا ارتفاع ہوتا ہی۔

(۲۸۶) سطح متفاصل متوسط کا ہر ایک ضلع سرونکے ضلاع نظیرہ کی نصف مجموعہ کے برابر ہوتا ہی پس اگر سرے مستطیل ہون اور اونکی امتداد معلوم ہون تو رقبہ سطح متفاصل متوسط کا آسانی سے

معلوم ہوسکتا ہی پس متفاصل متوسط کا چوچند برابر اوس مستطیل کے رقبہ کے ہے جسکا ہر ایک امتداد مجموعہ سرونکے امتداد نظیرہ کا ہی۔

اور سطح متفاصل متوسط اور سرونکے زاویے موافق اپنی اپنی نظیر کے برابر ہین

(۲۸۷) اگر مجسم ذوزنقہ کے سر متشابہ شکلین ہون اور ہم وضع ہون تو مجسم ذوزنقہ مخروط مضلع ناقص ہوگا اسواسطے حجم اوسکا دفعہ ۲۷۶ کی قاعدہ کی موافق دریافت ہوسکتا ہی ان دونو قاعدونکو مقابلہ کرکے دیکھین تو معلوم ہوگا کہ اس حالت مین چوچند رقبہ سطح متفاصل متوسط کا برابر ہے اوس مجموعہ کے جو سرونکے دو چند رقبون اور اونکے حاصلضرب کے دو چند جذر کے جمع کرنیسے حاصل ہوتا ہی۔

(۲۸۸) اب ہم مجسم ذوزنقہ کے معنی یہانتک بڑہاتے ہین کہ اون مجسمات کو بھی کہ جنکے سر اشکال مستقیمۃ الاضلاع نہون مجسم ذوزنقہ کہتے ہین اور اونکی تعریف یہ کرتے ہین کہ مجسم ذوزنقہ وہ مجسم ہی جنکے سر متوازی ہون اور اور اطراف اونکی مستقیم ہون اور اطراف مستقیم سے مراد ہماری یہ ہی کہ اوسکی حدود کے کسی نقطہ پر خط مستقیم رکہین تو وہ ایک سر سے دوسرے سر تک سطح پر منطبق ہوجاے۔ اس تعریف مین مخروط مستدیر ناقص بھی آجائیگا اور مخروط مستدیر ناقص کا ہر ایک حصہ بھی شامل ہوجائیگا جو اوس سطح سے کہ دونو سرونسے ملتی ہی قطع ہوتا ہے۔

جب ذوزنقہ کی ایسی وسیع معنی لئی جائین تو اس حالت مین بھی قاعدہ دفعہ ۲۸۳ کا اوسپر حاوی ہوگا

(۲۸۹) مجسمات ذوزنقہ کی جسامت دریافت کرنیکا قاعدہ جو ہی اوس سے بہت اور مجسمات کا بھی حجم دریافت ہوسکتا ہی مگر ان مجسمات کی تعریف کرنی ایسی ابتدائی رسالہ مین مشکل ہے جو طالب علم زیادہ استعداد کا ہو وہ میرے ترجمہ علم کلیات کی دفعہ ۱۹۲ کو دیکھو۔

(۲۹۰) بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین۔

(۱) ایک مجسم ذوزنقہ کے سرے ذوزنقہ ہین اور چار کنارے متوازی ہین اور ایک سرکے متوازی اضلاع ۱۰۰ فیٹ اور ۶۴ فیٹ ہین اور اونکا فاصلہ درمیانی ۲۰ فیٹ ہے اور دوسرے سرے کی بھی امتداد نظیرہ ۸۰ فیٹ اور ۳۰ فیٹ اور ۲۶ فیٹ ہین اور سرونکے درمیان فاصلہ

۱۱۲ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔
متفاصل متوسط ذوزنقہ ہی اوسکی اضلاع متوازیہ مین سے ایک ضلع ۱۰۰+۸۰ فیٹ کا نصف یعنے
۹۰ فیٹ ہی اور دوسرا ضلع ۳۲+۳۰ فیٹ کا نصف یعنی ۳۱ فیٹ ہی اور فاصلہ ان اضلاع
متوازیہ کے درمیان نصف مجموعہ سرونکے اضلاع متناظرہ کا
یعنی ۲۸+۲۶ فیٹ کا نصف یعنی ۲۷ فیٹ

ہر ایک سر کا رقبہ مربع فٹون مین = ۱۳۲/۲ × ۲۸ = ۱۸۴۸

اور دوسرے سر کا رقبہ مربع فٹون مین = ۱۱۰/۲ × ۲۶ = ۱۴۳۰

اور فصل متوسط کا رقبہ مربع فٹون مین = ۱۲۱/۲ × ۲۷ = ۱۶۳۳

چوچند رقبہ = ۶۵۳۴

۱۸۴۸+۱۴۳۰+۶۵۳۴ = ۹۸۱۲ اور ۱/۶ × ۹۸۱۲ × ۱۱۲ = ۱۸۳۱۵۷ ۱/۳

پس ۱۸۳۱۵۷ ۱/۳ مکعب فیٹ حجم ہوا

(۲) ایک فانہ کا کنارہ ۲۱ انچ ہی اور قاعدہ کا طول ۱۵ انچ اور عرض ۹ انچ ہی اور فانہ کا ارتفاع ۲۴ انچ
قاعدہ کی متوازی سطحون سے فانہ تین حصونمین تقسیم ہوا ہی اور ان تینون حصونکی ارتفاع
آپسمین برابر ہین ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

یہان حصے دو مجسم ذوزنقہ ہین اور ایک فانہ ہی اور ارتفاع ہر ایک کا ۸ انچ ہی اور مجسم ذوزنقہ کا ایک
سر استطیل ہی جسکا طول و عرض ۱۵ انچ اور ۹ انچ ہے اور دوسرا سرا بھی مستطیل ہے جسکا
طول و عرض ۱۷ انچ اور ۶ انچ اور بموجب دفعہ ۲۸۳ کے حجم ۲۳۹ مکعب انچ ہے دوسرے مجسم
ذوزنقہ کا ایک سر استطیل ہے جسکا طول و عرض ۱۷ انچ اور ۶ انچ ہے اور دوسرا سرا بھی
مستطیل ہے اور طول و عرض اوس کا ۱۹ انچ اور ۳ انچ ہین حجم بموجب دفعہ ۲۸۲ کے
۶۴۴ مکعب انچ ہی۔
فانہ کا کنارہ ۲۱ انچ ہی اور قاعدہ کا طول ۱۹ انچ اور عرض ۳ انچ ہی تو بموجب دفعہ ۲۸۲ کے ۵۹ مکعب انچ حجم ہی

تینون حجمونکا مجموعہ مکعب انچون مین ۲۳۹ + ۱۶۱ + ۵۹ یعنی ۴۵۹ ہے اور یہ برابر اصل قاعدہ کے حجم کے ہے اور یہ برابر ہونا ہی چاہئے تہا۔

اٹھائیسوین فصل کی مثالین

(۱) ایک غار ذوزنقہ کی شکل کا ایسا کہودنا منظور ہی کہ ۱۲ فیٹ گہرا ہو اور نیچے اور اوپر کا سرا مستطیل ہو اور اونکی امتداد متناظرہ ۴۰۰ فیٹ سی ۱۰۰ فیٹ اور ۲۵۰ فیٹ سے ۵۰ فیٹ ہون تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ زمین کہودین۔

(۲) ایک ذوزنقہ کی شکل کا غار ایسا کہودنا منظور ہی کہ ۱۲ فیٹ گہرا ہو اور اوپر نیچے مستطیل ہون اور امتداد متناظرہ اونکی ۴۰۰ فیٹ سے ۱۰۰ فیٹ اور ۵۰ فیٹ سی ۲۵۰ فیٹ ہون تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ زمین کہودین۔

(۳) ایک جہکڑا ہی جو ۴ انچ گہرا ہی اور اوپر اور نیچے کے سرے مستطیل ہین اور اونکی امتداد متناظرہ ۱۸ سے ۵۴ انچ اور ۲۴ سے ۳۰ انچ ہین اور اوسمین کوئلہ بہرا ہی تو بتاؤ کوئلہ کا حجم کیا ہے۔

(۴) ایک نہر ۴½ فیٹ گہری ہی اور اطراف ماتحت اور مافوق اوسکی مستطیل ہین اور امتداد متناظرہ ۲۵۰ فیٹ سی ۱۶ اور ۲۰۰ فیٹ سے ۱۴ ہین تو بتاؤ اوسمین کتنے گیلن پانی آتا ہی۔

(۵) ریل کے واسطے سڑک ذوزنقہ کی شکل کی کاٹنی منظور تہی سرے اوسکے ذوزنقہ ہین اور چارون کنارے ایک دوسرے کے متوازی ہین اضلاع متوازیہ ۱۴۴ فیٹ اور ۳۶ فیٹ ہین اور اونکا فاصلہ درمیانی ۳۶ فیٹ ہی اور دوسرے سرے کی امتداد متناظرہ ۱۰۸ فیٹ اور ۳۶ فیٹ اور ۲۴ فیٹ ہین اور سرون کے درمیان فاصلہ ۱۳۲½ فیٹ ہے تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ کہدائی ہوگی۔

(۶) ایک مجسم ذوزنقہ کے سرے مستطیل ہین اور امتداد متناظرہ ۱۲ فیٹ سے ۱۰ اور ۹ فیٹ سے ۶ فیٹ ہین اور مجسم ذوزنقہ کا ارتفاع ۴ فیٹ ہی اور سطح متوازی سرونکی عین وسط مین اونکی متوازی ایک سطح گذرتی ہی اور مجسم ذوزنقہ کو دو حصونمین تقسیم کرتی ہی تو ہریک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

(۷) ایک مجسم ذوزنقہ کے سرے مستطیل ہین اور امتداد متناظرہ اوسکی ۱۶ فیٹ سی ۱۱ فیٹ اور ۱۰ فیٹ سے ۸ فیٹ ہین اور مجسم ذوزنقہ کا ارتفاع ۹ فیٹ ہی سرونکی متوازی سطوح سے یہ مجسم تین حصون مین تقسیم ہوا ہی اور ہر ایک حصہ ۳ فیٹ بلند ہی ہر یک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۸) مجسم ذوزنقہ کے دو سرے مستطیل ہین امتداد متناظرہ ۲۰ فیٹ سی ۱۶ فیٹ اور ۱۴ فیٹ سے ۱۲ ہین اور ذوزنقہ کا ارتفاع ۵ فیٹ ہی اور ایک سر کے سقابل اضلاع کلان مین سے ہر ایک مین سطح گذرتی ہی اور اوسے مجسم دو فانون مین تقسیم ہوتا ہی تو ہر یک فانہ کا حجم دریافت کرو۔

(۹) فانہ کا کنارہ ۲۴ انچ ہی قاعدہ کا طول ۸ انچ اور عرض ۷ انچ ارتفاع فانہ ۶ انچ ہے عین وسط مین سے ہوکر ایک سطح متوازی قاعدہ کی گذرتی ہے اوسے فانہ دو حصون مین منقسم ہوتا ہے ہر یک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

(۱۰) فانہ کا کنارہ ۲۷ انچ ہی قاعدہ کا طول ۱۸ انچ ہی اور عرض ۱۵ انچ اور ارتفاع فانہ کا ۱۲ انچ ہے قاعدہ کی متوازی سطحون سے فانہ تین حصون مین تقسیم ہوا ہے اور ارتفاع ان حصونکے آپسمین برابر ہین ہر یک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

(۱۱) مجسم ذوزنقہ کے سرے مستطیل ہین اور اونکی امتداد متناظرہ ۸ فیٹ سے ۱۰ اور ۱۲ فیٹ سی ۱۶ فیٹ ہین اور مجسم ذوزنقہ کا ارتفاع ۹ فیٹ ہی بڑے سرے سے ۳ فیٹ کے فاصلہ پر ایک سطح متوازی ہے اوسکے دو حصے ہوتے ہین تو ثابت کرو کہ سطح متفاصل مربع ہے۔

(۱۲) مثال گذشتہ مین دونو حصون کی جسامت دریافت کرو۔

اونتیسوین فصل کرہ کے بیان مین

(۲۹۱) کرہ کی جسامت دریافت کرو۔

قاعدہ۔ قطر کے مکعب کو ۳٫۱۴۱۶ کے چھٹے حصہ مین یعنی ۰٫۵۲۳۶ مین ضرب دو۔

(۲۹۲) مثالین۔

(۱) ایک کرہ کا قطر ۱۰ انچ ہے۔

مکعب ۱۰ کا ۱۰۰۰ اور ۵۲۳۶ء × ۱۰۰۰ = ۶ء۵۲۳ مکعب انچ

پس کرہ کی جسامت تقریبًا ۶ء۵۲۳ مکعب انچ ہی

(۲) کرہ کا قطر ۳½ فیٹ ہی

۵ء۳ کا مکعب ۸۷۵ء۴۲ ہی اور ۸۷۵ء۴۲ × ۵۲۳۶ء = ۲۲ء۴۴۹۳۵

پس کرہ کا حجم تقریبًا ۴۵ء۲۲ مکعب فیٹ ہی

(۲۹۳) کرہ مجوف کی جسامت ضرور اسطرح معلوم ہوجائیگی کہ اوس کرہ کے حجم مین سے جسکا قطر برابر کرہ مجوف کی قطر بیرونی کے برابر ہی اوس کرہ کا حجم تفریق کرین جسکا قطر برابر قطر اندرونی کرہ مجوف کے ہو اسے یہ قاعدہ استخراج ہوتا ہی جو نیچے لکھا جاتا ہی

(۲۹۴) کرہ مجوف کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ۔ قطر بیرونی کی مکعب مین سے قطر اندرونی کا مکعب کو تفریق کرو اور حاصل تفریق کو ۵۲۳۶ء مین ضرب دو

(۲۹۵) مثالین۔

(۱) ایک کرہ مجوف کا قطر بیرونی ۹ انچ اور موٹائی اوسکی ایک انچ

یہان قطر اندرونی ۷ انچ ہوگا

مکعب ۹ کا ۷۲۹ اور مکعب ۷ کا ۳۴۳ ہی ۷۲۹ − ۳۴۳ = ۳۸۶

اور ۵۲۳۶ء × ۳۸۶ = ۲۰۲ء۱۰۹۶

پس کرہ مجوف کا حجم کا تقریبًا ۲۰۲ء۱۱ مکعب انچ ہی

(۲) کرہ مجوف کا قطر اندرونی ۱۰ انچ ہے اور موٹائی اوسکی ۱½ انچ ہی

پس یہان قطر بیرونی ۱۳ انچ ہوگا

مکعب ۱۳ کا ۲۱۹۷ ہے اور مکعب ۱۰ کا ۱۰۰۰ ہے

۲۱۹۷ − ۱۰۰۰ = ۱۱۹۷ اور ۵۲۳۶ء × ۱۱۹۷ = ۶۲۶ء۷۴۹۲

پس کرہ مجوف کا حجم ۵۰۷۲۲۶ مکعب انچ ہی

(۲۹۶) اگر ایک کرہ بالکل دوسرے کرہ کے اندر واقع ہو تو یہ ظاہر ہے کہ دفعہ ۲۹۴ کے قاعدہ سے اوس چیز کا حجم جو دونو کرون کی سطحون کے درمیان واقع ہی دریافت ہو جائیگا اور یہ حجم اوس صورت مین بہی معلوم ہو جاتا کہ دونو کرونکے مرکز ایک نہ ہون۔

(۲۹۷) بعض مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین۔

(۱) کرہ کے دائرہ عظیم کا محیط ۲۸ انچ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

اول کرہ کا قطر دریافت کرین تو موجب دفعہ ۱۱۱ کے ۸۰۹ انچ کے قریب قریب معلوم ہوگا۔

اور پہر موجب دفعہ ۲۹۱ کے کرہ کا حجم ۳۴۹۰۱۲ مکعب انچ کے قریب قریب دریافت ہوگا۔

(۲) ایک سیسہ کی گولی کا قطر ۵ انچ ہی اوسکا وزن دریافت کرو اور ایک مکعب انچ سیسہ کا وزن ۳۰۳ چہٹانک ہی۔

۵ کا مکعب ۱۲۵ ہی ۱۲۵×۰۵۲۳۶=۶۵۰۴۵ پس گولی کا حجم ۶۵۰۴۵ مکعب انچ ہے

اسیواسطے اوسکا وزن ۶۵۰۴۵×۳۰۳=۲۱۵۰۹۷۵ چہٹانک

(۳) ایک مکعب انچ سونیکا وزن ۵۰۹۰ چہٹانک ہوتا ہی تو اوس سونیکے گولہ کا وزن دریافت کرو جسکا وزن ۵۰۰۰ چہٹانک ہی

مکعب انچونکی تعداد گولہ مین $\frac{۵۰۰۰}{۵۰۹۰}$ یعنی قریب قریب ۸۹۰۳۳۴ کے ہی یہ عدد برابر قطر کے مکعب اور ۵۲۳۶۰ کے حاصل ضرب کے ہوگا۔

پس قطر کا مکعب حاصل کرنیکے واسطے ہم ۸۹۰۳۳۴ کو ۵۲۳۶۰ پر تقسیم کرین تو خارج قسمت ۱۷۰۰۶۱۵ ہوگا

پس جذر الکعب ان اعداد کا قطر ہوگا اور عمل کرنے سے معلوم ہوتا ہی کہ جذر الکعب ۵۰۵۴۶ ہی

پس گولہ کا قطر ۵۰۵۵ انچ کے قریب قریب ہی

اونتیسوین فصل کی مثالین

جن کرون کے قطر بتفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم دریافت کرو۔

(۱) ۱۱ انچ (۲) ۸ فیٹ (۳) ۲۴ فیٹ (۴) ۵ء۳۲ فیٹ

جن کرونکی دوائر عظیمہ کے قطر بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم مکعب فٹ کے دسوین حصہ تک دریافت کرو۔

(۵) ۶ فیٹ (۶) ۸ فیٹ (۷) ۱۰ فیٹ (۸) ۱۲ فیٹ

جن مجوف کرونکی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم مین مکعب انچ دریافت کرو۔

(۹) قطر بیرونی ۵ انچ اور اندرونی ۴ انچ (۱۰) قطر بیرونی ۸ انچ اور اندرونی ۶ انچ

(۱۱) قطر بیرونی ۱۰ انچ اور اندرونی ۷ انچ (۱۲) قطر بیرونی ۱۶ انچ اور اندرونی ۱۲ انچ

(۱۳) ایک نصف کرہ کی شکل کا کاسہ ۲ فیٹ ۴ انچ قطر رکہتا ہی اوسمین بتاؤ کہ کتنے گیلن پانی سمائیگا

(۱۴) ایک نصف کرہ کی شکل کا ایک تالاب ہی اور اوسکا قطر ۱۰ فیٹ ہی اوسمین ایک نانہ ایسا لگا ہوا ہی کہ ۶ گیلن پانی ایک منٹ مین اوسے پُر ہوتا ہی تو بتاؤ کتنی دیر مین یہ تالاب پر ہوگا۔

(۱۵) اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا ایک مجسم ہی اور اوسکے سرے نصف کری کی شکل کے ہین اوسکا انتہاکے درجہ کا طول ۲۹ فیٹ ہی اور قطر ۳ فیٹ اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۶) ایک اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا مجسم ہی اور اوسکے سرے نصف کرہ کی شکل کے ہین اور طول غایت درجہ کا ۲۲ فیٹ اور قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ہی تو بتاؤ اس مجسم کی برابر پانی کے حجم کا کیا وزن ہوگا۔

(۱۷) ۴½ انچ قطر کا کرہ ایک لکڑی کے مکعب مین سے جسکا کنارہ ۴½ انچ ہی قطع ہوا ہی تو بتاؤ کتنی لکڑی اس قطع کرنے سے ضائع ہوئی۔

(۱۸) لوہے کے گولہ کا قطر ۶ انچ ہے اوسکا وزن دریافت کرو اور ایک مکعب انچ لوہے کا وزن ۲ء۱ چھٹانک ہے۔

(۱۹) سیسہ کے کرہ کا ۴ انچ قطر ہے اور اوسکا وزن ۳ء۲۲۱ اونس ہی تو اوس سیسے کے کرہ کا وزن دریافت کرو جسکا قطر ۵ انچ ہو۔

(۲۰) اگر ۴ مکعب انچ بارود کا وزن آدہ سیر ہو تو ۶ انچ قطر کرہ مجوف مین وہ کس قدر سمائینگے۔

(۲۱) اور بتاؤ کہ ۹ انچ قطر کے کرہ مین کتنی بارود آئیگی -

(۲۲) ایک کرہ مجوف ایک انچ موٹا ہی اور قطر بیرونی ۱۰ انچ ہی اور ایسی چیز کا بنا ہوا ہی جسکا ایک مکعب فٹ وزن مین ۱۲۶ پونڈ ہی تو اس کرہ مجوف کا وزن دریافت کرو

(۲۳) ۱½ انچ موٹا کرہ مجوف ہی اور اوسکا قطر بیرونی ۱۱ انچ ہے اور لوہے کا بنا ہوا ہی اور لوہے کے ایک مکعب فٹ کا وزن ۴ ہنڈریڈ ویٹ ہوتا ہی اوس کرہ مجوف کا وزن دریافت کرو -

(۲۴) کرہ مجوف کا قطر بیرونی ۴٫۸ انچ ہی اور قطر اندرونی ۲٫۷ انچ ہی تو بتاؤ اس کرہ مجوف کا وزن کیا ہوگا اگر وہ ایسی چیز کا بنا ہوا ہو کہ جسکے ایک مکعب فٹ کا وزن ۸۶۰ ۷ اونس ہو -

(۲۵) ۱⅝ انچ موٹا کرہ مجوف ہی اور اوسکا قطر بیرونی ۱۳ انچ ہی اور ایسی دہات کا بنا ہوا ہی جسکے ایک مکعب انچ کا وزن ۴٫۴ اونس ہے اوسکا وزن دریافت کرو

(۲۶) ۳½ انچ دل کی مجوف گولی ہی اور اوسکا قطر بیرونی ۱ فٹ ۵½ انچ ہی اور ایسی دہات کی بنی ہوئی ہی جسکی ایک مکعب فٹ کا وزن ۴۸۰ پونڈ ہی اوسکا وزن دریافت کرو

(۲۷) اگر لوہے کی گولی کا قطر ۴ انچ ہو اور وزن ۹ پونڈ تو بتاؤ اندر سے خالی لوہے کی گولی ۲ انچ موٹی جسکا قطر بیرونی ۲۰ انچ ہو کیا وزن رکہے گی -

(۲۸) اندر سے خالی گولی کے قطر بیرونی اور اندرونی ۵ انچ اور ۳ انچ ہین اور وزن اوسکا ۸½ پونڈ ہے اگر ایسی چیز کی ایک اور اندر سے خالی گولی جسکے قطر بیرونی ۴½ انچ اور ۴½ انچ ہون بنائین تو اوسکا کیا وزن ہوگا -

(۲۹) ثابت کرو کہ اگر ایک ہی چیز سے ایک مخروط مستدیر ۲ انچ بلند مدور قاعدہ جسکا نصف قطر ۲ انچ ہو بنائین اور ایک اندر سے خالی گولہ ۱ انچ اور ۴ انچ قطر بیرونی کا بنائین تو ان دونو کا حجم آپسمین برابر ہوگا -

(۳۰) لوہی کا مخروط مضلع ایسا ہی کہ ارتفاع اوسکا ۹ انچ ہے اور اوسکا قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہی اور ہر ایک ضلع اوسکا ۲ انچ ہی اور ۴ انچ کے قطر کی گولی کا وزن

۹ پونڈ ہی تو اس مخروط مضلع کا وزن دریافت کرو

(۳۱) مخروط مستدیر کے قاعدہ کا نصف قطر ۴ انچ ہی تو بتاؤ اوسکا ارتفاع کیا کمین کہ حجم اوسکا برابر اوس کرہ کے ہو کہ جسکا قطر ۴ انچ ہو۔

(۳۲) مخروط مستدیر کا ارتفاع ۱۲ انچ ہی اوسکے قاعدہ کا وہ نصف قطر دریافت کرو کہ جس سے مخروط کا حجم ۶ انچ قطر کے کرہ کے حجم کے برابر ہو۔

(۳۳) مخروط مستدیر کے قاعدہ کا محیط ۳۲ فیٹ ہی اوسکا ارتفاع ایسا دریافت کرو کہ جس سے مخروط اوس کرہ کے حجم کے برابر ہو جسکا قطر ۱۰ فیٹ ہو۔

(۳۴) ایک مجسم اس طرح بنا ہی کہ ایک مدور قاعدہ پر ایک طرف مخروط مستدیر ہی اور دوسری طرف نصف کرہ ہی اوس قاعدہ کا قطر ۸ فیٹ ہی اور مخروط مستدیر کا ارتفاع ۵ فیٹ ہی اوس مجسم کا حجم دریافت کرو

(۳۵) زمین کا قطر ۷۹۰۰ میل اور چاند کا قطر ۲۱۶۰ میل ہی تو بتاؤ زمین کتنی دفعہ بڑی چاند سے ہے

ان مثالون مین جذر الکعب نکالنے کی ضرورت پڑتی ہی

(۳۶) اوس مکعب کا کنارہ دریافت کرو جسکا حجم برابر اوس کرہ کے ہو جسکا قطر ۲۰ انچ ہی

(۳۷) اوس کرہ کا قطر دریافت کرو جسکا حجم برابر اوس مکعب کے حجم کے ہی جس کا کنارہ ۲۰ انچ ہے۔

(۳۸) اوس کرہ کا قطر دریافت کرو جسکا حجم برابر اوس اسطوانہ کے ہو جسکے قاعدہ کا نصف قطر ۸ انچ اور ارتفاع ۱۲ انچ ہو۔

(۳۹) اگر ۳۰ مکعب انچ بارود کا وزن ایک پونڈ ہو تو اوس خالی گولہ کا قطر دریافت کرو جسمین ۵۰ پونڈ بارود سمائی ہو۔

(۴۰) ایک سیسہ کی گولی ایک انچ قطر کی $\frac{۳۳}{۱۴۴}$ پونڈ وزن مین ہی تو جو سیسہ کا گولہ وزن مین ۵۰۰ پونڈ ہو تو بتاؤ اوسکا قطر کیا ہوگا۔

(۴۱) ایک دہات ایسا ہی جسکا ایک مکعب انچ وزن مین ۵۷،۴۶ اونس ہی تو جو کرہ اس دہات کا وزن مین ۴۲۷،۲۲۰ اونس کا بنایا جائے اوسکا قطر بتاؤ

(۴۲) ایک پنیر کی چکتی سطوانہ کی شکل کی ہی ۱۴ انچ اونچی اور ۸ انچ قطر مین ہی اور ۲۰ سیر وزن مین ہے اور ایک اور اوسکی چکتی گولہ کی شکل کی ہی اور وزن مین ۹ سیر ہے تو اوسکا قطر دریافت کرو۔

تیسوین فصل منطقہ کرہ اور قطعہ کرہ کے بیان مین

(۲۹۸) کرہ کے منطقہ کا حجم دریافت کرو۔

قاعدہ دونو سرونکے نصف قطر دنکے مربعونسے چند مجموعہ پر ارتفاع کا مربع زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۵۲۳۶، مین ضرب دو تا حاصل حجم ہوگا۔

(۲۹۹) مثالین۔

(۱) سرونکے نصف قطر ۸ انچ اور ۱۱ انچ ہین اور ارتفاع ۴ انچ

۶۴ + ۱۲۱ = ۱۸۵ اور ۳ × ۱۸۵ = ۵۵۵ اور ۵۵۵ + ۴ = ۵۵۹

۵۵۹ × ۲ × ۵۲۳۶، = ۵۸۵،۳۸۴۸

پس ۵۸۵،۵ مکعب انچ کے قریب حجم ہوگا

(۲) ہر سرے کا نصف قطر ۲۰ انچ ہی اور ارتفاع ۹ انچ ہے

۴۰۰ + ۴۰۰ = ۸۰۰ اور ۳ × ۸۰۰ = ۲۴۰۰ اور ۲۴۰۰ + ۸۱ = ۲۴۸۱

۲۴۸۱ × ۹ × ۵۲۳۶، = ۱۱۶۹۱،۴۶۴۴

پس حجم تقریبًا ۱۱۶۹۱،۵ مکعب انچ ہوا۔

(۳۰۰) اگر اس بات کو یاد رکھین کہ قطعہ کرہ کا ایک سرا کچھہ نہین ہی تو دفعہ ۲۹۸ مین جو قاعدہ بیان کیا گیا ہی اوسی سے قطعہ کرہ کا حجم بہی دریافت ہوسکتا ہی مگر اس امر کے واسطے جدا ہی قاعدہ بیان کرنا مناسب ہی اور اوسمین بڑی آسانی ہے۔

(۳۰۱) قطعہ کرہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ۔ سہ چند مربع نصف قطر قاعدہ پر ارتفاع کا مربع زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۵۲۳۶ء مین پس حاصل حجم ہوگا

(۳۰۲) مثالین۔

(۱) قاعدہ کا نصف قطر ۵ انچ ہی اور ارتفاع ۳ انچ ہی

۲۵×۳ = ۷۵ اور ۷۵ + ۹ = ۸۴ اور ۸۴ × ۳ × ۵۲۳۶ء = ۱۳۱ء۹۴۷۲

پس حجم تقریبًا ۱۳۲ مکعب انچ ہی

(۲) قاعدہ قطعہ کا قطر ۳½ فیٹ اور ارتفاع ۹ انچ

۹ انچ = $\frac{۳}{۴}$ فیٹ اور $\frac{۳}{۴}$ کا مربع = $\frac{۹}{۱۶}$

قاعدہ کا نصف قطر = $\frac{۷}{۴}$ فیٹ اور $\frac{۷}{۴}$ کا مربع = $\frac{۴۹}{۱۶}$

$\frac{۴۹}{۱۶}$ × ۳ = $\frac{۱۴۷}{۱۶}$ اور $\frac{۹}{۱۶}$ + $\frac{۱۴۷}{۱۶}$ = $\frac{۱۵۶}{۱۶}$ = $\frac{۳۹}{۴}$

$\frac{۳}{۴}$ × $\frac{۳۹}{۴}$ × ۵۲۳۶ء = ۳ء۸۲۸۸۲۵ پس حجم تقریبًا ۳ء۸۳ مکعب فٹ ہی

(۳۰۳) مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین

(۱) ارتفاع قطعہ ۳ انچ ہی اور قطر کرہ ۱۴ انچ ہی قطعہ کا حجم دریافت کرو

اول نصف قطر قاعدہ کا مربع دریافت کرنا لازم ہی دفعہ (۸۰) کی شکل کا یہان بہی استعمال کرو تو سی د = ۳ انچ اور ی ف = ۱۴ انچ بموجب دفعہ (۸۹) کے ہمکو مربع ا د = ۳۳ دریافت ہوگا

۳۳×۳ = ۹۹ اور ۹۹ + ۹ = ۱۰۸ اور ۱۰۸ × ۳ × ۵۲۳۶ء = ۱۶۹ء۶۴۶۴

پس قریب ۱۷۰ مکعب انچ کے حجم ہے

(۲) قاعدہ قطعہ کا نصف قطر ۲۴ انچ ہی اور کرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہی حجم دریافت کرو

اول قطعہ کا ارتفاع دریافت کرو دفعہ (۸۷) کی شکل کو استعمال مین لاؤ تو

ا د = ۲۴ انچ اور ا س = ۲۵ انچ بموجب دفعہ (۷۶) کی ہمکو دریافت ہوگا کہ س د = ۷ انچ

اسیواسطے د ی = ۱۸ انچ اور ۲۴ کا مربع = ۵۷۶

۵۷۶×۳ = ۱۷۲۸ اور ۱۸ کا مربع = ۳۲۴ اور ۱۷۲۸ + ۳۲۴ = ۲۰۵۲

۲۰۵۲×۱۸×٫۵۲۳۶ = ۱۹۳۳۹٫۶۷۸۹۶

پس تقریباً ۱۹۳۴۰ مکعب انچ حجم ہے

تیسوین فصل کی مثالین

(۱) منطقہ کرہ کی سرونکے نصف قطر ۷ انچ اور ۹ انچ ہین اور ارتفاع ۳۶ انچ اوسکا حجم دریافت کرو

(۲) منطقہ کرہ کے سرون کے نصف قطر ۸ انچ اور ۱۲ انچ ہین اور ارتفاع ۱۶ انچ ہے اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۳) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۶ فیٹ ہے اور قاعدہ کا قطر ۸ فیٹ حجم دریافت کرو

(۴) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۲ فیٹ ۸ انچ ہے اور قاعدہ کا قطر ۸ فیٹ حجم دریافت کرو

(۵) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۴ فیٹ اور کرہ کا قطر ۱۲ فیٹ حجم دریافت کرو

(۶) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۵ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۱۵ فیٹ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۷) قاعدہ قطعہ کرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۱۳ فیٹ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۸) قاعدہ قطعہ کرہ کا نصف قطر ۸ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہے قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۹) کرہ کا قطر ۲۰ فیٹ ہے مرکز سے ۵ فیٹ کی فاصلہ عمودی پر ایک سطح سے وہ دو قطعون مین منقسم ہوتا ہے اون دونومین سے ہر ایک کا حجم دریافت کرو

(۱۰) کرہ کا قطر ۱۰ فیٹ ہے اور وہ دو قطعومین منقسم ہوا ہے اور ایک قطعہ کا ارتفاع بہ نسبت دوسرے قطعہ کے دوچند ہے ہر ایک کا حجم دریافت کرو۔

(۱۱) قاعدہ قطعہ کرہ کا نصف قطر ایک انچ ہے اور کرہ کا نصف قطر ۲½ انچ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۱۲) گول سلاخ ۱۶ انچ لمبی اور ۲ انچ قطر کی ہے اور اوسکے سرون پر دو گولی لگے ہوئی ہین ہر ایک کا قطر ۴½ انچ ہے یہ سب لوہے کے ہین اور لوہے کی گولی ۴ انچ قطر کی ۹ پونڈ وزن مین ہوتی ہے تو بتاؤ

ادس سلاخ اور کردون کا سب وزن ملکر کیا ہے۔

(۱۳) کرہ کا قطر ۹ فیٹ ہی اور وہ دو متوازی سطحون سے حصونمین منقسم ہوا ہی اور ان حصون کے ارتفاع آپسمین برابر ہین ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۴) کرہ ۶ انچ قطر ہین ہی اور چار حصون مین متوازی سطحون سے منقسم ہوا ہی اور ادنکے ارتفاع آپسمین برابر ہین ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

(۱۵) منطقہ کرہ کا حجم دریافت کرو ادسکے دونو سرے مرکز کے ایک ہی جانب مین واقع ہین اور ادنکا فاصلہ مرکز سے ۱۰ انچ اور ۱۵ انچ ہی اور کرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہی۔

(۱۶) منطقہ کرہ کا حجم دریافت کرو ادسکا ہر ایک سر مرکز کے مقابل جانبون مین واقع ہی اور ادسکا فاصلہ مرکز سے ۱۰ انچ اور ۱۵ انچ ہی اور کرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہی۔

(۱۷) ایک قطعہ کرہ کی شکل کا پیالہ ہی اور ادسکا عمق ۹ انچ اور قطر ادسکا ۴ فیٹ ہی تو بتاؤ پینٹ کے کتنے قریب پانی ادسمین سمائیگا۔

(۱۸) اس دعوی کو مختلف صورتون سے حساب لگاکر ثابت کرو کہ اگر قطعہ کرہ کا ارتفاع کرہ کی نصف قطر کی چوتھائی ہی تو کرہ کا حجم تین چوتھائی ادس کرہ کے حجم کا ہوگا جسکا نصف قطر برابر ارتفاع قطعہ کے ہی۔

اکتیسوین فصل مجسمات غیر منتظم

(۳۰۴) اب وہ ترکیبین ہم بیان کرتے ہین جس سے بعض صورتونمین ہم کو ادن مجسمات کے حجم دریافت ہوجائین جو ادن قاعدونکے اندر داخل نہین ہین جنکا بیان ہمنے ابتک کیا ہی۔

(۳۰۵) فرض کرو کہ ایک مجسم ایسا ہی کہ پانی مین ڈوب جاتا ہی اور پانی مین ڈوبنے سے ادسکا کچھ نقصان نہین ہوتا ایک مکعب کی شکل کا یا مجسم متوازی السطوح قائم الزاویا اسطوانہ کی شکل کا غرض ایسی شکل کا ظرف لو جس مین آسانی ہو اور ادسمین ادس مجسم کو رکھدو اور ادسمین پانی بھرو یہانتک کہ وہ مجسم بالکل ڈوب جائے اور جہانتک پانی ظرف مین ہو وہان نشان کرلو

اب مجسم کو پانی مین سے نکال لو اور جہان پانی ٹھہرے وہان ظرف مین نشان کرو ظاہر
ہی کہ مجسم کا حجم برابر اوس پانی کے حجم کے ہوگا جو اون دو نشانون کے درمیان ظرف مین
سماتا ہی اور اس حجم کا حساب آسانی سے دریافت ہوسکتا ہے۔
یا اس طرح عمل کرو کہ ظرف کو بالکل پانی سے لبالب بہر دو اور اوسمین سہج سے مجسم کو رکہہ دو اور
جتنا پانی ظرف سے نکلجاے اوسے ناپ لو۔
(۳۰۶) اگر مجسم ایک ہی چیز کا بالکل بنا ہو تو اوسکے حجم کا اندازہ اوسکے وزن سے اسطرح کرسکتے ہین کہ
اوس مجسم کو تولین اور جس چیز کا بنا ہوا ہی اوسکے ایک مکعب انچ کا وزن دریافت کرین اور مجسم کے
وزن کو اُسی ایک انچ مکعب کے وزن پر تقسیم کرین تو خارج قسمت حجم مجسم کے مکعب انچونکی تعداد ہوگا
اگر بجاے ایک انچ مکعب کی ہمکو کسی اور حجم معلوم کا جو ایسی چیز کا بنا ہوا ہو وزن معلوم ہو تو
تناسب کے حساب سے اوس مجسم کا حجم دریافت کرسکتے ہین اونیسوین فصل کے آخر مین مثالین
اس اصول کی لکھی ہین کہ اگر مجسمات کا مادّہ ایک ہی ہو تو اونکے وزنون مین وہی نسبت
ہوتی ہی جو اونکے حجمون مین نسبت ہوتی ہی۔
(۳۰۷) اٹھارہوین فصل مین جو قاعدہ لکھا ہی اوسی کے متشابہ ایک قاعدہ مجسمات کے واسطے بہی
ہی اوسی بعض مجسمات کے حجم تقریبًا دریافت ہوجاتے ہین۔
مجسم کے طول کو برابر جفت حصون مین تقسیم کرو اور نقاط تقسیم سے سطوح طول مجسم پر عمود نکالو
سطوح متفاصل کا رقبہ دریافت کرو اور اول و آخر رقبونکو اور باقی طاق رقبون اور جفت
رقبون کے چوچند مجموعہ کو جمع کرو اور حاصل جمع کو دو متصل کی سطوح متفاصل کے فاصلہ مشترک
مین ضرب دو حاصل ضرب حجم مطلوب ہوگا۔
(۳۰۷) قاعدہ مذکور عمومًا اوس حالت مین کہ حجم بہت سی سطوح متفاصل سے منقسم ہوگا زیادہ ترصحیح
ہوگا مگر جہان مجسم بہت ہی غیر منتظم ہو وہان قاعدہ مذکور پر اعتبار کرنا نہین چاہئے سطوح
متفاصل کا رقبہ دریافت کرنا سواے بعض صورتون کے نہایت مشکل ہوتا ہی اس لئے قاعدہ

مذکورعملاً کچہہ کام نہین۔

اکتیسوین فصل کی مثالین

(۱) اسطوانہ کی شکل کا ظرف ہی اور اوسکے قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے ایک پتہر کا ٹکڑا ظرف مین رکہا گیا اور ظرف مین پانی اتنا بہرا گیا کہ پتہر ڈہک گیا اور جب پتہر کو نکال لیا پانی ۶ انچ اوتر گیا اوس پتہر کا حجم دریافت کرو۔

(۲) ایک مکعب فٹ سنگ مرمر کا وزن ۲۷۱۶ اونس ہے توجس سنگ مرمر کا وزن ۴ ٹن ۸ ہنڈریڈویٹ ہوگا اوسکا کیا حجم ہوگا۔

(۳) پانی سے بہرا ہوا پیپہ ۳ ہنڈریڈویٹ وزن مین ہی اور جب پیپہ خالی ہوگیا تو اوسکا وزن ۴۰ پونڈرہ گیا تو ظرف مین تقریباً بتاؤ کتنے گیلن پانی تہا۔

(۴) پانچ برابر فاصلون پر سطوح متقاصل ایک مجسم کی کہچی گئی ہین اور فاصلہ مشترک ۳ فیٹ ہے اور رقبے ان سطوح متقاصل کے ۲۷ر۳ اور ۲۸ر۵ اور ۹۶ر۶ اور ۸ر۷۵ اور ۲۷ر۱۰ ہین تو انجام کے سطوح متقاصل کے درمیان جو مجسم ہو اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۵) پانچ برابر فاصلے پر سطوح متقاصل ایک مجسم کی کہچی گئین اور فاصلہ مشترک ۶ انچ اور سب سطوح متقاصل دوائر ہین اور اونکے محیط جدا جدا ۷۰ انچ و ۶۳ انچ و ۹۹ انچ و ۷۶ انچ و ۸۳ انچ ہین تو انجام کی سطوح متقاصل کے درمیان جو مجسم ہو اوسکا حجم دریافت کرو

بتیسوین فصل مجسمات متشابہ کے بیان مین

(۳۰۹) مجسمات متشابہ وے کہلاتے ہین جنکی صورت ایک سی ہو گو اونکے حجم مختلف ہون اکثر روزمرہ کی بول چال مین جو مجسمات متشابہ ہوتے ہین اونمین ایک کو دوسرے کا نمونہ کہتے ہین۔

(۳۱۰) تمام مکعب متشابہ ہوتے ہین تمام کرے متشابہ ہوتے ہین۔

(۳۱۱) بہت سی صورتون مین ایسا ہوتا ہی کہ وہان آسانی سے یہہ بات دریافت ہوجاتی ہی کہ مجسم متشابہ ہین مثلاً اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے تینون کنارے جو ایک کونہ پر

ملتے ہین دوگنی تگنی یا چہ گنی ایک دوسرے مجسم کی ایسی ہی کنارون سے ہون تو ہم کہینگے کہ دونو مجسم متشابہ ہین اگر مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع اور قاعدہ کا قطر دوگنا یا تگنا یا چہ گنا دوسرے مخروط کے ارتفاع اور قطر قاعدہ سے ہو تو مخروطون کو ہم متشابہ کہینگے۔

اور علی ہذا القیاس یہی امتحان دو مستدیر اسطوانہ کے متشابہ ہونے کا ہی۔

ان بیانات کو اختصاراً اسطرح بیان کیا کرتے ہین۔

دو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے کنارے متناسب ہون تو وہ مجسم متشابہ ہونگے اگر قاعدون کے قطر اور ارتفاع دو مخروط مستدیر قائم یا اسطوانہ مستدیر قائم کے متناسب ہون تو وہ دونو متشابہ ہونگے۔

(۳۱۲) متشابہ مجسمات کے باب مین یہ مقدمہ اصل اصول ہی کہ

مجسمات متشابہ کے حجمون مین وہ نسبت ہوتی ہی جو اونکے متناظرہ طولون کے مکعبون مین

مثلاً فرض کرو کہ ایک کرہ کا قطرہ ۱ انچ ہی اور دوسرے کرہ کا قطر ۲ انچ ہی تو پہلے کرہ کے حجم کو دوسرے کرہ کے حجم سے وہ نسبت ہوگی جو ۵ کے مکعب کو نسبت ہی ۴ کے مکعب سے یعنی جو ۱۲۵ کو نسبت ہی ۶۴ سے اس سے معلوم ہوا کہ بڑا مکعب چھوٹے مکعب سے قریب دو چند کے ہی

جو لوگ اس اصول مین توجہ نہین کرتے اونکو یہ حال نہین معلوم ہوتا ہی کہ مجسمات کی بعض امتداد کے بڑہنے سے حجم کس نسبت سے بڑہ جاتے ہین اور اوسکے اندر وہ بڑی مشکل مین پڑجاتے ہین اور دہوکہ کہاتے ہین۔

(۳۱۳) اب ہم چند مثالین بطور مشق کے لکھتے ہین۔

(۱) مکعب کا کنارہ ایک فٹ ہی تو جس مکعب کا حجم اس مکعب سے دو چند ہو اوسکے کنارہ مین تعداد فٹون کی دریافت کرو۔

تعداد مطلوب کے مکعب کو ایک کے مکعب سے وہ نسبت ہی جو ۲ کو ہی ایک سے پس اس سے معلوم ہوا کہ تعداد مطلوب ۲ کا جذر الکعب ہی اور اوسکو نکالو تو ۱٫۲۵۹۹۲۱ نکلے گا۔

اس سے ہمکو معلوم ہوتا ہے کہ مکعب جسکا کنارہ ۱،۲۶ فیٹ ہی وہ اوس مکعب سے کہ جسکا کنارہ ایک فیٹ ہو کچہہ ہی دوچند سے زیادہ حجم مین ہوتا ہی۔

(۲) مخروط مضلع کا ارتفاع ۱۲ فیٹ ہی اوسمین سے ایک ایسا مخروط ناقص قطع کرو کہ وہ ایک مخروط مفروض کی چوتہائی ہو۔

چونکہ مخروط ناقص اصل مخروط کی ایک چوتہائی ہی تو باقی حصہ تین چوتہائی مخروط کی ہوگا اور یہ تین چوتہائی حصہ ایک مخروط ہوگا اور وہ اصلی مخروط کا متشابہ ہوگا اسیواسطے جو مخروط باقی رہا ہی اوسکی ارتفاع کی مکعب کو اصل مخروط کی مکعب سے وہ نسبت ہی جو ۱۷۲۸ کی $\frac{3}{4}$ کو نسبت ہی ۱۲۹۶ سے
پس مخروط کا ارتفاع جو باقی بعد کٹنے کے رہا ہی ۱۲۹۶ کا جذر الکعب ہے اور وہ ۱۰،۹۰۲۰ نکلتا ہی۔

پس اس سے معلوم ہوا کہ مخروط ناقص کا ارتفاع ۱۲ — ۱۰،۹۰۲۷ یعنے ۱،۰۹۷۳ ہے

(۳) ناقص مخروط مستدیر کے سرون کے نصف قطر ۶ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہین اور اوسکا ارتفاع ۳ فیٹ ہی قاعدہ کے متوازی ایک سطح ایسی کہیچو کہ اوسکے دو برابر حصے ہوجائین دفعہ ۱۰۲۱ کی شکل مین اب اور س د دائرون کے قطر ہین اور بموجب اوس دفعہ کے
ہ ک = ۴،۵ اور ہ م = ۷،۵ فرض کرو کہ ہ سے سطح مطلوب کا عمودی فاصلہ ہ ل سی تعبیر ہوتا ہے تو ہمکو یہ دریافت ہوگا کہ ہ ل کا مکعب برابر نصف مجموعہ ہ ک اور ہ م کے مکعبون کے ہے

اور مکعب ۴،۵ = ۹۱،۱۲۵ اور مکعب ۷،۵ = ۴۲۱،۸۷۵

بس مکعب ہ ل = ۵۱۳ کے $\frac{1}{2}$ = ۲۵۶،۵

اور اسیواسطے ہ ل مین فٹون کی تعداد = ۲۵۶،۵ کے جذر الکعب یعنی ۶،۳۵۳۷ کے

پس اس سے معلوم ہوا کہ سطح مطلوب کا فاصلہ مخروط ناقص کے چہوٹے سرے سے

= ۶،۳۵۳۷ — ۴،۵ = ۱،۸۵۳۷

(۴) ناقص مخروط مستدیر کا حجم ط ب ف سے کتنا کتنا چہیلا جائے کہ ایک مخروط مضلع ایسا بنجائے

کہ اوسکے قاعدے مربعے ہون اگرچہ مثال ٹہیک ٹہیک متشابہ مجسمات کے باب سے علاقہ نہین رکہتی مگر وہ آسانی سے بیان ہوسکتی ہی اسلیئے لکہدی ہی۔

فرض کرو کہ سرے کا نصف قطر ۲ فیٹ ہی اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۳ فیٹ ہی اور ارتفاع ۱۲ فیٹ ہے اور بموجب دفعہ ۲۶۸ کے مخروط مستدیر ناقص کا حجم مکعب فیٹ مین

= ⅓ × ۱۹ × ۱۲ × ۳٫۱۴۱۶ = ۲۳۸٫۷۶۱۶ اور جب اس مخروط مستدیر کا حجم چارون طرف سے چھیلا گیا اور اوسکے سرے مربعے بن گئے جنکے ضلعے ۴ فیٹ اور ۶ فیٹ ہین تو بموجب دفعہ ۲۶۸

مخروط مستدیر کا حجم مکعب فٹ مین = ⅓ × ۳۸ × ۱۲ = ۱۵۲

اسواسطے جو حجم کہ چھیل کر اوتارا ہی ۸۶٫۷۶۱۶ مکعب فیٹ ہی اور اصل حجم کا $\frac{۸۶٫۷۶۱۶}{۲۳۸٫۷۶۱۶}$ حصہ یعنی ۳۶٫۳ حجم مخروط مستدیر کا ہی یعنے قریب قریب $\frac{۹}{۲۵}$ اصل حجم کے اس عمل کے دیکہنے سے معلوم ہوگا کہ مخروط ناقص کا ارتفاع خواہ کچہ فرض کیا جاتا نتیجہ وہی حاصل ہوتا ہے جواب حاصل ہوا ہی امتحان کرنے سے یہ بہی واضح ہوگا کہ سرون کے نصف قطر خواہ کچہ ہی ہون یہی عمل کا حاصل ہوگا جواب ہوا ہی۔

پس اس سے ثابت ہوا کہ یہ نتیجہ کلیہ ہے اور کل مخروطات ناقص پر حاوی ہی۔

بتیسوین فصل کی مثالین

(۱) توپ کا گولہ ۳½ انچ قطر کا ۶ پونڈ وزن مین ہی تو بتاؤ اوسی دہات کے گولہ کا وزن جسکا قطر ۵½ انچ ہی کیا ہوگا۔

(۲) اگر دخانی کل کا نمونہ وزن مین ۶ پونڈ ہو اور اصل کل اوسی نمونہ کی اوسی دہات سے بنائی جائے جسکا کہ نمونہ بنا ہی اور اوسکی طولانی امتداد نمونہ کی طولانی امتدادون سے نوگنی ہون تو اوس کل کا وزن دریافت کرو۔

(۳) دو اسطوانے مستدیر قائم متشابہ ہین اور اونکی ارتفاع ۷ انچ اور ۱۰ انچ ہین تو ثابت کرو کہ اونکی متشابہ وہ اسطوانہ جس کا ارتفاع ۱۱٫۰۳ انچ ہو حجم مین دونو اسطوانون سے

حجموں کے مجموعے سے کم ہے اور وہ اسطوانہ جسکا ارتفاع ۱۱٫۴۰ انچ ہو اون دو نو اسطوانون کے حجمون کے مجموعہ سے بڑا ہے۔

(۴) ایک مخروط مضلع کا ارتفاع ۱۶ انچ اور اوسکا حجم ۴۰۰ مکعب انچ ہے قاعدہ سے ۴ انچ کے فاصلہ پر قاعدہ کی متوازی ایک سطح کھینچی گئی ہے اس سطح سے مخروط کے جو دو حصے ہون اونکے حجم دریافت کرو

نیچے کی چار مثالون مین جذر الکعب نکالا جائیگا

(۵) توپ کا گولہ $3\frac{1}{2}$ انچ قطر کا ۳ سیر وزن مین ہے تو جو گولہ اوسی دہات کا ۱۰ سیر وزن مین ہو اوسکا قطر کیا ہوگا

(۶) اسطوانہ مستدیر قایم کا ارتفاع ۴ فیٹ ہے تو اوس سے حجم مین جو نو گنا اسطوانہ متشابہ ہو اوسکا ارتفاع دریافت کرو۔

(۷) مخروط ناقص کے سرون کے قطر ۲ فیٹ اور ۲٫۱ فیٹ ہین اور ارتفاع ۵ فیٹ ہے اور وہ دو برابر حصون مین ایک سطح سے کہ قاعدہ کے متوازی ہے تقسیم ہوا ہے تو چھوٹے سرے سے فاصلہ اس سطح کا دریافت کرو۔

(۸) اگر مثال مذکور مین مخروط ناقص تین برابر حصون مین دو سطحون سے کہ قاعدہ کی متوازی ہون منقسم ہو تو ان سطوح کا فاصلہ چھوٹے سرے سے دریافت کرو۔

(۹) مسدس منتظم پر ایک مخروط مضلع قائم ہے اوسکو خرادیر چڑھاکر مخروط مستدیر بنایا ہے تو ثابت کرو کہ ایک دسوین حصہ سے اوسکا کچھہ ہی زائد خرادیر چھیلا گیا ہوگا

(۱۰) ناقص مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکے حجم کو چارون طرف سے چھیل کر ایسا اوتارا ہے کہ وہ مخروط مستدیر بنگیا ہے تو ثابت کرو کہ کچھہ ہی زیادہ اصل حجم کا $\frac{1}{5}$ حصہ چھیل کر اوتارا گیا ہے۔

(۱۱) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکا ہر ایک کنارہ ۱ فٹ ہے تو ثابت کرو کہ مخروط مضلع کا حجم $\frac{\sqrt{2}}{6}$ ایک مکعب فٹ کا ہے اور ہر مخروط مضلع کا حجم جسکا قاعدہ مربع ہو یون دریافت ہوگا کہ کنارہ کی مکعب کو $\frac{\sqrt{2}}{6}$ مین ضرب دین۔

(۱۲) مستطیل پر مخروط مضلع بنایا ہے اور اوسکا ہر ایک کنارہ ایک فٹ ہے تو ثابت کرو کہ مخروط کا حجم $\frac{\sqrt{2}}{12}$ مکعب فٹ ہے اور جو مثلث پر مخروط بنایا جاوے اور اوسکا ہر ایک کنارہ برابر ہو تو اوسکا حجم ایک کنارہ کے مکعب کو $\frac{\sqrt{2}}{12}$ مین ضرب دینے سے دریافت ہوگا۔

پانچوان باب سطوح مجسمات کے رقبے

تینتیسوین فصل سطوح مستوی

(۳۱۴) جن سطوح سی کہ مجسمات احاطہ ہوتی ہین اونکے رقبے دریافت کرنیکا حال لکھتی ہین اگرچہ یہ مضمون باب سوم سے متعلق تہا اور وہان بیان کرنا مناسب تہا مگر مبتدیون کے واسطے اس بات مین آسانی ہی کہ اول وہ مجسمات کی جسامت دریافت کرنیکا بیان سیکہین اور بعد ازان اونکی سطوح کے رقبونکے معلوم کرنے کی کیفیت جانین۔

(۳۱۵) کسی مجسم کی سطوح مستوی کا رقبہ اونہین قاعدون سے دریافت ہو سکتا ہے جو ہمنے باب سوم مین بیان کئے ہین اب ہم مختلف صورتین ان سطوح کی بیان کرتے ہین مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی اطراف قائم الزاویہ ہوتی ہین اور مجسم متوازی السطوح کی اطراف متوازیہ متوازی الاضلاع مین ہوتی ہین دو یا چار اونمین سی قائم الزاویہ بہی ہو سکتی ہین منشور کے سرے مثلث یا کوئی اور شکل مستقیمۃ الاضلاع ہوتی ہین منشور قائم مین اطراف قائم الزاویہ اور منشور مائل مین اطراف متوازی الاضلاع ہوتی ہین مخروط مضلع کا قاعدہ مثلث یا قائم الزاویہ ہوتا ہی اور اوس کے اطراف مثلث ہوتی ہین مجسم ذوزنقہ کی یا مخروط مضلع ناقص کے سرے مثلث اور مستقیمۃ الاضلاع ہوتے ہین اور اوس کے اطراف ذوزنقہ ہوتی ہین۔ فانہ کی دو طرفین مثلث اور تین طرفون مین سے ہر ایک طرف ذوزنقہ یا متوازی الاضلاع یا قائم الزاویہ ہوتی ہی غرض سب صورتون مین مجسمات کی سطوح وہ اشکال مستقیمۃ الاضلاع ہوتی ہین جنکے رقبے اون قواعد سی دریافت ہوتے ہین جو اوپر بیان ہوئے ہین دائرے کے رقبے دریافت کرنیکا قاعدہ بہی بیان ہوا ہی اور اس قاعدہ کا استعمال ان صورتون مین ہوگا کہ سطوح اسطوانہ مستدیرہ کے سرے دائرے ہوتے ہین مخروط مستدیرہ کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہی۔ ناقص مخروط مستدیرہ کے قاعدے دائرے ہوتے ہین۔ قطعہ کرہ کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہی منطقہ کرہ کے سرے دائرے ہوتے ہین ان سب صورتون مین دائرہ کے رقبے دریافت کرنیکا قاعدہ کام مین آئیگا۔

باب سوم مین جو قاعدے بیان ہوئے ہین اونمین سے ہر ایک قاعدہ اس باب مین کام آئیگا مثلاً قطعہ دائرہ کے

رقبہ دریافت کرنے کا جو قاعدہ بیان ہوا ہی وہ اسطوانہ کی اون قطعات کی سطوح کے رقبے
دریافت کرنے مین کام آئیگا جو دفعہ ۲۵۵ مین بیان ہوئی

(۳۱۶) مثالین۔

(۱) ایک مکعب ۸ انچ لنبا ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

مکعب کے ہر ایک طرف مربع ہی اور اوسکا رقبہ ۶۴ مربع انچ ہی اور اوسکی چھہ طرفین ہین اسلئے کل سطح
۶×۶۴ مربع انچ یعنی ۳۸۴ ہی

(۲) مخروط کا قاعدہ مربع ہے ہر ایک ضلع ۱۰ انچ لنبا ہی اور باقی چار اطراف جو اس پر ملتے ہین مثلث
تساوی الاضلاع ہین مخروط مضلع کی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہی اور ہر ایک مثلثی طرف کا رقبہ بموجب دفعہ ۲۰۶ کے ۴۳٫۳ مربع انچ کے قریب ہے
اسواسطے چارون مثلثی طرفون کا رقبہ ۱۷۳٫۲ مربع انچ ہی پس مخروط مضلع کی کل سطح
۲۷۳٫۲ مربع انچ ہی

(۳) ایک ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بغیر ڈھکنے کے بنایا گیا ہی بیرونی طول
اوسکا ۴ فیٹ اور عرض ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ہی تو سطح بیرونی کا کل رقبہ دریافت کرو۔

اب سطح بیرونی مین دو مستطیل ایسے ہین کہ جو ۴ فیٹ سے ۲ فیٹ ہین اور دو مستطیل ایسے ہین کہ ۳ فیٹ
سے ۲ فیٹ ہین اور ایک مستطیل ۴ فیٹ سے ۳ فیٹ ہی کل رقبہ ۵۲ مربع فیٹ ہی

فرض کرو کہ یہ ظرف ایک نصف انچ موٹا ولدار بنایا جاے تو جواب عملاً یہ ہوگا کہ اس ضخامت معینہ کے
ایک چادر اوس دہات کی ۵۲ مربع فیٹ اوس ظرف کے بنانے کے واسطے لین اسطرح سے
ہر ایک سوال جسمین ضخامت فلزات کی مقابلہ ظرف کی استداد کے نہایت چھوٹی ہو
حل ہوسکتا ہی۔

دفعہ ۲۹۵ مین ٹھیک ٹھیک کیب حل کرنے کی بیان ہوئی ہی اوسمین بیان کیا گیا ہی کہ بالکل
صحیح نتیجہ ۴۱۸۱۲۵ مکعب انچ ہی اب اگر دہات کا ۵۲ مربع فیٹ رقبہ ایک نصف انچ

سوٹا لین تو اوسکا حجم ۲۸۰۰ مکعب انچ ہوگا اس سے معلوم ہوتا ہی کہ تقریبی حجم جو نکالا ہے وہ اصل حجم سے کچھ زائد ہے جس قدر مادہ کی ضخامت پتلی اور باریک ہوگی اوسی قدر حجم تقریبی اور حجم اصلی مین کم فرق ہوگا

(۴۴) ایک ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بنایا گیا ہی اور اوسکا ڈھکنا نہیں ہے اور اوسکا قاعدہ مربع ہی اور اوسمین ایک مکعب فٹ کی سمائی ہی اور اوسکا ارتفاع اوسکے طول سے نصف ہی تو اوسکی اندرونی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

ایک ظرف اوسی قاعدہ پر دو چند ارتفاع کا ایک مکعب ہوگا جسمین ۲ مکعب فیٹ سمائینگے یعنی ۳۴۵۶ مکعب انچ اوسی سے معلوم ہوگا کہ قاعدہ کے ضلع کا طول ۳۴۵۶ کا جذر الکعب ہے پس قاعدہ کے ضلع کا طول ۱۵٫۱۱۹ انچ ہوگا اور چونکہ ارتفاع طول سے نصف ہی تو قاعدہ کا رقبہ دو چند باقی چار اطراف مین سے ہر ایک سے ہوگا اس واسطے کل سطح اندرونی کا رقبہ سہ چند قاعدہ کے رقبہ سے ہوگا یعنی مربع انچون مین سہ چند ۱۵٫۱۱۹ کے مربع سے وہ ہوگا اور عمل کرنے سے معلوم ہوگا کہ وہ ۶۸۵٫۷۵ ہی

اس سے معلوم ہوا کہ اگر مثال گذشتہ مین دہات کا ظرف بنایا جاے اور اس دہات کی ضخامت معینہ نہایت پتلی ہو تو اوسکی ۶۸۶ مربع انچ ظرف کے بنانے مین صرف ہوگی۔

(۱۳۷) اوپر کی دو مثالون مین جس اصول کی توضیح ہوئی ہی وہ اسطرح بیان مین آتا ہی کہ ہم ظرف کو کسی فلزات یا دہات کا بنانا چاہین اور اوسکی باریک ضخامت معینہ ہو تو اوس فلزات کی چادر ظرف کی سطح بیرونی کی برابر لین اگر اس اصول کو مان لین تو نہایت دلچسپ صورتین بعض نتائج حسابیہ کی بن سکتی ہین مثلاً ۳۱ باب کے آخر مین جو مثالین ۳۹ سی ۴۱ تک لکھی ہین اونکے نتائج کا مقابلہ کرین اور اسی قبیل کی مثالونکے دیکھنے سے ہم اس مسئلہ کو صحیح جانتے ہین کہ ایک ظرف جسکا سماؤ معلوم ہی مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بنایا جاے اور اوسکا قاعدہ مربع ہو اور اوسکا ڈھکنا نہ ہو اور طول سے ارتفاع نصف ہو تو اوس کی سطح اندرونی

حتی الامکان کم ہوگی۔ پس ظرف بنانے مین جب یہ منظور ہو کہ صرف نہایت کم ہو تو ظرف کو
ایسا بنانا چاہیے کہ ارتفاع اوسکا طول سے نصف ہو

اور علی ہذا القیاس ۲۴ سے ۴۴ تک اور اوسی قبیل کی مثالون کے نتایج کو دیکھکر ہم کو معلوم
ہوتا ہی کہ اگر ڈہکنا ہی ہو تو مکعب بنانے مین بہت کم صرف ہوگا

فرض کرو کہ مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ظرف مربع قاعدہ پر ہم بنانا چاہتے ہین
اور اوسکی مصالح کی مقدار ہمکو معلوم ہی پس اگر ڈہکنا نہوگا تو ظرف کا سماؤ اوس حالت مین بڑی
سی بڑا ہوگا کہ ارتفاع اوسکا طول سے نصف ہو اور اگر ڈہکنا ہی ہو تو ظرف کا سماؤ اوسحالت
مین بڑے سے بڑا ہوگا کہ وہ ظرف مکعب ہو۔

تینتیسوین فصل کی مثالین

اون مکعبون کی سطحون کے کل رقبے دریافت کرو جنکے طول بالتفصیل ذیل معلوم ہین۔

(۱) ۲ فیٹ ۶ انچ (۲) ۳ فیٹ ۸ انچ

(۳) ۵ فیٹ ۱۰ انچ (۴) ۶ فیٹ ۷ انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد بالتفصیل ذیل معلوم ہین اونکی کل سطح کے رقبے دریافت کرو۔

(۵) ۲ فیٹ ۶ انچ و ۳ فیٹ و ۵ فیٹ

(۶) ۲ فیٹ ۴ انچ و ۳ فیٹ ۶ انچ و ۴ فیٹ

(۷) ۲ فیٹ ۸ انچ و ۳ فیٹ ۲ انچ و ۴ فیٹ ۱۰ انچ

(۸) ۲ فیٹ ۱۱ انچ و ۳ فیٹ ۷ انچ و ۵ فیٹ ۲ انچ

جن منشور مثلثی کی امتداد بالتفصیل ذیل معلوم ہین اونکی کل سطوح کے رقبے دریافت کرو

(۹) قاعدہ کے اضلاع ۳ و ۴ و ۵ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ

(۱۰) قاعدہ کے اضلاع ۸ و ۵ و ۷ فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ

(۱۱) قاعدہ کے اضلاع ۱ فٹ ۴ انچ و ۲ فیٹ ۱ انچ و ۳ فیٹ ۳ انچ ارتفاع ۷ فیٹ ۶ انچ

(۱۲) قاعدہ کی اضلاع ۲ فیٹ ۱ انچ و ۲ فیٹ ۹ انچ و ۴ فیٹ ۴ انچ ارتفاع ۸ فیٹ

(۱۳) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی اور قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۲ فیٹ ۱۰ انچ ہی اور اوس خط کا طول جو راس سے قاعدہ کے کسی ضلع کے نقطہ وسط مین ملایا جائے ۳ فیٹ ۵ انچ ہے اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۴) ایک مخروط کا قاعدہ مربع ہی قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۳ فیٹ ۴ انچ ہی اور اوس خط مستقیم کا طول کہ راس سے قاعدہ کے کسی ضلع کے نقطہ وسط مین ملایا جاے ۵ فیٹ ۸ انچ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۵) ایک مخروط کا قاعدہ مربع ہے قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۳ فیٹ ۴ انچ اور ہر ایک کنارہ ۸ فیٹ ۵ انچ ہی اوسکی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۶) ایک مخروط کا قاعدہ مربع ہی جسکا ہر ایک ضلع ۲۸ فیٹ ہی اور ہر ایک کنارہ ۱۶ فیٹ ۱ انچ ہے اوس مخروط مضلع کی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۷) مخروط کا قاعدہ مربع ہی اور سب اطراف اوسمین برابر ہین قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ۶ انچ ہے اور مخروط کا ارتفاع ۱۰ فیٹ ۴ انچ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۸) مخروط کا قاعدہ مربع ہی اور سب اطراف اوسکے آپسمین برابر ہین قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۳۹ فیٹ ۲ انچ ہی اور مخروط کا ارتفاع ۲۴ فیٹ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۹) مخروط ناقص کے سرے مربع ہین اور اضلاع اونکے ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ ہین اور اوسکے اطراف ذوزنقہ ہین اور اونکے متوازی اضلاع کے درمیان ۶ انچ کا فاصلہ ہے اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۰) مخروط ناقص کے سرے مربع ہین اور اونکے اضلاع ۲ فیٹ ۳ انچ اور ۴ فیٹ ۹ انچ ہین اور ہر ایک طرف ذوزنقہ ہے اور اونکے اضلاع متوازیہ کے درمیان فاصلہ ۱۸ انچ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۱) مخروط ناقص کے سرے مربعے ہین جنکے اضلاع ۳ فیٹ ۴ انچ اور ۲ فیٹ ۱۰ انچ ہین اور باقی کنارون مین سے ہر یک کنارہ ۵ انچ ہی اوسکی سطح کے کل رقبہ کو دریافت کرو

(۲۲) مخروط ناقص کے سرے مربعے ہین جنکے اضلاع ۳ فیٹ ۲ انچ اور ۴ فیٹ ہین اور باقی کنارونمین سے ہر یک کنارہ ۱۳ انچ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۳) مجسم ذوزنقہ کے سر مستطیل ہین اور ایک اونمین سے ۶ فیٹ ہی اور اوسکی متناظرہ مستطیل ۴ فیٹ ۶ انچ سے ۴ فیٹ ۱۰ انچ ہے اور باقی کنارون مین ہر یک کنارہ ۱۲ انچ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۴) مخروط مثلثی کے چارون اطراف مثلث متساوی الاضلاع ہین اور ہر یک کا کنارہ ۱۰ فیٹ ہے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۵) مخروط کا قاعدہ مستطیل ہے اور وہ ۴ فیٹ ۶ انچ سے ۶ فیٹ ۸ انچ ہی اور باقی ہر یک کنارہ ۶ فیٹ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۶) مکعب کی کل سطح کا رقبہ ۶ مربع فیٹ ۹۶ مربع انچ ہے اوسکی جسامت دریافت کرو

(۲۷) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد ثلاثہ ۳ و ۶ و ۹ فیٹ ہین تو جس مکعب کی سطح اس مجسم کی سطح کے برابر ہو اوسکا کنارہ دریافت کرو

(۲۸) فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ قاعدہ کا طول ۱۰ انچ اور عرض ۲ انچ اور اوسکے ذوزنقہ اطراف کا ہر یک ضلع ۳۵ انچ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۹) فانہ کا کنارہ ۴ انچ ہی قاعدہ کا طول ۶ انچ اور عرض ۲ انچ اور ذوزنقہ اطراف کا ہر یک ضلع ۹ انچ کل اوسکی سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۳۰) منشور قائم کے سرے مسدس منتظم ہین اوسکا ہر ایک کنارہ ۲ فیٹ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۳۱) مخروط کا قاعدہ مثمن منتظم ہے اور اوسکا ہر ایک ضلع ۴ فیٹ ہی اور مخروط کا ہر ایک کنارہ ۱۲ فیٹ

ایک انچ ہی قاعدہ سمیت اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۳۲) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد ثلاثہ ۸ انچ اور ۱۲ انچ اور ۹ انچ ہین توجو مکعب اوس مجسم کی برابر ہو اوسکی کل سطح کا کل رقبہ دریافت کرو۔

(۳۳) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول عرض ارتفاع ۶ و ۱۸ اور ۲۱ انچ ہین اوسکی سطح دریافت کرو اور اوس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو جسکا ارتفاع وہی ہو جو پہلے مجسم کا تھا اور قاعدہ مربع ہو۔

دو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ جنکا ارتفاع اور مجسم ایک ہی ہو اور اونمین سے ایک مجسم کا قاعدہ مربع ہی تو اوسکی کل سطح دوسرے کی کل سطح سے کم ہوگی اس مدعا کو ذیل کے مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی سطوح کا اور مجسمات کی سطوح سے جنکا ارتفاع اور حجم پہلے مجسمات کے حجم اور ارتفاع کے برابر ہو اور قاعدے اونکے مربعے ہون مقابلہ کرکے ثابت کرو۔

(۳۴) قاعدہ ۳ فیٹ سے ۴ فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ

(۳۵) قاعدہ ۳ فیٹ سے ۷ فیٹ ارتفاع ۹ فیٹ

(۳۶) قاعدہ ۸ فیٹ سے ۱۵ فیٹ ارتفاع ۱۹ فیٹ

ان نیچے کی مثالون مین جذر الکعب نکلے گا

ایک طرف بغیر ڈھکنے کی مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی صورت کا ہی اور قاعدہ اوسکا مربع ہی اور اوسمین ۱۰۰۰ مکعب انچ کا سماؤ ہی تو اوسکی کل سطح بیرونی کا رقبہ بصور مفصلہ ذیل مین دریافت کرو۔

(۳۷) ارتفاع برابر طول کے

(۳۸) ارتفاع برابر دو چند طول کے

(۳۹) ارتفاع برابر نصف طول کے

(۴۰) ارتفاع برابر سہ چند طول کے (۴۱) ارتفاع برابر ایک تہائی طول کے ۔

ایک طرف ڈھکنے سمیت مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہی اور اوسکا سماؤ ۱۰۰۰ مکعب انچ

ہی تو اوسکی سطح اندرونی کا کل رقبہ صور مفصلہ ذیل مین دریافت کرو

(۴۲) ارتفاع برابر طول کے

(۴۳) ارتفاع برابر دو چند طول کے　　(۴۴) ارتفاع برابر نصف طول کے

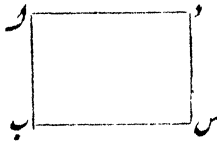
(۴۵) ارتفاع برابر سہ چند طول کے

(۴۶) ارتفاع برابر ایک تہائی طول کے

چونتیسوین فصل اسطوانہ مستدیر قائم کے بیان مین

(۳۱۸) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح مین دو سرے مدور ہوتے ہین اور ایک اور حصہ سطح ہوتا ہی جسکو ہم سطح منحنی یا مستدیر کہتے ہین۔

د　　ر

ب　　س

(۳۱۹) فرض کرو کہ ا ب س د ایک مستطیل ہے اوسکو ایک کاغذ یا وصلی کا کترینا لو اور پھر اوسکو موڑ دو یہانتک کہ کنارہ ا ب کنارہ د س سے ملجائے

تو ظاہر ہی کہ موڑ توڑ کر کاغذ ایک اسطوانہ مجوف کی صورت کا بنجایگا اسطوانہ کا ارتفاع ا ب ہوگا اور قاعدہ کا محیط ب س ہوگا اس سے یہ معلوم ہوتا ہی کہ سطح منحنی اسطوانہ کا رقبہ برابر ا د س مستطیل کے رقبہ کے ہی جسکا ایک امتداد برابر ارتفاع اسطوانہ کے ہو اور دوسرا امتداد برابر محیط قاعدہ اسطوانہ کے ہو پس اس سے یہ قاعدہ استخراج ہوتا ہی جو نیچے بیان ہوتا ہی

(۳۲۰) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ۔ محیط قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو

(۳۲۱) مثالین۔

(۱) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ہی اور اسطوانہ کا ارتفاع ۲½ فیٹ ہی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

محیط قاعدہ = ۲×۳×۳٫۱۴۱۶ = ۱۸٫۸۴۹۶ فیٹ

۱۸٫۸۴۹۶ × $\frac{5}{2}$ = ۴۷٫۱۲۴

پس سطح منحنی کا رقبہ قریب ۴۷٫۱۲۴ مربع فیٹ کے ہوگا

(۲) اسطوانہ مستدیر قائم کی قاعدہ کا قطر ۱۶ انچ ہی اور ارتفاع ۲۵ انچ کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

محیط قاعدہ = ۱۶×۳٫۱۴۱۶ = ۵۰٫۲۶۵۶ مربع انچو نکلے اور ۵۰٫۲۶۵۶×۲۵ = ۱۲۵۶٫۶۴

پس سطح منحنی کا رقبہ قریب ۱۲۵۶٫۶۴ مربع انچ کے ہی

دو مدور سرونکا رقبہ مربع انچون مین = ۲×۶۴×۳٫۱۴۱۶ = ۴۰۲٫۱۲۴۸

۱۲۵۶٫۶۴ + ۴۰۲٫۱۲۴۸ = ۱۶۵۸٫۷۶۴۸

اسواسطے کل سطح کا رقبہ ۱۶۵۸٫۷۶۴۸ مربع انچ ہی

(۳۲۲) دفعہ (۳۲۰) کے قاعدہ سے یہ نتایج باسانی استخراج ہوتے ہین

اگر اسطوانہ مستدیر کا ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ برابر ہی اسطوانہ کے دونو سرونکے رقبونکے اور اگر ارتفاع دوچند نصف قطر سے ہو تو رقبہ سطح منحنی کا سرون کے رقبہ سے دوچند ہوگا اور اگر ارتفاع سہ چند نصف قطر سے ہو تو رقبہ سطح منحنی کا سرون کے رقبہ سے سہ چند ہوگا اور علی ہذا القیاس

اگر ارتفاع نصف قطر سے نصف ہو تو سطح منحنی کا رقبہ سرونکے رقبہ سے نصف ہوگا اور اگر ارتفاع نصف قطر کی تہائی ہو تو سطح منحنی کا رقبہ سرونکے رقبے سے ثلث ہوگا اور علی ہذا القیاس

پس اس سے ہم یہ نتیجہ مستنبط کرتے ہین کہ اسطوانہ مستدیر قائم کے ارتفاع کو وہی نسبت نصف قطر قاعدہ سے ہے جو سطح منحنی کے رقبے کو دونون سرون کے رقبے سے نسبت ہے۔

(۳۲۳) دفعہ (۳۱۹) کی عمل سے ہم اور طرح کی بھی مجوف اسطوانے قائم بناسکتے ہین جنکے قاعدے دائرے نہون بلکہ بیضوی یا اور خطوط منحنی ہون پس ہم دیکھتے ہین کہ کسی اسطوانہ قائم کے

سطح منحنی کا رقبہ اسطرح دریافت ہوتا ہی کہ قاعدہ کے مجموعہ اضلاع کو ارتفاع اسطوانہ مین ضرب دین

(۳۴۴) اب ہم بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہی اور ارتفاع اسطوانہ کا برابر نصف قطر قاعدہ کے نصف کے ہی تو قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

بموجب دفعہ ۳۲۲ کی سطح منحنی کا رقبہ ایک سر کے برابر ہی پس ایک سر کا سہ چند رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہی اسواسطے ایک سر کا رقبہ ۶⅔ مربع فیٹ = ۹۶۰ مربع انچ کے اب بموجب دفعہ ۱۷ اسکے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

۹۶۰ کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۳۰۵٫۵۸ نکلے گا اور اوسکا جذر ۱۷٫۴۸ ہی۔ پس قاعدہ کا نصف قطر ۱۷٫۵ انچ کے قریب قریب ہی

(۲) اسطوانہ مستدیر کی سطح منحنی کا رقبہ ۳۰ مربع فیٹ ہی اور حجم ۱۲۰ مکعب فیٹ قاعدہ کا نصف قطر اور اسطوانہ کا ارتفاع دریافت کرو۔

حاصل ضرب ارتفاع اور قاعدہ کا ۱۲۰ ہے اور حاصل ضرب ارتفاع اور محیط قاعدہ ۳۰ ہی پس قاعدہ کا رقبہ تقسیم کیا گیا محیط قاعدہ پر = ۱۲۰ ÷ ۳۰ = ۴ لیکن بموجب دفعہ ۲۱۶ اسکے قاعدہ کا رقبہ تقسیم کیا گیا محیط قاعدہ پر برابر نصف قطر کے نصف کے پس نصف قطر کا نصف ۴ فیٹ ہی اسیواسطے نصف قطر ۸ فیٹ ہی

اس سے معلوم ہوا کہ قاعدہ کا محیط = ۱۶ × ۳٫۱۴۱۶ = ۵۰٫۲۶۵۶ فیٹ

اسیواسطے اسطوانہ کا ارتفاع = ۵۰٫۲۶۵۶ ÷ ۳۰ = ۱٫۶۷۵۵ فیٹ

(۳) اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا ظرف بنا ہوا ہی اور اوسکا سماؤ ایک مکعب فیٹ ہی اور ارتفاع برابر قاعدہ کے نصف قطر کے ہی تو اوسکی کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو

اسطوانہ کا حجم ۱۷۲۸ مکعب انچ دفعہ ۳۲۵ کی طرح عمل کرنے سے حاصل ہوگا اور ارتفاع انچون مین $\frac{۱۷۲۸}{۳٫۱۴۱۶}$ کا جذر المکعب ہوگا پس ان سے معلوم ہوا کہ ارتفاع ۸٫۱۹۳۴۶ انچ ہے

اور کل سطح اندرونی کا رقبہ چند ایک کے رقبہ سے ہوا پس مربع انچونمین اوسکا رقبہ سہ چند اوس حاصل ضرب کے ہی جو ۱۴۱۶ و ۳ کا ۱۴۴ و ۸ کے مربع مین ضرب دینے سے حاصل ضرب ہوتا ہی عمل کرنیسے معلوم ہوگا کہ ۰۰۰۶۲۲ ہے اس نتیجہ سے اور آخر نتایج سے جو دفعہ ۳۱۶ مین حاصل ہوئے ہین اونسے معلوم ہوتا ہی کہ اس شکل کے ظرف کے بنانے کے واسطے مصالح بہ نسبت اوس ظرف کے جسکا ذکر دفعہ مذکور مین ہوا ہی کم چاہیئے

(۳۲۵) اس باب کے آخر مین مثالین ۲۱ سے ۳۰ تک جو لکھی ہین اونسے اور اوسی فصل کی مثالونمین نتایج کو آپسمین مقابلہ کرنیسے ہمکو یہ معلوم ہوتا ہی کہ ظرف کو بغیر ڈہکنے کے اور استوانہ کی شکل کے بنانے مین فائدہ ہی کہ جسمین ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہوا ور اگر ڈہکنا بہی ہو تو اوس صورت مین فائدہ ہے کہ ارتفاع دوچند قاعدہ کے نصف قطر سے ہو

ان شکلونکے ستوانون مین اصول مذکورہ کو مانکر ہم تہوڑے سے مصالح سے ایک ظرف جسکا سماو معلوم ہو بنا سکتے ہین اور اگر مصالح دیدیا جاوے تو اوس سے ظرف بڑے سے بڑے سماو کا بنا سکتے ہین۔

چونتیسوین فصل کی مثالین

جن قائم مستدیر استوانون مین ابعاد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونمین سطح منحنی کا کل رقبہ دریافت کرو

(۱) ارتفاع ۲ فیٹ ۲ انچ قاعدہ کا محیط ۴ فیٹ

(۲) ارتفاع ۲ فیٹ ۵ انچ قاعدہ کا محیط ۴ فیٹ ۹ انچ

(۳) ارتفاع ۱ فٹ ۱۰ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۵ انچ

(۴) ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ قاعدہ کا قطر ۲ فیٹ ۴ انچ

(۵) ارتفاع ۱۰ ۴ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۸ فیٹ

جن قائم مستدیر استوانون مین ابعاد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکا کل رقبہ دریافت کرو۔

(۶) ارتفاع ۳ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ

(۷) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۶ انچ

(۸) ارتفاع ۱ فٹ ۲ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۸ انچ

(۹) ارتفاع ۵ فیٹ ۶ انچ قاعدہ کا محیط ۲۰ فیٹ

(۱۰) ارتفاع ۶ فیٹ ۳ انچ قاعدہ کا محیط ۴۲ فیٹ

(۱۱) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۶ مربع فیٹ ہی اور قاعدہ کا محیط ۳ فیٹ ۹ انچ ارتفاع دریافت کرو

(۱۲) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۵ مربع فیٹ اور قاعدہ کا نصف قطر ۲ ۱/۲ فیٹ ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح کا رقبہ ۴۱ مربع فیٹ ہی اور اسطوانہ کا ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہی قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۴) اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۲۴ مربع فیٹ ہی اور اسطوانہ کا ارتفاع برابر دو چند نصف قطر قاعدہ کے ہی اور قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۵) اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۳۰ مربع فیٹ ہی اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر کا نصف ہی قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۶) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۲ ۱/۲ مربع فیٹ ہی اور اسطوانہ کا حجم ۳ ۱/۴ مکعب فیٹ ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۷) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۴ مربع فیٹ ہی اور اسطوانہ کا حجم ۵ مکعب فیٹ ہے ایک سرے کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۸) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۴ مربع فیٹ ہی اور حجم ۲ ۱/۴ مکعب فیٹ ارتفاع دریافت کرو

(۱۹) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا رقبہ ۱۴۷۱۴۴۳ مربع انچ ہے اور حجم ۶۷۱۴۳۱ مکعب انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۰) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع انچ ہی اور حجم ۵ مکعب فیٹ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو۔

اشتہار مفصلہ ذیل میں جذر الکعب نکالا جائے گا

ایک ظرف بغیر ڈھکنے کے ہے اور اسطوانہ مستدیر قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوسمین ۱۴۱۶۳ مکعب انچ کا سماؤ ہے صورت مفصلہ ذیل مین اوسکی کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۱) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۲۲) نصف قطر قاعدہ سے ارتفاع دوچند (۲۳) قاعدہ کے نصف قطر سے ارتفاع نصف

(۲۴) نصف قطر قاعدہ سے ارتفاع سہ چند (۲۵) نصف قطر قاعدہ کا ارتفاع ثلث

ایک ظرف ڈھکنے سمیت اسطوانہ مستدیر قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوسمین ۱۴۱۶۳ مکعب انچ کا سماؤ ہے پس صور مفصلہ ذیل مین اوسکی کل سطح اندرونی کا قاعدہ دریافت کرو۔

(۲۶) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۲۷) ارتفاع دوچند نصف قطر قاعدہ سے

(۲۸) ارتفاع نصف قاعدہ کے نصف قطر سے

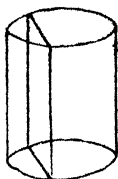
(۲۹) ارتفاع سہ چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۰) ارتفاع نصف قطر قاعدہ کا ثلث

(۳۱) مکعب کا کنارہ ۱۰ انچ اوسکے حجم کی برابر حجم مین ایک اسطوانہ مستدیر ہے جسکا ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہے تو ایک دو اسطوانہ مین سے ہر ایک کی کل سطح اندرونی دریافت کرو۔

(۳۲) ایک ظرف اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا بغیر ڈھکنے کے ہے اور اوسمین ۱۰۰۰ گیلن سماتے ہین تو کل سطح اندرونی ظرف کی اوس حالت مین دریافت کرو کہ وہ کم از کم سے مالہ مین ظرف تیار ہو جائے۔

پینتیسوین فصل قطعہ اسطوانہ مستدیر قائم اور حلقہ کے بیان مین

(۳۲۶) اسطوانہ مستدیر قائم کے قطعات کی سطوح منحنی کے رقبے آسان قاعدون سے دریافت ہو سکتی ہین اب ہم اونکو تبلاتے ہین۔

(۳۲۷) فرض کرو کہ ایک اسطوانہ مستدیر قائم محور کے
متوازی کسی سطح سے دو حصوں مین منقسم ہوا ہی اب ہر حصہ کی
سطح مین قطعات دائرہ کی ہین اور ایک مستطیل ہے
اور ایک اور سطح منحنی کا حصہ ہی
اب ہر قطعہ دائرہ کا رقبہ دفعہ (۱۸۵) سے دریافت ہوسکتا ہی اور مستطیل کا رقبہ بموجب دفعہ ۱۳۴ کے اور سطح
منحنی کا رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہوتا ہی کہ قوس کے طول کو ارتفاع اسطوانہ مین ضرب دیا رقبہ
مستطیل اور سطح منحنی دونو ساتھہ بموجب دفعہ ۳۲۳ کے ہم دریافت کرین یعنی قاعدہ کے احاطہ کو
ارتفاع اسطوانہ مین ضرب دین۔

(۳۲۸) فرض کرو کہ اسطوانہ مستدیر قائم کو ایک سطح جو محور پر مائل ہو اور قاعدہ سے نہ ملے قطع کرکے ایک مجسم
بنائین تو اس مجسم کی سطح مین دو حصے ہین ایک حصہ مین قاعدہ ہی جو دائرہ ہی اور دوسرا سرا ہے وہ بھی
ایک سطح منحنی مستوی ہی اور دوسرا حصہ سطح منحنی ہے قاعدہ کا
رقبہ بموجب دفعہ ۱۹۸ کے دریافت ہوسکتا ہی اور دوسرے سرے کے رقبہ
دریافت کرنیکو کوئی قاعدہ بالکل صحیح صحیح ابتک نہین بیان ہوا لیکن
بموجب دفعہ ۱۹۳ کے اوسکا رقبہ تقریبًا دریافت ہوسکتا ہی اس منحنی
مستوی کو بیضوی کہتی ہین اور تحقیقات ریاضیہ مین وہ بڑے مطلب کا ہوتا ہی
سطح منحنی کا رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہوسکتا ہی کہ قاعدہ کے محیط کو ارتفاع مجسم مین ضرب دین۔

(۳۲۹) دفعہ ۲۵۰ کے موافق ارتفاع مجسم کو سمجھنا چاہیے اور اس قاعدہ کی تصدیق دفعہ ۲۵۰ سے ہوا کرتی ہے

(۳۳۰) فرض کرو کہ اسطوانہ مستدیر قائم کو دو سطحین قطع کرتی ہین اور وہ محور پر مائل ہین اور قاعدہ سے
نہین ملتین اور اوسی ایک مجسم پیدا ہوتا ہی۔ تو سطح منحنی کا رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہوتا ہی کہ قاعدہ اسطوانہ
کی محیط کو ارتفاع مجسم مین ضرب دین ارتفاع کو موافق دفعہ ۲۵۹ کے سمجھو اس قاعدہ کا استخراج
اس امر واقعی پر موقوف ہی کہ مجسم کو ہم تفاوت اون دو مجسمون کا سمجھتے ہین جنکا ذکر

دفعہ ۲۵۶ یا ۳۲۸ مین ہوا ہے۔

(۳۳۱) ایک حلقہ مجسم کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

قاعدہ حلقہ کی کسی سطح متقابل مدور کی محیط کو حلقہ کے طول مین ضرب دو طول حلقہ کے معنی موافق دفعہ ۲۶۱ کے اور قاعدہ کو موافق دفعہ ۲۶۰ کے سمجھو۔

(۳۳۲) مثالین۔

(۱) حلقہ کی متفاصل مدور کا نصف قطر ایک انچ ہی اور حلقہ کا طول ۱۰ انچ ہی۔

محیط متفاصل مدور حلقہ کا ۲ × ۳٫۱۴۱۶ انچ ہے سو واسطے حلقہ کی سطح کا رقبہ ۱۰ × ۲ × ۳٫۱۴۱۶ یعنی ۶۲٫۸۳۲ پس سطح کا رقبہ ۶۳ مربع انچ کے قریب ہی۔

(۲) قطر اندرونی حلقہ کا ۷ انچ اور قطر بیرونی ۸ انچ ہی۔

بموجب دفعہ ۲۶۲ کے نصف قطر فصل مدور کا ½ انچ ہی اور حلقہ کا طول ۲۳٫۵۶۲ انچ ہے واسطے سطح حلقہ کا رقبہ مربع انچ مین = ½ × ۳٫۱۴۱۶ × ۲ × ۲۳٫۵۶۲ = ۳۷٫۰۱

پینتیسوین فصل کی مثالین

(۱) دفعہ ۳۲۷ کی شکل مین دو حصوں کے اندر چہوٹے حصہ کی سطح منحنی کا رقبہ یہ فرض کرکے دریافت کرو کہ ارتفاع مجسم ۴ فیٹ اور دائرہ کا نصف قطر ۵ انچ دائرہ کا وتر برابر نصف قطر کے۔

(۲) دفعہ ۳۲۷ کی شکل مین دو حصوں کے اندر چہوٹے حصہ کی سطح منحنی کا رقبہ یہ فرض کرکے دریافت کرو کہ مجسم کا ارتفاع ۴ فیٹ ۲ انچ اور دائرہ کا نصف قطر ۸ انچ اور مرکز دائرہ پر زاویہ قائمہ کا محاذی وتر ہے۔

(۳) اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۱۶ انچ ہی اور محور اسطوانہ پر دو سطوح مائل ہین اور قاعدہ سے نہین ملتین وہ اسطوانہ سے ایک مجسم قطع کرکے پیدا کرتے ہین ان دو سطحون کے درمیان جو حصہ محور کا آتا ہی اوسکا طول ۳۵ انچ ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

جن حلقون مین اعداد ذیل معلوم ہین اونکی سطوح کا رقبہ مربع انچون مین دریافت کرو۔

(۴) طول ۴۰ انچ اور سطح متفاصل کا محیط ۴ انچ ہے۔
(۵) طول ۲۵ انچ اور سطح متفاصل کا نصف قطر انچ
(۶) قطر بیرونی ۴ء۷ انچ اور قطر اندرونی ۴ء۱ انچ
(۷) قطر اندرونی ۱۱ انچ اور سطح متفاصل کا قطر ۲ انچ
(۸) قطر بیرونی ۲۶ انچ اور سطح متفاصل کا قطر ۴ انچ
(۹) قطر بیرونی ۲۵ انچ متفاصل مدور کا محیط ۱۰ انچ
(۱۰) قطر اندرونی ۲۰ انچ سطح متفاصل مدور کا محیط ۱۲ انچ
(۱۱) سطح حلقہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ اور سطح متفاصل کا نصف قطر ۱ انچ ہی حلقہ کا طول دریافت کرو
(۱۲) حلقہ کا رقبہ ۲۰ مربع انچ ہے اور طول ۲۰ انچ قطر اندرونی دریافت کرو

چھتیسوین فصل مخروط مستدیر قائم کے بیان مین

(۳۳۳) سطح مخروط مستدیر مین دو حصے ہوتے ہین ایک حصہ تو قاعدہ ہوتا ہی اور دوسرے حصہ کا نام سطح منحنی یا مستدیر ہے۔

(۳۳۴) فرض کرو کہ ا ب س د ایک قطاع دائرہ ہے اوسکو کسی وصلی یا کاغذ کا بناؤ اور پھر اوسکو موڑ دو یہانتک کہ کنارہ ا ب کنارہ ا د کے ساتھہ متصل ہو جاے۔

اب یہ بادی النظر مین معلوم ہوتا ہی کہ پتلی اور اندر سے خالی یعنی مجوف جو چیز بنے گی اوسکی باہر کی سطح بالکل مخروط مستدیر کی سطح منحنی سے مماثلت رکھے گی۔

ا مخروط مستدیر کا اس ہوگا اور ا ب مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل اور ب س د قاعدہ مخروط مستدیر کا محیط اس سے یہ استخراج ہوتا ہی کہ سطح منحنی مخروط مستدیر قائم کے برابر اوس قطاع کے ہوتی ہی جسکا نصف قطر برابر ارتفاع مائل مخروط مستدیر کے ہو اور قوس قطاع برابر محیط قاعدہ مخروط مستدیر کے ہو پس اسی قاعدہ مفصلہ ذیل استنباط ہوتا ہے۔

(۳۳۵) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ محیط قاعدہ کو ارتفاع مائل مخروط مستدیر مین ضرب دو نصف حاصل ضرب سطح منحنی کا رقبہ ہوگا

(۳۳۶) مثالین۔

(۱) نصف قطر قاعدہ مخروط مستدیر قائم کا ۸ انچ اور ارتفاع مائل ۱۴ انچ ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

محیط قاعدہ انچون مین = ۲×۸×۳٫۱۴۱۶ = ۵۰٫۲۶۵۶

½×۱۴×۵۰٫۲۶۵۶ = ۳۵۱٫۸۵۹۲ پس سطح منحنی کا رقبہ ۳۵۲ انچ کے قریب ہے

(۲) مخروط مستدیر قائم کے قاعدہ کا نصف قطر ۴ فیٹ اور ارتفاع اوسکا ۳ فیٹ کل کا رقبہ دریافت کرو۔

اول ہم کو ارتفاع مائل دریافت کرنا چاہئے بموجب دفعہ ۵۰ کے ارتفاع مائل ۱۶+۹ کا (جذر) یعنی ۲۵ کا جذر یعنی ۵ ہے۔

½×۵×۲×۴×۳٫۱۴۱۶ = ۲۰×۳٫۱۴۱۶ = ۶۲٫۸۳۲

پس سطح منحنی کا رقبہ ۶۲٫۸۳۲ مربع فیٹ ہی

قاعدہ کا رقبہ = ۴×۴×۳٫۱۴۱۶ = ۵۰٫۲۶۵۶ مربع فیٹ

اسواسطے کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ مین = ۶۲٫۸۳۲ + ۵۰٫۲۶۵۶ = ۱۱۳٫۰۹۷۶

(۳۳۷) دفعہ ۳۳۵ سے یہ نتیجہ بآسانی مستنبط ہوتا ہی۔

اگر مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع مائل دوچند نصف قطر قاعدہ سے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ دوچند قاعدہ مخروط کے رقبہ سے ہوگا اور اگر ارتفاع اوس مخروط مستدیر کا سہ چند نصف قاعدہ مخروط سے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ سہ چند قاعدہ مخروط کے رقبہ سے ہوگا وعلی ہذا القیاس۔

پس اس نتیجہ کو یون بیان کرسکتے کہ مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل وہی نسبت نصف قطر قاعدہ سے رکھتا ہی جو سطح منحنی کا رقبہ قاعدہ کے رقبہ سے نسبت رکھتا ہے۔

(۳۳۸) اب ہم بعض مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین۔

(۱) مخروط مستدیر کی کل سطح کا رقبہ ۲۴ مربع فیٹ ہی اور ارتفاع مائل دوچند نصف قطر قاعدہ سے ہی قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

بموجب دفعہ ۳۳۷ کی سطح منحنی کا رقبہ برابر ہی قاعدے کے دوچند رقبہ کے اسواسطے قاعدہ کا سہ چند رقبہ برابر ۲۴ مربع فیٹ کی ہی اسلئے قاعدہ کا رقبہ ۸ مربع فیٹ پس قاعدہ کا نصف قطر موافق دفعہ ۱۷۱ کے دریافت ہوجائیگا کہ ۸ کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۲٫۵۴۶۴ نکلیگا اور اسکا جذر ۱٫۵۹۵۸ کے قریب ہی پس قاعدہ کا نصف قطر ۱٫۵۹۵۸ فیٹ کے قریب ہے۔

(۲) مخروط مستدیر قائم کا حجم ۲۰ مکعب فیٹ ہے ارتفاع دوچند نصف قطر سے ہی تو کل سطح مخروط کا رقبہ دریافت کرو۔

بموجب دفعہ ۳۴۶ کے قطر قاعدہ کے مکعب اور ۳٫۱۴۱۶ کی $\frac{1}{12}$ کا حاصل ضرب برابر ۲۰ کے پس نصف قطر قاعدہ کا مکعب۔

$$= \frac{2 \times 60}{3.1416 \times 8} = \frac{30}{3.1416 \times 2} = 4.7746$$

اسواسطے قاعدہ کا نصف قطر فٹون مین ۴٫۷۷۴۶ کا جذر الکعب ہی اور یہ برابر ۱٫۶۸۴۲ کے ہے اسواسطے رقبہ قاعدہ مربع فٹون مین ۳٫۱۴۱۶ اور ۱٫۶۸۴۲ کے مربع کا حاصل ضرب ہے اور یہ برابر ہے ۸٫۹۱۰۴ کے۔

اب اگر قاعدہ کا نصف قطر ا فٹ ہو اور ارتفاع مخروط مستدیر کا ۲ فیٹ تو ارتفاع مائل $\sqrt{5}$ فیٹ بموجب دفعہ ۵۵ کے ہوگا یعنی ارتفاع مائل $\sqrt{5}$ گنا نصف قطر قاعدہ کا ہوگا پس اس صورت مین ارتفاع دوچند نصف قطر قاعدہ سے ہی اسلئے ارتفاع مائل $\sqrt{5}$ گنا نصف قطر قاعدہ سے ہوگا یعنی ارتفاع مائل ۲٫۲۳۶ گنا نصف قاعدہ سے ہی اس سے بموجب دفعہ ۳۳۷ کے معلوم ہوتا ہے کہ سطح منحنی مربع فیٹ مین ۲٫۲۳۶ اور ۸٫۹۱۰۴ الخ کا حاصل ضرب ہی یعنی ۱۹٫۹۲۳

اسیواسطی سطح کا کل رقبہ مربع فیٹ مین = ۴۰ء۱۴۴ + ۶۱۷ء۳۱ = ۴۵۷ء۵۷۰۱

(۳) ایک مخروط مستدیر قائم کا حجم ۲۰ مکعب فیٹ اور ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے ہی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

اگر قاعدہ کا نصف قطر ا فٹ ہوتا ہی اور ارتفاع مائل ۳ فیٹ تو ارتفاع √۸ فیٹ بموجب دفعہ ۶۰ کی ہوتا یعنی ارتفاع √۸ گنا نصف قطر قاعدہ کا اور چونکہ اس صورت مین ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے ہی تو ارتفاع √۸ گنا نصف قطر قاعدہ سے ہوا۔

پس موافق مثال گذشتہ کے عمل کرنیسے ہمکو معلوم ہوا کہ نصف قطر قاعدہ کا مکعب = ۲۰×۳ / √۸×۳ء۱۴۱۶

اور یہ برابر ۲۰۵۷۶ء۶ کی ہی اسیواسطے قاعدہ کا نصف قطر جذر الکعب عدد مذکور کا ہے یعنی ۸۹۰ء۱ اسے بموجب دفعہ ۳۴۷ کی کل سطح کا رقبہ ۴ گنا رقبہ قاعدہ سے ہی پس وہ مربع فیٹ مین ۴ گنا حاصل ضرب ۳ء۱۴۱۶ اور مربع ۸۹۰ء۱ کا ہی اور یہ حاصل ضرب ۸۸۸ء۴۴ ہی

اس مثال مین کل سطح مقدار مین بہ نسبت مثال گذشتہ کے کم ہی اور اس بات کے آخر مین جو مثالین لکھی ہین اونمین ۳۱سی سے ۳۴ تک مثالونکی اور اسی قبیل کی اور مثالونکی نتایج کو مقابلہ کرنے سے نفس الامر مین یہ بات معلوم ہوگی کہ مخروط مستدیر قائم کی سطح اگر معلوم ہو تو حجم اوسکا جب ہی نہایت بڑے سے بڑا ہوگا کہ ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے ہوگا اور اگر حجم مخروط مستدیر قائم کا معلوم ہو تو کل سطح اوسکی جب نہایت کم سے کم ہوگی کہ ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر سے ہوگا۔

چھتیسوین فصل کی مثالین

جن مخروطات مستدیر قائم مین ابعاد ذیل معلوم ہین اونکی سطح منحنی کا رقبہ مربع انچونمین دریافت کرو

(۱) ارتفاع مائل ۲ فیٹ ۳ انچ اور قاعدہ کا محیط ۴ فیٹ ۵ انچ

(۲) ارتفاع مائل ۳ فیٹ ۲ انچ قاعدہ کا محیط ۵ فیٹ ۷ انچ

(۳) ارتفاع مائل ۲ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ا فٹ ۹ انچ

(۴) ارتفاع مائل ۲ فیٹ ۸ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۱۰ انچ
(۵) ارتفاع مائل ۳ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۶ انچ
(۶) ارتفاع ۲ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۷ انچ
(۷) ارتفاع ۳ فیٹ ۴ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۹ انچ
(۸) ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۴ انچ
(۹) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۱۱ انچ
(۱۰) ارتفاع ۴ فیٹ ۸ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۹ انچ
(۱۱) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا احاطہ ۲۸۳۲،۶ فیٹ
(۱۲) ارتفاع ۱۲ فیٹ قاعدہ کا احاطہ ۱۰ فیٹ
جن مخروطات مستدیرہ قائمہ میں ابعاد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی کل سطح کے رقبے مربع فٹ مین دریافت کرد
(۱۳) ارتفاع مائل ۴ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ
(۱۴) ارتفاع مائل ۳،۵ فیٹ نصف قطر ۲،۳ فیٹ
(۱۵) ارتفاع ۶ فیٹ محیط قاعدہ ۸ فیٹ
(۱۶) ارتفاع مائل ۴،۶ فیٹ محیط قاعدہ ۹،۰ فیٹ
(۱۷) ارتفاع ۱ فٹ نصف قطر قاعدہ ۵ انچ
(۱۸) ارتفاع ۱ فٹ ۹ انچ نصف قطر قاعدہ ۱ فٹ ۸ انچ
(۱۹) ارتفاع ۱۸ انچ محیط قاعدہ ۲۷ انچ
(۲۰) ارتفاع ۴ فیٹ محیط قاعدہ ۷ فیٹ
(۲۱) سطح منحنی مخروط مستدیرہ قائمہ کا رقبہ ۵۰۰ مربع انچ ہے اور محیط قاعدہ ۵۰ انچ ہے ارتفاع مائل دریافت کرو۔
(۲۲) مخروط مستدیرہ قائمہ کی سطح منحنی کا رقبہ ۸۰۰ مربع انچ ہے اور محیط قاعدہ ۱۶۴ انچ ہے

مخروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو

(۲۳) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۲ امربع فیٹ ہی اور نصف قطر قاعدہ ۵ ء افیٹ ہی ارتفاع مائل دریافت کرو۔

(۲۴) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۲۵ مربع فیٹ ہی اور نصف قطر قاعدہ ۲۵ ء ۲ فیٹ مخروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو

(۲۵) مخروط مستدیر کی سطح منحنی کا رقبہ ۶۵۰ مربع انچ ہے اور ارتفاع مائل ۲۵ انچ ہے محیط قاعدہ دریافت کرو

(۲۶) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۱۰ مربع فیٹ ہی اور ارتفاع مائل ۳ ½ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۷) مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۰ مربع فیٹ ہی اور ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے ہی قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۸) مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۹ مربع فیٹ ہی اور ارتفاع مائل چوچند نصف قطر قاعدہ سے ہی قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۹) ایک مخروطی خیمہ ۱۲ فیٹ قطر کا اور ۸ فیٹ اونچا بنانا ہی تو پون گز عرض کا ٹاٹ اوسمین کتنا لگے گا۔

(۳۰) ایک مخروطی خیمہ ۱۶ گز قطر کا ۱۰ فیٹ بلند بنانا ہی اوسمین دو تہائی گز عرض کا ٹاٹ کتنا صرف ہوگا۔

مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہی تو صورمفصلہ ذیل مین اونکا حجم دریافت کرو۔

(۳۱) ارتفاع مائل دوچند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۲) ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۳) ارتفاع مائل چوچند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۴) ارتفاع مائل پچگنا نصف قطر قاعدہ سے

(۳۵) ارتفاع مائل چھہ گنا نصف قطر قاعدہ سے

ان مثالون مین جذر الکعب نکالنا پڑتا ہی

مخروط مستدیر قائم کا حجم ۱۶/۱۴/۳ مکعب انچ ہی صورہ مفصلہ ذیل کے اندر کل سطح کا رقبہ مربع انچون مین دریافت کرو۔

(۳۶) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۳۷) ارتفاع دو چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۸) ارتفاع سہ چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۹) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے نصف کے

(۴۰) ارتفاع برابر ایک تہائی نصف قطر قاعدہ کے

سینتیسوین فصل مخروط مستدیر ناقص کے بیان مین

(۳۳۹) مخروط مستدیر ناقص کی سطح کے دو حصے ہوتے ہین ایک حصہ مین دو مدور سرون کی سطح اور دوسرے حصہ مین سطح منحنی

(۳۴۰) فرض کرو ا ب س د قطاع دائرہ ہی ا کے مرکز اور ا ب سے کم کسی نصف قطر سے قوس ی ف ح کھینچو ب س ح ف ی کو

کاغذ یا وصلی کا کتر کر بنالو اور اوسکو موڑو یہانتک کہ کنارہ ی ب کنارہ ح د کے ساتھہ وصل ہوجائے

اب بادی النظر مین یہ معلوم ہوتا ہی کہ ایسی تیلی مجوف شی بن گئی جسکے باہر کی سطح مخروط مستدیر ناقص کی سطح منحنی سے بالکل مماثلت رکھتی ہی اور ایک سر کا محیط ی ف ح ہی اور دوسرے سرے کا محیط ب س د ہی اور ارتفاع مائل مخروط مستدیر ناقص کا ی ب ہے

بس اس سے ثابت ہوا کہ مخروط مستدیر ناقص کی سطح منحنی برابر اون دو قطاع دائرہ کی

تفاوت کی ہوتی ہی جنکا زاویہ مشترک ہوتا ہی اور قوسین قطاع کی مخروطات ناقص کے سرینکے محیط ہوتے ہین اور اونکے نصف قطرونکا فرق مخروط ناقص کا ارتفاع مائل ہوتا ہی پس دفعہ ۱۸۳ کے آخر قاعدہ سے یہ قاعدہ استخراج ہوتا ہی جسکا نیچے بیان ہوتا ہی۔

(۳۴۱) قائم مخروط مستدیر ناقص کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ مخروط مستدیر ناقص کے سرونکے محیطون کے مجموعہ کو ارتفاع مائل مخروط ناقص مین ضرب دو نصف حاصلضرب سطح منحنی کا رقبہ ہوگا۔

(۳۴۲) مثالین۔

(۱) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سر کا نصف قطر ۱۰ انچ اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۱۵ انچ اور ارتفاع مائل ۱۶ انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو۔

انکے محیطون کا مجموعہ حاصل ضرب ۲۰ اور ۳۰ کے مجموعہ یعنی ۵۰ اور ۳٫۱۴۱۶ کا ہی

پس محیطون کا مجموعہ ۵۰ × ۳٫۱۴۱۶ انچ ہی۔

½ × ۱۶ × ۵۰ × ۳٫۱۴۱۶ = ۸ × ۵۰ × ۳٫۱۴۱۶ = ۴۰۰ × ۳٫۱۴۱۶ = ۱۲۵۶٫۶۴

پس سطح منحنی کا رقبہ ۱۲۵۶٫۶۴ مربع انچ ہے

(۲) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سرے کا نصف قطر ۵ فیٹ ہی اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۸ فیٹ ہی اور ارتفاع مائل ۸ فیٹ کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

سطح منحنی کا رقبہ مربع فیٹ ہی

= ۱۳ × ۸ × ۳٫۱۴۱۶ = ۱۰۴ × ۳٫۱۴۱۶

رقبہ ایک سر کا مربع فیٹ مین = ۲۵ × ۳٫۱۴۱۶

اور رقبہ دوسرے سرے کا مربع فیٹ مین = ۶۴ × ۳٫۱۴۱۶ پس اس سے معلوم ہوا کہ ۳٫۱۴۱۶ اور مجموعہ ۱۰۴ و ۲۵ اور ۶۴ یعنی ۱۹۳ کا حاصل ضرب کل سطح کا رقبہ ہی

پس کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ مین = ۱۹۳ × ۳٫۱۴۱۶ = ۶۰۶٫۳۲۸۸

(۳۴۳) دفعہ ۱۴۳ کے قاعدہ سے یہ نتیجہ مستنبط ہوتا ہی کہ قائم مخروط مستدیر ناقص کے ارتفاع مائل کو سرون کے نصف قطرون کی تفاوت سے وہی نسبت ہی جو سطح منحنی کا رقبہ سرون کے رقبون کی تفاوت سے نسبت رکھتا ہی۔

(۳۴۴) اب ہم بعض مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین۔

(۱) مخروط مستدیر ناقص کے سرونکے نصف قطر ۷ انچ اور ۱۰ انچ ہین اور مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو۔

فرض کرو کہ یہ شکل مخروط مستدیر ناقص کی ایک تراش ہی جو ایک سطح سے جسمین محور بھی ہی بنتی ہی اب یہان دیکھتے ہین کہ ارتفاع مائل اوس مثلث قائم الزاویہ کا وتر ہی جسکا ایک ضلع مخروط ناقص کا ارتفاع ہی اور دوسرا ضلع سرونکے نصف قطرون کا تفاوت ہی

اس صورت مین مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہی

اور نصف قطرونکا تفاوت ۳ انچ ہی

اسواسطے بموجب دفعہ ۵۵ کے ارتفاع مائل ۵ انچ ہی

اسیواسطے سطح منحنی کا رقبہ کا انچ مربعوں مین = ۵×۱۷×۳٫۱۴۱۶ = ۲۶۷٫۰۳۶

(۲) مخروط مستدیر ناقص کے سرونکے قطر ۱۶ فیٹ اور ۲۴ فیٹ ہین اور مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع برابر ہی اوس خارج قسمت کے جو ان قطرونکی حاصلضرب کو اونکے مجموعہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہی سطح منحنی کا رقبہ اور دونو سرونکا رقبہ دریافت کرو۔

ارتفاع مخروط ناقص فیٹ مین = $\frac{۲۴×۱۶}{۴۰}$ = $\frac{۲۴×۴}{۱۰}$ = ۹٫۶

پس ارتفاع مائل کا دریافت کرنا لازم ہی ۹٫۶ کا مربع = ۹۲٫۱۶

اور سرونکے نصف قطرون کا تفاوت ۴ فیٹ ہی اور ۴ کا مربع = ۱۶

۹۲٫۱۶ + ۱۶ = ۱۰۸٫۱۶ اور ۱۰۸٫۱۶ کا جذر = ۱۰٫۴ پس ارتفاع مائل ۱۰٫۴ فیٹ ہی

پس کل سطح منحنی کا رقبہ مربع فیٹوں مین = ۱۰٫۴×۲۰×۳٫۱۴۱۶ = ۲۰۸×۳٫۱۴۱۶ = ۶۵۳٫۴۵۲۸

۳٫۱۴۱۶ اور مربعات ۸ اور ۱۲ کے مجموعہ کا حاصلضرب دونوں سرون کا رقبہ ہی یعنی
۳٫۱۴۱۶ اور مجموعہ ۶۴ اور ۱۴۴ کا حاصلضرب ہی یعنی ۳٫۱۴۱۶ اور ۲۰۸ کا حاصلضرب اس سے
معلوم ہوا کہ دونوں سرونکا رقبہ برابر سطح منحنی کے ہی یہ امر امتحان سے معلوم ہوگا کہ یہی ہمیشہ صورت
ہوگی اگر ارتفاع مخروط مستدیر ناقص کا برابر اوس خارج قسمت کے ہو جو قطرون کے حاصلضرب
کو اونکے مجموعہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہی۔

(۳) مخروط مستدیر ناقص کے سرون کے نصف قطر ۸ انچ اور ۱۰ انچ ہون اور ارتفاع مائل ۶ انچ
اگر مخروط ناقص کی سطح دو برابر حصون مین تقسیم کیجائے تو ارتفاع مائل ہر ایک کا دریافت کرو

اب ہم کل مخروط کا ارتفاع مائل دریافت کرتے ہین۔
دفعہ ۱۱ کی چوتھی مثال مین جس ترکیب کو استعمال مین لائے تھی اگر اوسی یہان استعمال مین لائین
تو کل مخروط مستدیر کا ارتفاع ۳۰ انچ ہوگا اور اسیواسطے ارتفاع مائل چھوٹے مخروط کا ۲۴ انچ
اب دفعہ ۱۲ کی طرح عمل کرکے فاصلہ مائل اوس سطح کی راس سے جو سطح منحنی مخروط کو دو حصون مین تقسیم
کرتی ہی دریافت کرتے ہین ۲۴ کا مربع ۵۷۶ ہی اور ۳۰ کا مربع ۹۰۰ ہی اور ان مربعونکا نصف مجموعہ ۷۳۸
ہے اور ۷۳۸ کا جذر ۲۷٫۱۶۶ کے قریب ہے ۲۴ کو اس سے تفریق کرو تو باقی
۳٫۱۶۶ ہے۔

پس ایک حصہ کا ارتفاع مائل ۳٫۱۶۶ انچ کے قریب ہی اور اسیواسطے دوسرے حصہ کا
ارتفاع مائل ۲٫۸۳۴ انچ سے کچھ کم ہے

سینتیسوین فصل کی مثالین

جن مخروطات مستدیر ناقص مین مقادیر بتفصیل ذیل معلوم ہون اونکی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

(۱) سرونکے محیط ۱۵ انچ اور ۶ انچ اور ارتفاع ۱۱ انچ

(۲) سرونکے محیط ۱۹ انچ اور ۲۳ انچ اور ارتفاع ۱۲ انچ

(۳) سرونکے نصف قطر ۲ انچ اور ۹ انچ اور ارتفاع مائل ۵ انچ

(۴) سرونکے نصف قطر ۲،۶ فیٹ اور ۳،۴ فیٹ اور ارتفاع مائل ۵ فیٹ

(۵) سرونکے نصف قطر ۱۱ اور ۱۶ انچ اور ارتفاع ۱۲ انچ

(۶) سرونکے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۱۱ انچ

(۷) سرونکے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۵ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ

(۸) سرونکے نصف قطر ۵½ فیٹ اور ۶¼ فیٹ ارتفاع ۲½ فیٹ

جن مخروطات مستدیر ناقص کی استداد بہ تفصیل معلوم ہون اونکی کل رقبے دریافت کرو۔

(۹) سرونکے محیط ۱۴ اور ۱۶ انچ اور ارتفاع مائل ۱۰ انچ

(۱۰) سرونکے محیط ۱۷ اور ۲۱ انچ اور ارتفاع مائل ۹ انچ

(۱۱) سرونکے نصف قطر ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ اور ارتفاع مائل ۲½ فیٹ

(۱۲) سرونکے نصف قطر ۳،۴ و ۴،۳ فیٹ اور ارتفاع مائل ۲ فیٹ

(۱۳) سرونکے نصف قطر ۱۲ اور ۱۸ انچ اور ارتفاع ۸ انچ

(۱۴) سرونکے نصف قطر ۱۲ اور ۲۰ انچ ارتفاع ۱۵ انچ

جن ناقص مخروطون مین ارتفاع برابر اوس خارج قسمت کی ہی جو سرونکے قطرونکے حاصلضرب کو اونکے مجموعہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہی اور اون مین استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی سطح منحنی اور دونو سرونکے رقبے جدا جدا دریافت کرو۔

(۱۵) سرونکے قطر ۶ فیٹ اور ۴ فیٹ

(۱۶) سرونکے قطر ۱۳ فیٹ اور ۷ فیٹ

(۱۷) سرون کے قطر ۲۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ

(۱۸) سرون کے قطر ۲۵ فیٹ اور ۴۰ فیٹ

(۱۹) مخروط ناقص کے سرونکے نصف قطر ۵ فیٹ اور ۸ فیٹ اور ارتفاع مائل ۴ فیٹ اگر مخروط ناقص کی سطح منحنی دو برابر حصون مین تقسیم ہو تو ہر ایک حصہ کا ارتفاع مائل دریافت کرو۔

(۲۰) ایک گنبذ مخروط مستدیر ناقص کی شکل کا بنایا گیا ہی اور ہر اوسپر مخروط مستدیر لگایا گیا ہی اور مخروط ناقص کے سرونکے قطر ۸ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہین او مخروط ناقص کا ارتفاع ۸ فیٹ ہی اور مخروطی حصہ کا ارتفاع ۶ فیٹ ہی تو بتاؤ اوسمین ٹاٹ کتنے مربع گز لگے گا۔

اڑتیسوین فصل کرہ

(۳۴۵) کرہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

قاعدہ قطر کرہ کے مربع کو ۳۰۱۴۱۶ مین ضرب دو

(۳۴۶) مثالین

(۱) کرہ کا قطر ۹ انچ ہے

۹ × ۹ × ۳۰۱۴۱۶ = ۲۵۴۰۴۶۹۶

پس کرہ کی سطح ۲۵۴۰۴۷ مربع انچ کے قریب ہی۔

(۲) کرہ کا قطر ۳½ فیٹ ہے۔

۳۰۵ × ۳۰۵ × ۳۰۱۴۱۶ = ۳۸۰۴۸۴۶

پس سطح کا رقبہ ۳۸۰۴۸۴۶ مربع فیٹ کے قریب ہے۔

(۳۴۷) دفعہ ۳۴۵ کا قاعدہ اور طرح سے بھی بیان ہوسکتا ہی۔
قطر کرہ کو اوسکے محیط مین ضرب دو یا محیط کے مربع کو ۳۰۱۴۱۶ پر تقسیم کرو
محیط کرہ سے اوس دائرہ کا محیط مراد ہی جس کا دفعہ ۳۲۲ مین کرہ پیدا ہوتا یعنی دائرہ عظیمہ کرہ کا محیط

(۳۴۸) دفعہ ۳۲۰ اور ۳۴۵ سی یہ استخراج ہوتا ہی کہ سطح کرہ کا رقبہ اوس اسطوانہ مستدیر کی سطح منحنی کے رقبہ کے برابر ہی جسکا ارتفاع اور اوسکے سرونکے قطر برابر کرہ کے قطر کے ہون۔

(۳۴۹) دفعات ۲۹۱ اور ۳۴۵ سی ہم یہ استنباط عظیم کرتے ہین کہ سطح کرہ اور نصف قطر کرہ کے حاصل ضرب کی تہائی کی برابر کرہ کا حجم ہوتا ہے۔

(۳۵۰) مخروط مستدیر اور مخروط مضلع کے حجم دریافت کرنیکے ساتھ اس قاعدہ کو بڑی مشابہت ہے

اسلئے وہ آسانی سے یاد رہ سکتا ہی فرض کرو کہ کرہ کا مرکز ن ہی سطح کرہ پر تین نقطے بہت قریب قریب ع اور ق اور ر فرض کرین اور کرہ سے ایسا ٹکڑا جدا کرین کہ جسکو سطوح ع ن ق اور ق ن ر اور ر ن ع اور کرہ کی سطح کا وہ حصہ جو اونکے درمیان آتا ہے گھیرتی ہین تو یہ ٹکڑا بہت مشابہ مخروط مضلع سے ہوگا اور ہم کو بہت جلد یقین ہوگا کہ اس ٹکڑے کا حجم برابر ہے ایک تہائی حاصلضرب نصف قطر اور کرہ کے اوس حصہ سطح کے جو اون سطحون کے درمیان واقع ہوا ہے۔ پس کرہ کو ایسے ایسے بیشمار حصون مین تقسیم ہوا ہوا خیال کرو تو دفعہ ۳۴۹ کا نتیجہ جلد نکل آئیگا ان مین اور دفعہ ۷۰ کے بیانمین طالب علم کو مشابہت تامہ معلوم ہوگی

(۳۵۱) کرہ کی خاصیت عظیم یہ ہی کہ تمام مجسمات مین جو حجم معینہ رکھتے ہون اوسکی سطح کا رقبہ نہایت کم ہوتا ہی اور تمام مجسمات مین جو سطح معینہ رکھتے ہون کرہ کا حجم نہایت بڑا ہوتا ہے اس باب کے اخیر مین جو مثالین ۱۶ سے ۲۰ تک لکھی اونسے طالب علم اس خاصیت کو ثابت کرسکتا ہے۔

(۳۵۲) اب بطور مشق کے چند مثالین ہم حل کرتے ہین

(۱) سطح کرہ کا رقبہ ۲۰۰ مربع انچ ہی کرہ کا قطر اور حجم دریافت کرو

قطر کی مربع اور ۳٫۱۴۱۶ کا حاصلضرب برابر ۲۰۰ کے ہی

اسیواسطے قطر کا مربع = $\frac{200}{3.1416}$ = ۶۳٫۶۶۱۸ اور اس عدد کا جذر ۷٫۹۷۸۹ ہی۔

پس قطر ۷٫۹۸ انچ کے قریب ہی۔

پس بموجب دفعہ ۳۴۹ کے کرہ کا حجم مکعب فٹ مین

$$= \frac{1}{3} \times 200 \times \frac{1}{2} \times 7.9789 = 265.96$$

(۲) کرہ کا حجم ۱۰۰۰ مکعب انچ ہی اوسکی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

بموجب دفعہ ۳۴۹ کے قطر کرہ کا مکعب = $\frac{1000}{.5236}$ = ۱۹۰۹٫۸۵

اسیواسطے کرہ کا قطر انچون مین اس عدد کا جذر المکعب ہے اور وہ ۱۲٫۴۰۷ ہی

پس بموجب دفعہ ۳۴۵ کے سطح کا رقبہ ۶ء ۳۱۴۲۸ مربع انچ کے قریب حاصل ہوگا

اڑتیسوین فصل کی مثالین

جن کرون مین اسناد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی سطحونکے رقبے دریافت کرو

(۱) نصف قطر ۵ انچ (۲) نصف قطر ۱۵ انچ

(۳) نصف قطر ۲ء۲ انچ (۴) محیط ۲۰ انچ

(۵) محیط ۴ فیٹ (۶) محیط ۴ء۲ فیٹ

جن کرون کی سطوح کے رقبے بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکے قطر دریافت کرو

(۷) ۴۰۰ مربع (۸) ۶۴ مربع فیٹ (۹) ۵ء۰ مربع فیٹ

اون کرون کے حجم دریافت کرو جنکی سطوح کے رقبے بہ تفصیل ذیل معلوم ہین۔

(۱۰) ۲۰ مربع فیٹ (۱۱) ۵۰ مربع فیٹ (۱۲) ۱۰۰ مربع فیٹ

(۱۳) اوس کرہ کا حجم دریافت کرو جسکی سطح کا رقبہ اوس قبہ دائرہ کے برابر ہو جسکا قطر ۴ فیٹ ہو۔

(۱۴) اوس کرہ کا حجم دریافت کرو جسکی سطح کا رقبہ برابر اوس دائرہ کے رقبے کے ہو جسکا قطر ۹ فیٹ ہو۔

(۱۵) اسطوانہ ۵ فیٹ لنبا اور ۳ فیٹ قطر کا ہے اور نصف کرے اوسکے بڑے سرے پر لگائی گئی ہین تو کل سطح دریافت کرو۔

(۱۶) اسطوانہ مستدیر قائمہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۱ انچ ہے اور ارتفاع ۱۰ انچ ہے اور کرہ کی سطح برابر اسطوانہ کی کل سطح کے ہے ہر ایک کا حجم دریافت کرو۔

(۱۷) کرہ کی سطح برابر اوس مکعب کی سطح کے ہے جسکا طول ایک فٹ ہے ہر ایک کا حجم دریافت کرو۔

(۱۸) کرہ کی سطح برابر اوس اسطوانہ مستدیرہ کی سطح کے ہے جسکا قاعدہ کا نصف قطر ایک فٹ ہے اور ارتفاع دو فیٹ ہر ایک کا حجم دریافت کرو۔

ان نیچے کی مثالون مین جذر الکعب نکالا جائے گا

(۱۹) ایک کرہ کا حجم اوس مکعب کے برابر ہی جسکا طول ایک فٹ ہی تو ہر ایک کی سطح دریافت کرو

(۲۰) کرہ کا حجم برابر اوس اسطوانہ مستدیری کی ہی جسکے قاعدہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اور ارتفاع ۲ فیٹ ہر ایک کی سطح دریافت کرو۔

اونتالیسوین فصل کرہ کا منطقہ اور کرہ کا قطعہ

(۳۵۳) منطقہ کی سطح مین دو مدور سرون کی سطح ہوتی ہے اور ایک اور حصہ ہوتا ہی جسکو سطح منحنی کہتے ہین۔

قطعہ کرہ کی سطح مین قاعدہ مدور کی سطح ہوتی ہی اور ایک اور حصہ ہوتا ہی جسکو سطح منحنی کہتے ہین۔

(۳۵۴) منطقہ یا قطعہ کرہ کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ محیط کرہ کو منطقہ یا قطعہ کے ارتفاع مین ضرب دو۔

(۳۵۵) مثالین۔

(۱) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۶ انچ اور کرہ کا قطر ۱۸ انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو۔

۶ × ۱۸ × ۳٫۱۴۱۶ = ۳۳۹٫۲۹۲۸

پس سطح منحنی کا رقبہ ۳۳۹٫۳ مربع انچ کے قریب ہی۔

(۲) منطقہ کرہ کے سرونکا فاصلہ مرکز سے ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ ہی اور دونوں سرے مرکز کے ایک ہی جانب مین واقع ہین اور کرہ کا قطر ۱۴ فیٹ ہی منطقہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ مربع فیٹ

= ۲ × ۱۴ × ۳٫۱۴۱۶ = ۲۸ × ۳٫۱۴۱۶

بموجب دفعہ ۹۸ کے ایک سرے کے نصف قطر کا مربع

= ۹ × ۵ = ۴۵

اور دوسرے سرے کے نصف قطر کا مربع = ۱۱ × ۳ = ۳۳

اور دونوں سرونکا رقبہ مربع فیٹ مین = ۷۸ × ۳٫۱۴۱۶

اسیواسطے کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ مین

= ۱۰۶×۳٫۱۴۱۶ = ۳۳۳٫۰۰۹۶

(۳۵۶) دفعات ۳۲۰ اور ۳۵۴ سے ظاہر ہوتا ہی کہ منطقہ یا قطعہ کرہ کی سطح منحنی اوس اسطوانہ مستدیر کی سطح منحنی کی برابر ہوتی ہی جسکا ارتفاع برابر قطعہ یا منطقہ کرہ کے ارتفاع کے ہو اور اوسکے سرونکا قطر کرہ کے قطر کی برابر ہو۔

اور یہی کیفیت سطح کرہ کی ہی اگر ہم ارتفاع کرہ سے قطر کرہ مرادلین دفعہ ۳۴۸ دیکھو۔

(۳۵۷) اب چند مثالین حل کرتے ہین۔

(۱) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۷ انچ ہی اور کرہ کا محیط ۶۴ انچ کل قطعہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ مربع انچون مین

= ۶۴×۷ = ۴۴۸

اور کرہ کا قطر $\frac{۶۴}{۳٫۱۴۱۶}$ انچ ہی اسیواسطے بموجب دفعہ ۹۶ کے نصف قطر قاعدہ کا مربع یون حاصل ہوگا کہ ۷ مین سے $\frac{۶۴}{۳٫۱۴۱۶}$ کو تفریق کرین۔

اور حاصل تفریق کو ۷ مین ضرب دین تو $\frac{۶۴×۷}{۳٫۱۴۱۶}$ - ۴۹ حاصل ہوگا اور قطعہ کرہ کے قاعدہ کا رقبہ ما حصل اور ۳٫۱۴۱۶ کے حاصل ضرب کے برابر ہے۔

اسیواسطے وہ ۶۴×۷ - ۴۹×۳٫۱۴۱۶ یعنی ۴۴۸ - ۴۹×۳٫۱۴۱۶

پس کل سطح کا رقبہ مربع انچون مین

۸۹۶ - ۴۹×۳٫۱۴۱۶

یعنی ۸۹۶ - ۱۵۳٫۹۳۸۴

یعنی ۷۴۲٫۰۶۱۶

جس ترکیب سے ہمنے یہ سوال حل کیا ہی اوسمین ایسا تکلف ہی کہ مبتدی کو مشکل معلوم ہوگا مگر طالب علم کو اوسپر توجہ کرنی چاہیے غور کرنیسے اوس سے یہ معلوم ہوگا کہ فی الحقیقت ہم نے اس

قاعدہ کو قائم کیا ہی کہ قطعہ کی سطح منحنی اوس دائرہ سے جسکا نصف قطر برابر قطعہ کرہ کے ارتفاع کے ہو جسقدر زیادہ ہوتی ہی اوس زیادتی کا دوچند برابر ہوتا ہی قطعہ کرہ کی کل سطح کے

(۲) ایک کرہ کا منطقہ اون دو قطعات کی تفاوت کی برابر ہی جنکا ارتفاع ۱۳ انچ اور ۹ انچ ہے اور محیط کرہ کا ۸۲ انچ ہے منطقہ کی کل سطح دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ مربع انچون مین

= ۴ × ۸۲ = ۳۲۸

بموجب دفعہ ۸۹ کے منطقہ کی ایک سر کے نصف قطر کا مربع ۸۲/۳٫۱۴۱۶ مین سے ۹ کے تفریق کرنے سے حاصل ہوتا ہی پس وہ ۸۲×۹/۳٫۱۴۱۶ - ۸۱ اس منطقہ کے سرے کا رقبہ انچ مربعون مین حاصل ضرب اس ما حصل اور ۳٫۱۴۱۶ کا ہے

اسیواسطے وہ ۸۲×۹ - ۸۱ × ۳٫۱۴۱۶ ہی

اسیطرح منطقہ کے دوسرے سرے کا رقبہ مربع انچون مین ۱۳ × ۸۲ - ۱۶۹ × ۳٫۱۴۱۶ ہوگا

اس سے معلوم ہوتا ہی کہ منطقہ کی کل سطح کا رقبہ برابر ہے

۴ × ۸۲ و ۹ × ۸۲ اور ۱۳ × ۸۲ کی مجموعہ منفی ۸۱ × ۳٫۱۴۱۶ اور ۱۶۹ × ۳٫۱۴۱۶ کے مجموعہ کے

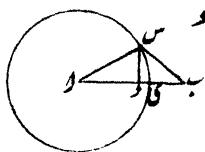
یعنی ۲ × ۱۳ × ۸۲ - ۲۵۰ × ۳٫۱۴۱۶ کے

پس کل سطح کا رقبہ ۱۳۴۶٫۶ مربع انچ کے قریب ہی

اوپر کے عمل سے یہ معلوم ہوتا ہی کہ ہمنے یہ قاعدہ قائم کیا ہی کہ منطقہ کرہ کو دو قطعات کرہ کا تفاوت خیال کرکے اوسکی کل سطح کا رقبہ اسطرح دریافت کیا ہی کہ قطعہ کلان کی سطح منحنی کے دوچند رقبہ مین سے اون دو دائرون کے رقبے تفریق کئے ہین جنکی قطر قطعات کے ارتفاع معلوم ہین ۔

(۳) کرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ اور مرکز سے ۱۵ فیٹ کے فاصلہ پر ایک ایک نقطہ لیکر اوسی کرہ کی مماس خطوط مستقیم کھینچی ہین پس اس طرح سے جو قطعہ کرہ مشخص ہو اوسکی سطح منحنی کا رقبہ

دریافت کرو

فرض کرو کہ مرکز ا ہی اور ب وہ نقطہ ہی جس سے خطوط مستقیم کرہ کو مس کرتے ہوئے کھینچے ہین اور ب س خطوط مین سے ایک خط مستقیم ہی جو کرہ سے نقطہ س پر ملتا ہی س د عمود ا ب پر نکالو

اور ی وہ نقطہ ہی جہان ا ب کرہ کو قطع کرتا ہی تو

جس قطعہ کرہ کی سطح منحنی کا رقبہ ہمکو دریافت کرنا ہی وہ وہ قطعہ ہے جسکا ارتفاع د ی ہی اب ہم د ی کا طول دریافت کرتے ہین سب طولون کو فٹ مین تعبیر کرو

ا ب = ۱۵ اور ا س = ا ی = ۱۲

پس معلوم ہوا کہ بموجب دفعہ ۴ کے ب س = ۹ اور بموجب دفعہ ۱۵ کے ب د = $\frac{۳۶}{۵}$ = ۷ء۲

بموجب دفعہ ۶۰ کے ۱۴۴ - ۵۱ء۸۴ کا جذر ا د ہی

یعنی ۹۲ء۱۶ کا جذر ہے اور جذر ۹ء۶ نکلتا ہے

ہم اس نتیجہ کو متشابہ مثلثون سے بآسانی حاصل کرتے ہین کہ بموجب دفعہ ۳ کے

ب ا : ا س :: ا س : ا د

یعنی ۱۵ : ۱۲ :: ۱۲ : ا د

اسیواسطے ا د = $\frac{۱۲\times۱۲}{۱۵}$ = $\frac{۴۸}{۵}$ = ۹ء۶

پس د ی = ۱۲ - ۹ء۶ = ۲ء۴

اسیواسطے قطعہ کرہ کی سطح منحنی کا رقبہ مربع فیٹ ہین = ۲ء۴ × ۲ × ۱۲ × ۳ء۱۴۱۶ = ۱۸۰ء۹۵۶۱۶

اگر آنکھہ کو ب پر رکھو تو ہمکو اتنا ہی قطعہ کرہ کا معلوم ہوگا جسکا رقبہ ہمنے دریافت کیا ہے پس اگر ہمکو یہ دریافت کرنا ہو کہ اگر ہم ب پر آنکھہ رکھین تو کس قدر کرہ کا حصہ ہمکو دکھائی دیگا تو د ی کے طول کو شمار کنندہ اور قطر کرہ کو نسب نما بنا کر کسر بنائین تو اس کسر کے موافق دکھا دیگا۔

مثال مذکور مین کسر ۲/۴ یعنی ۱/۲ ہوگی

اونتالیسوین فصل کی مثالین

جن قطعات کرہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی سطح منحنی کے رقبے دریافت کرو

(۱) قطعہ کا ارتفاع ۱۰ انچ اور محیط کرہ ۸۵ انچ

(۲) قطعہ کا ارتفاع ۲ ۱/۴ فیٹ محیط کرہ ۲۰ فیٹ

(۳) ارتفاع قطعہ ۹ انچ اور نصف قطر کرہ ۱۶ انچ

(۴) قطعہ کا ارتفاع ۴،۲ فیٹ اور نصف قطر کرہ ۳،۲۵ فیٹ

جن قطعات کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی کل سطحون کے رقبے دریافت کرو۔

(۵) ارتفاع قطعہ ۲ فیٹ نصف قطر کرہ ۲ فیٹ

(۶) ارتفاع قطعہ ۱۰ انچ اور نصف قطر کرہ ۲۵ انچ

(۷) قطعہ کا ارتفاع ۱۱ انچ اور کرہ کا محیط ۹۰ انچ

(۸) قطعہ کا ارتفاع ۳ فیٹ محیط کرہ ۲۷ فیٹ

جن قطعات کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی تفاوت سے جو منطقے پیدا ہوتے ہون اونکی کل سطحون کے رقبے دریافت کرو۔

(۹) نصف قطر کرہ ۱۱ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ اور ۱۰ فیٹ

(۱۰) نصف قطر کرہ ۱۵ انچ اور ارتفاع ۶ انچ اور ۹ انچ

(۱۱) محیط کرہ ۴۰ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ اور ۵ فیٹ

(۱۲) محیط کرہ ۵۰ انچ اور ارتفاع ۳ انچ اور ۷ انچ

جن منطقونکی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی کل سطحونکے رقبے دریافت کرو

(۱۳) کرہ کا نصف قطر ۹ فیٹ ۱ور مرکز سے منطقہ کی سرونکا فاصلہ مقابل جانبونمین ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ

(۱۴) کرہ کا نصف قطر ۱۶ انچ اور منطقہ کی سرونکا فاصلہ مرکز سے ایک ہی جانب مین ۵ انچ اور ۹ انچ

(۱۵) کرہ کا محیط ۴۴ فیٹ ہی اور منطقہ کرہ کے سرونکے فاصلے مرکز سے مقابل جانبون مین ۳ فیٹ اور ۴ فیٹ
(۱۶) کرہ کا محیط ۹۰ انچ ہی اور منطقہ کے سرونکے فاصلے مرکز سے ایک ہی جانب مین ۶ اور ۱۰ انچ ہین۔
(۱۷) کرہ کا قطر ۸ فیٹ اگر مرکز سے ۱۴ فیٹ کے فاصلہ پر آنکہہ لگاکر دیکہین تو کرہ کی سطح کا کونسا حصہ دکہا دیگا۔
(۱۸) کرہ کا قطر ۹ فیٹ ہی اگر سطح کرہ سے ۸ فیٹ کے فاصلہ پر آنکہہ لگاکر دیکہین تو بتاؤ کرہ کا کونسا حصہ دکہائی دیگا۔
(۱۹) بتاؤ کرہ کی سطح سے کس فاصلہ پر آنکہہ لگائین کہ کرہ کا ایک سولہوان حصہ دکہائی دے۔
(۲۰) بتاؤ کرہ کی سطح سے کسی فاصلہ پر آنکہہ لگائین کہ کرہ کا ایک آٹہوان حصہ دکہائی دے۔

باب ششم علم مساحت کا عمل

چالیسوین فصل تمہید

(۳۵۸) روزمرہ کے کاروبار مین جو قواعد مساحت کا کام پڑتا ہی اوسکا ذکر گیارہوین فصل مین ہمنے کیا ہی کہ مکانونکے فرشونکا حساب کسطرح کرتے ہین دیوار و پر جو کاغذ لگاتے ہین اونکا اندازہ کیونکر ہوتا ہے اور استرکاری اور رنگوائی وغیرہ کی کیونکر نسبت ہوتی ہے غرض ایسے حسابون مین علم حساب اور اصول مساحت سے واقفیت ضرور ہی۔

اس باب کے آخر مین ہم اور مثالین اسی قبیل کی لکہینگے

(۳۵۹) سوا اسکے اور طرح سے قواعد علم مساحت کی روزمرہ کے بعض ضروری کامون مین کام آتے ہین اونکا جاننا کاریگرونکی اصطلاحات جاننے پر موقوف ہی اور اونکے قاعدے جدا ہوتے ہین اور تخمینی قواعد کا رواج ایسا پڑ گیا ہے کہ وہ بدل نہین سکتا اور قواعد کے موافق حساب کرنا ایک دستور ٹہر گیا ہے ہم ان تین بابون مین اونہین باتون کا ذکر کرینگے+

چالیسوین فصل کی مثالین

(۱) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۳ انچ لنبا اور ۱۸ فیٹ ۹ انچ چوڑا اور ۱۱ فیٹ ۲ انچ بلند ہی اگر ڈیڑہ آنہ فی فٹ رنگوائی مین اوسکے صرف ہو تو بتاؤ کیا لاگت لگے گی۔

(۲) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۴ انچ لنبا اور ۱۵ فیٹ ۸ انچ چوڑا اور ۱۱ فیٹ ۲ انچ بلند ہی اوسکی چارون دیوارون کی رنگوائی مین ڈیڑہ روپیہ مربع فٹ کے حساب سے کیا لاگت لگے گی۔

(۳) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۱۰ انچ طول مین ۱۹ فیٹ ۸ انچ عرض مین اور ۱۱ فیٹ ۲ انچ ارتفاع مین ہے تو اوسکی چارون دیوارون کی رنگوائی دو روپیہ مربع فٹ کے حساب سے کیا ہو گی۔

(۴) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۰ انچ طول مین ۱۷ فیٹ عرض مین اور ۱۲ فیٹ ۴ انچ ارتفاع مین ہی تو ۹ مربع فیٹ کے حساب سے چارون دیوارونکی رنگوائی کیا ہو گی۔

(۵) ایک کمرہ کا طول ۷ گز ۱ فٹ ۳ انچ اور عرض ۵ گز ۲ فیٹ ۹ انچ اور ارتفاع ۴ گز ۲ انچ ہی تو اوسکی دیوارون پر ۲ گز بہر عرض کا اور ۹ گز کا کاغذ کتنا لگے گا۔

(۶) ایک صندوق مکعب ہے اور سیسہ کی چادرون سے منڈہا ہوا ہی اور ایک مربع فٹ مین ۴ سیر سیسہ لگا ہی اور اس حساب سے کل صندوق مین ۲۹۴ سیر سیسہ لگا ہی تو صندوق کا طول و عرض دریافت کرو۔

(۷) ایک ظرف ۱۲ فیٹ ۹ انچ لنبا اور ۵ فیٹ ۳ انچ چوڑا اور ۶ فیٹ ۱ انچ گہرا ہی اوسکے اطراف اور تہ مین سیسہ کی چادرین لگائی گئی ہین اور ۱۸ روپیہ کا ایک من ۱۲ سیر سیسہ خرید کیا ہی اور وہ ایک مربع فیٹ مین ۴ سیر لگتا ہی تو بتاؤ اس ظرف مین کیا لاگت لگے گی۔

(۸) ایک ظرف اوپر کی طرف سے کہلا ہوا ہی اور وہ سیسہ کی چادرون سے بنایا گیا ہی اور ایک مربع فٹ چادر کا وزن ۴ سیر ہی اور وہ ظرف ۴ فیٹ ۶ انچ لنبا اور ۲ فیٹ ۸ انچ چوڑا ہے اور ۲۴ مکعب فیٹ کی اوسمین سمائی ہی تو سیسہ کا وزن دریافت کرو۔

(۹) ایک صندوق ڈہکنے سمیت ۱½ انچ موٹے تختے کا بنایا گیا ہی اگر استداد بیرونی اوسکی ۲ فیٹ ۱۰ انچ اور ۲ فیٹ ۷ انچ اور ۱ فٹ ۹ انچ ہون تو بتاؤ اوسکے بنانے مین کتنے مربع فیٹ تختے لگینگے۔

(۱۰) ایک ہموار چھت ۱۰ فیٹ ۴ انچ لمبی اور ۱۳ فیٹ ۴ انچ چوڑی ہے اگر اوس پر سیسہ کی چادرین ایک سولھوین انچ کے برابر موٹی بچھائین اور ایک مکعب انچ سیسہ کا وزن ۶½ اونس اور ایک پونڈ کی قیمت ۳½ پینس ہو تو بتاؤ اس چھت مین کیا لاگت لگیگی ۔

(۱۱) ایک گول کمرہ ۱۶ فیٹ اونچا اور ۱۰ فیٹ قطر کا ہے تو اوسکی دیوارون کی رنگوائی بحساب ۲½ آنہ گز کے کیا ہوگی ۔

(۱۲) ایک مینار مخروط مستدیر کی شکل کا ہے اوسکے قاعدہ کا محیط ۴۶ فیٹ اور ارتفاع مائل ۸۰ فیٹ ہے تو اوسکی رنگوائی مین ۲½ آنہ مربع گز کے حساب سے کیا لاگت لگے گی ۔

(۱۳) ایک پیالہ ۲ فیٹ ۴ انچ قطر کا نصف کرہ کی شکل کا ہے تو اوسکی گلٹ کرائی ۱½ آنہ مربع انچ کے حساب سے کیا ہوگی ۔

(۱۴) ایک گول کمرہ ہے اور اوسکی عمودی دیوارین ۱۵ فیٹ بلند ہین اور کمرہ کا قطر ۲۰ فیٹ ہے اور اوسکے اوپر نصف کرہ کی شکل کا گنبد بنا ہوا ہے تو ۹ ر فی مربع فیٹ کے حساب سے اوس کی استرکاری مین کیا لگے گا ۔

(۱۵) اگر اس گنبد کے گرد جہان وہ دیوارون سے ملتا ہے زنجیر ۵ آنہ فٹ کی لگائین تو اوس زنجیر کی قیمت دریافت کرو

(۱۶) ایک صحن مستطیل ہے اور ۱۰۰ فیٹ لمبا اور ۶۰ فیٹ چوڑا ہے اور اوسکے طول مین رستہ ۱۰ فیٹ چوڑا بنا ہوا ہے اور اس رستہ پر پتھر کا فرش بچھا ہوا ہے اوسمین ۲ روپیہ ۴ ر ایک مربع گز مین لاگت لگی ہے اور باقی جگہ کے فرش مین ۲ ر گز تو بتاؤ کل کیا لاگت لگی ۔

(۱۷) سہ منزلہ مکان ہے اور ہر منزل مین تین دروازے ہین اور سب سے نیچے کی منزل کے دروازہ کا ارتفاع ۹ فیٹ ہے اور بیچ کی منزل کے دروازہ کا ارتفاع ۷ فیٹ اور اوپر کی منزل کا ارتفاع ۵ فیٹ ہے اور عرض سب کا ۴ فیٹ ہے اگر ان دروازون مین شیشے لگائین اور ۲ ر مربع فیٹ خرچ کرین تو کیا لاگت لگے گی ۔

(۱۸) ایک مکان سہ منزلہ ہے ۵۵ فیٹ سے ۲۴ فیٹ دیوارونکے درمیان واقع ہے اور ۱۵ فیٹ

۳ انچ سے ۵ فیٹ جگہ پر سیٹرہیان لگی ہوئی ہین تو بتاؤ کتنی مربع فیٹ فرش اوسکے واسطے درکار ہوگا

(۱۹) ایک کمرہ ۲۲ فیٹ لنبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا اور ۱۴ فیٹ ۶ انچ بلند ہو اوسکی دیوارون پر ۳۰ انچ چوڑا ۱۱ آنہ گز کا کاغذ کتنے کا لگیگا ان دیوارون مین دو دروازے ہین ہر ایک ۸ فیٹ سے ۵ فیٹ ۱۰ انچ ہی اور ایک آتشدان ۸ فیٹ ۶ انچ سے ۶ فیٹ ہو اور ایک دروازہ ۱۲ فیٹ سے ۵ فیٹ ۱۰ انچ ہے ان سب کو منہا کرکے حساب لگاؤ۔

(۲۰) ایک صحن مربع ۳۰ فیٹ لنبا ہی اور اوسکے وسط مین ایک چمن مدور ۱۳ فیٹ قطر کا ہی اور تین طرف اوسکے ۴ فیٹ چوڑی کیاری پھولون کی ہے تو بتاؤ اگر باقی جگہ مین ۸ روپیہ گز کا فرش کرائین تو کیا لاگت لگے گی۔

اکتالیسوین فصل کاریگرون کا کام

(۳۶۰) کاریگر اپنا اپنا حساب جدا جدا طرح سے کرتے ہین ایک گز یا فٹ سرکاری اونکے پاس ہوتا ہی اور اسیواسطے مربع فٹ اور مربع گز قبونکے واسطے پیمانہ اور مکعب فٹ اور مکعب گز جسامتونکے واسطے پیمانہ اونکا ہوتا ہی۔

(۳۶۱) فرش بنانیکا اور استرکاری اور پلاستر اور کہپریل اور چھپر کا کام اور رنگوائی کا کام مربع نکی تعداد پر موقوف ہوتا ہی اور مربع مین ۱۰۰ مربع گز یا فٹ شامل ہوتے ہین مثلاً معمار کہے گا کہ ۵ روپیہ گز استرکاری کے لونگا تو اوسسے مراد یہ ہوتی ہی کہ سو مربع گز کی استرکاری کی اجرت ۵ روپیہ ہونگے غرض یہ معاملات روزمرہ لوگ دیکھتے ہین کہ یہ سب حساب فی سیکڑہ ہوتے ہین اور بول چال مین فی گز و فی فٹ بولتے ہین۔

(۳۶۲) چھتین دو طرحکی ہوتی ہین ایک چھتین تو ایسی ہوتی ہین جیسے کہ ہمارے مکانون کی بنی ہوئی ہین دوسری چھتین قینچی دار ہوتی ہین جیسے کہ تمنے ریل کے اسٹیشنون پر دیکھی ہون اور کہپریل کی چھتین اکثر قینچی دار ہوتی ہین اب یہ قینچیان تین طرحکی ہوتی ہین اور اونکے تین ہی طرح سے حساب ہوتے ہین۔

اول طول قینچی کے بازو کا تین چوتھائی عرض مکان سے ہوتا ہے اسی قینچی کا اندازہ اسطرح ہوتا ہے کہ عرض مکان کو ڈیوڑھا کر لیتے ہین وہی اندازہ چہت کا ہوتا ہے۔

دوم مکان کے عرض کی برابر قینچی کے بازوٴن کا طول ہوتا ہے اسلئے چہت کا اندازہ مکان کے دوچند عرض سے ہوتا ہے۔

سوم ارتفاع قینچی کا عرض مکان کے ½ حصہ کی برابر ہوتا ہے اس صورت مین طول نیچے کی لکڑی کا ۱½ عرض مکان کا ہوتا ہے اسلئے چہت کا اندازہ ۱½ عرض مکان سے ہوگا۔

(۳۶۳) ہر قسم کے کاریگرونکے واسطے جداجدا دستور حساب کے بندہ گئے ہے اونکے موافق حساب عملاً ہوتا ہے اونمین کچہہ مساحت کے اصول کام مین نہین آتے اسلئے تفصیل اونکے بیان فضول ہے مگر بطور مشتے نمونہ از خروارے ہم دروازون کا حساب جسطرح کیا کرتے ہین اور اوسکے موافق مزدوری لیتے ہین اوسکو لکہتے ہین۔

اکثر دروازہ کی موٹائی کو دونو طول اور عرض پر زیادہ کر لیتے ہین اور جو اس ازدیاد سے طول اور عرض کی مقدارین ہوجاتی ہین اونکو ہم ضرب دیتے ہین اور حاصل ضرب کو رقبہ دروازہ کا سمجھتے ہین اگر کواڑ ایکطرف دلہ دار ہون تو رقبہ کو ڈیوڑہا کر لیتے ہین اور اگر دونو طرف دلہ دار ہون تو رقبہ کو دوچند کر لیتے ہین۔

مثلاً فرض کرو کہ دروازہ ۷ فیٹ ۵ انچ بلند اور ۴ فیٹ ۳ انچ چوڑا اور ایک انچ موٹا ہو تو ارتفاع ۷ فیٹ ۶ انچ اور عرض ۴ فیٹ ۴ انچ بنا ئینگے تو رقبہ مربع فیٹ مین۔

۷½ × ۴⅓ یعنی $\frac{15}{2} \times \frac{13}{3}$ یعنی $\frac{5 \times 13}{2}$ یعنی ۳۲½ مربع فیٹ ہے۔

اب اگر کواڑ ایک طرف دلہ دار ہو تو ۴۸$\frac{3}{4}$ مربع فیٹ کی مزدوری دیجائیگی اور اگر دونو طرف دلہ دار ہو تو ۶۵ مربع فیٹ کی اجرت دیجاے گی۔

(۳۶۴) انجنیر ہمیشہ اینٹونکا حساب مکعب گز سے کرتے ہین مگر یہ جو روزمرہ کی عمارت مین اینٹ کا کام ہوتا ہے اوسکا حساب ایک اور طرح سے ہوتا ہے اب ہم اوسکا بیان کرتے ہین

(۳۶۵) اینٹ کی دیوار جسکا آثار ڈیڑہ اینٹ کا ہو اوسکو آثار کا سرکاری اندازہ کہتے ہین
پس جو اینٹ کا کام اس اندازہ کے موافق ہوتا ہے اوسکا تخمینہ اوس رقبہ کے مربع گزون سے
کرتے ہین جو اینٹ کے کام کے طول اور ارتفاع سے بنتا ہی یا روڈ کے مربعون سے حساب لگاتے
ہین اور ہر ایک روڈ مربع مین ۳۰¼ مربع گز ہوتے ہین یعنی ۲۷۲¼ مربع فیٹ۔
پس روڈ اینٹ کا کام وہ ہوتا ہی جسکی سطح ایک روڈ مربع اور آثار اوسکا ڈیڑہ اینٹ ہو اور اس
روڈ کو پیمانہ معینہ سرکاری کہتے ہین جہان ہم روڈ پیمانہ لکھین وہان یہی روڈ سمجھنا چاہیئے۔

(۳۶۶) ایک دیوار مین تعداد روڈ کے پیمانون کی دریافت کرو

قاعدہ اینٹ کے کام کی سطح دریافت کرو اور ۲۷۲¼ پر تقسیم کرو۔
خارج قسمت روڈ پیمانون کی تعداد ہوگی بشرطیکہ دیوار کا اندازہ معینہ سرکاری رکھتا ہو اور اگر اندازہ
سرکاری نہو تو خارج قسمت کو آثار کی نصف اینٹون مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۳ پر تقسیم کرو
عمل مین اکثر ۲۷۲¼ کی جگہ ۲۷۲ ہی کام مین لاتے ہین

(۳۶۷) مثالین۔

(۱) ایک اینٹ کی دیوار ۱۰۵ فیٹ لنبی اور ۸½ فیٹ بلند اور ۲½ اینٹ آثار کی ہی اوسمین روڈ
پیمانے دریافت کرو

$$\frac{8\frac{1}{2}\times 105}{272}\times\frac{5}{3}=\frac{8\frac{1}{2}\times 5\times 35}{272}=\frac{17\times 5\times 35}{544}=5.46$$

پس تعداد روڈ پیمانون کی ۵½ تخمیناً ہوئی

(۲) ایک چہت سلامی کی بنی ہوئی ہی اور ۱۵ فیٹ بلند ہے اور قاعدہ اوسکا ۲۰ فیٹ ہی اور
آثار دو اینٹ کا ہی

$$\frac{15\times 20}{9\times 2}=\frac{50}{3}\quad\text{اور}\quad\frac{50}{3}\times\frac{4}{3}=\frac{200}{9}=22\frac{2}{9}$$

پس تعداد معینہ گزون کی ۲۲ ۲/۹ ہی

(۳۶۸) اکثر اینٹین ۹½ انچ لنبی اور ۴½ انچ چوڑی اور ۲½ انچ موٹی ہوتی ہین مگر جب وہ مین
چونا لگتا ہے تو اینٹ کے کام مین ایک انچ طول اور عرض اور دل مین بڑہا

لیتے ہین پس اسلئے اینٹ کے طول اور عرض اور دل ۹ انچ اور ۴ ½ انچ اور ۳ انچ خیال کرتے ہین اور ایک روڈ پیمانہ مین ۴۵۰۰ اینٹین بعد گردہ کے سمائی کی لگتی ہین۔

اکتالیسوین فصل کی مثالین

(۱) ایک دیوار ۲۰ فیٹ ۶ انچ لمبی اور ۱۴ فیٹ ۸ انچ بلند اور ۲ ½ اینٹ آثار کی ہی اوسمین کی روڈ پیمانون کی تعداد دریافت کرو۔

(۲) ایک محراب دار شلثی دیوار بنی ہوئی ہی اور اوسکا ۲ اینٹ کا آثار ہے اور ۲۴ فیٹ لمبی اور ۷ ۲ فیٹ اولتی تک ہی اور ۲ ۴ فیٹ زمین سے چھت کی گلتک بلند ہے اوس مین تعداد روڈ پیمانون کی دریافت کرو۔

(۳) ایک دیوار کی ۱۰ فیٹ اونچی منڈیر شلثی سلامی کی بنی ہوئی ہے اور دیوار ۲۶ فیٹ بلند ہے اور عرض اوسکا ۴۲ فیٹ آثار ۲ ½ اینٹ کا تو ۱۰ روپیہ فی روڈ کے حساب سے کیا لاگت اوس پر لگے گی۔

(۴) ایک مکان کے سرے کی دیوار ۳۰ فیٹ لمبی اور ۴۰ فیٹ اولتی تک بلند ہے اور اوپر ایک شلثی دیوار ۱۰ فیٹ بلند ہے اور ۲۰ فیٹ کی بلندی تک دیوار ۲ ½ اینٹ آثار کی ہے اور ۲۰ فیٹ سے ۴۰ تک ہے اوسکا ۲ فیٹ کا آثار اور شلثی دیوار ۱ ½ اینٹ آثار کی ہے تو بتاؤ کتنے پیمانے گز اوسمین ہین۔

(۵) فرض کرو کہ ڈہائی روپیہ ہزار اینٹین ہین اور ایک روڈ مین ۴۵۰۰ اینٹین لگتی ہین اور مصالحہ چونہ وغیرہ مین فی روڈ ؏ لگتا ہے اور مزدوری ڈہائی روپیہ فی روڈ ہے تو بتاؤ اس حساب سے ۳۲ فیٹ لمبی ۱۸ فیٹ بلند اور ۲ اینٹ کے آثار کی دیوار مین کیا لاگت لگے گی۔

(۶) ایک مکان کا طول ۴۰ فیٹ اور ۲۵ فیٹ عرض ہے اوسپر قینچی دار چھت قسم اول

کی ۱۲ روپیہ فی مربع کے حساب سے کتنے مین بنینگے۔

(۷) ایک مکان کا طول ۱۲۰ فیٹ اور عرض ۴۰ فیٹ ہی اوسپر قسم دوم کی قیچی دار چھت ۲ الہ آنہ فی مربع کے حساب سے کتنے بنینگی۔

(۸) ایک مکان ۴۰ فیٹ طول مین اور ۲۰ فیٹ عرض مین سیسے کی چادر سے ڈھنپا ہوا ہی اور چھت قیچی دار ہے اور اوسکا ایک پلڑا گیارہ بارہوین عرض مکان سے ہی اور وزن سیسہ کا فی مربع فٹ ۸ پونڈ ہی اور قیمت ۱۲ شلنگ فی ہنڈریڈ ویٹ ہی تو بتاؤ کیا لاگت اس مکان کی چھت کے اندر لگے گی۔

(۹) ایک اوٹ ۴۵ فیٹ ۵ انچ سے ۸ فیٹ ۲ انچ ہے اوسکی قیمت ۲ پونڈ ۱۵ شلنگ فی مربع کے حساب سے کیا ہو گی۔

(۱۰) ایک مکان کا فرش ۴۸ فیٹ سے ۲۴ فیٹ ہی اوسکے فرش کی لاگت ۲ پونڈ ۴ شلنگ فی مربع کے حساب سے کیا ہو گی اور اوسمین دو آتشدان ہین اور ہر ایک ۶ فیٹ سے ۴ فیٹ ہی اونکو فرش کے حساب سے مین نہ لگاؤ۔

(۱۱) ایک کمرہ ۴۳ فیٹ ۹ انچ طول مین اور ۱۲ فیٹ بلند ہی اوسکے گچ کرنے مین ۱۰ روپیہ فی مربع گز کے حساب سے کیا لاگت لگے گی۔

(۱۲) ایک مکان کی چھت کا طول ۵۰ فیٹ اور طول اوس رسی کا جو اولتی سے اولتی تک لگائی جائے ۶۰ فیٹ ہی تو قیمت چھت کی ۲۳ روپیہ ۱۲ر کی فی مربع فٹ کے حساب سے دریافت کرو۔

(۱۳) ایک باغ کی دیوار ۱۸۰ فیٹ لنبی اور ۶ فیٹ بلند ہی اور ایک اینٹ کا آثار ہی اور ۸ استون ہین ہر ایک ستون ۱½ فیٹ چوڑا ہی آثار اوسکا ½ اینٹ کا ہی اوسمین ہمانے گزدن کے تعداد کے دریافت کرو۔

(۱۴) ایک کمرہ ۲۶ فیٹ طول اور ۱۸ فیٹ عرض اور ۱۲ فیٹ بلند ہے ایک آنہ فی مربع گز کے حساب سے اوسکی گچ کرائی اور ۱۲ر فی مربع گز کے حساب اوسکی چھت کی بنوائی دریافت کرو

(۱۵) ایک کمرہ ۲۸ فیٹ ۱۶ فیٹ اور دوسرا کمرہ ۲۴ فیٹ ۱۵ فیٹ ۶ انچ ہے اوسکے فرش مین بنوائی ۵ روپیہ فی مربع کے حساب سے دریافت کرو۔

(۱۶) ایک کمرہ ۲۵ فیٹ لنبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا اور ۱۲ فیٹ بلند ہی اور دیوار پر تہرا رنگ پہرا ہی اور ہر دفعہ ۵ روپیہ فی مربع گز رنگوائی کا دیا گیا ہی تو بتاؤ کیا لاگت اسمین لگے گی۔

بیالیسوان باب لکڑی کی پیمائش

(۳۶۹) اگر لکڑی کے ٹکڑے کی شکل اون مجسمات کی سی ہو جنکا ذکر چوتھے باب مین کیا گیا ہے تو اوسکی پیمائش اوس قاعدہ کے مخصوص اوس مجسم سے ہی ہو جائیگی اور اگر کوئی خاص شکل نہ ہو تو دفعہ ۳۰۷ کے موافق مساوی الابعاد تراشون کی وساطت سے ہم اوسکی جسامت دریافت کر سکتے ہین پر وصورتین ایسی کثیر الوقوع ہین اونکے واسطے قاعدے مقرر کئے گئے ہین گو وہ صحیح نہین مگر ایسی آسان اور سادہ ہین کہ محاسبین اونکے برتنے کو پسند کیا ہی اور وہ قاعدہ ذیل مین لکھے جاتے ہین۔

(۳۷۰) چوکھونٹی لکڑی کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ اوسط عرض کو موٹائی کی اوسط مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو طول مین ضرب دو تو ماحصل لکڑیکی جسامت ہوگی۔

اوسط عرض کا اسطرح دریافت ہوتا ہی کہ برابر فاصلہ پر مختلف مقامات پر لکڑیکے عرض حقیقی کو ناپو اور ان سب عرضون کو جمع کرو اور جو حاصل جمع ہو اوسکو تعداد مقامات پیمائش پر تقسیم کرو تو ماحصل اوسط عرض ہوگا اور اسیطرح اوسط موٹائی کا بھی حاصل ہو سکتا ہے۔

(۳۷۱) مثالین۔

(۱) ایک لکڑیکا طول ۲۴ فیٹ ہی اور اوسط عرض ۱ فٹ ۹ انچ اور اوسط موٹائی کا ۱ فٹ ۶ انچ

$$۲۴ \times ۱\tfrac{۳}{۴} \times ۱\tfrac{۱}{۲} = ۲۴ \times \tfrac{۷}{۴} \times \tfrac{۳}{۲} = ۶۳$$

پس ہمکو حجم ۶۳ مکعب فیٹ حاصل ہوگا۔

(۲) ایک لکڑیکا طول ۱۶ ۱/۲ فیٹ ہی اور موٹائی اوسکی سرے پر ۱ فٹ ہے اور دوسرے

سرے پر ۱ فٹ ۸ انچ اور عرض ۲ فیٹ ہی

اب موٹائی متوسط مین ۱ اور ۱½ کا نصف مجموعہ یعنی ۱¼ ہوگا

۱۶½ × ۲ × ۱¼ = ۳۳/۲ × ۲/۱ × ۵/۴ = ۴۴

پس حجم ۴۴ مکعب فیٹ ہی۔

(۲۷۲) اگر لکڑی گاؤدم ایک سرے سے دوسرے سرے تک ہو تو اکثر اوسکے وسط کا عرض اوسط عرض کی جگہہ لے لیتے ہین کیونکہ جو عرض بیچوں بیچ مین ہوگا وہ وہی ہوگا جو سرونکے عرضونکا اوسط نکالنے سے ہوتا اور سطح موٹائی کی اوسط کا تخمینہ ہوتا ہی لیکن اس صورت مین لکڑی مجسم ذوزنقہ ہو تو بموجب قاعدہ دفعہ ۲۸۳ کے ہم اوسکا حجم ٹھیک ٹھیک دریافت کرسکتے ہین مگر قاعدہ جس سے کہ حجم تخمیناً نکلتا ہی اوس قاعدہ سے کہ حقیقی حجم دریافت ہوتا ہے بہت آسان ہے +

اگر دوسری مثال مین دفعہ ۲۷۱ کی موٹائی گاؤدم ہوتی جائے اور عرض وہی رہے تو قاعدہ سے بالکل صحیح نتیجہ حاصل ہوگا۔ اس صورت مین لکڑی منشور کی صورت ہوگی اور سرے اوسکے ذوزنقہ ہونگے اور منشور کا ارتفاع لکڑی کا ارتفاع ہوگا اور یہی کیفیت اوس صورت مین ہوگی کہ موٹائی تو ایک ہی رہے مگر عرض برابر گاؤدم ہوتا جائے۔

(۲۷۳) ایک گول لکڑی یا ایسی لکڑی کا جو کھوکھلی نہو حجم دریافت کرو۔

قاعدہ اوسط گردہ کی چوتھائی کے مجذور کو طول مین ضرب دو تو حاصل ضرب حجم ہوگا۔

(۲۷۴) مثالین۔

(۱) ایک لکڑی جو کھوکھلی نہین ہی اوسکا گردہ ۹ فیٹ ہی اور اوسکا طول ۳۲ فیٹ ہی گردہ کی چوتھائی ۹/۴ فیٹ ہے اور ۹/۴ کا مجذور ۸۱/۱۶ ہے اور ۸۱/۱۶ × ۳۲ = ۱۶۲ پس حجم ۱۶۲ مکعب فیٹ حاصل ہوگا۔

(۲) ایک لکڑی جو کھوکھلی نہین ہے اوسکا گردہ ایک سرے پر ۵ فیٹ ہی اور دوسرے سرے پر ۶ فیٹ اور طول اوسکا ۲۴ فیٹ ہی۔

اب یہان اوسط گردہ کا $\frac{5+6}{2}$ اور اسیواسطے اوسط گردہ کی چوتہائی $\frac{11}{8}$ ہوگا اور

اور $\frac{11}{8}$ کا مربع $\frac{121}{64}$ ہی

$$\frac{121}{64} \times 24 = \frac{121 \times 3}{8} = \frac{363}{8} = 45\frac{3}{8}$$

پس $45\frac{3}{8}$ مکعب فیٹ حجم مطلوب ہی۔

(۳۷۵) اگر کڑی کی ہیئت بعینہ اسطوانہ ہو تو اوسکا حجم بموجب قاعدہ دفعہ ۲۴۰ کے دریافت کر سکتے ہین۔ ہمکو یہ معلوم ہی کہ اگر کڑی اسطوانہ مستدیر قائم ہو تو دفعہ ۳۷۳ کے قاعدہ سے اوسکے حجم دریافت کرنے مین اصل حجم سے اوسکی پوری تین چوتہائی سے کچہہ زیادہ نتیجہ نکلتا ہی شاید یہ قاعدہ اس سبب بنایا گیا ہی کہ جب اس لکڑی کو چوکور کرتے ہین تو بہت سے چھیلنے مین ضائع جاتی ہی اوسکو بہی حساب مین لگالیا ہی دفعہ ۳۱۳ کی آخر مثال دیکہو اگر اسطوانہ مستدیر کی شکل کی صورت ہو تو قاعدہ مذکور سے قریب قریب صحیح حجم کے حجم نکلتا ہی۔

(۳۷۶) ڈاکٹر ہٹن صاحب نے دفعہ ۳۷۳ کے قاعدہ کی جگہہ یہ قاعدہ مقرر کیا ہی کہ اوسط گردہ کی ایک پانچوین کو دوچند طول مین ضرب دو ڈاکٹر صاحب کے قاعدہ سے حجم $\frac{32}{25}$ گنا زیادہ اصل حجم سے بہ نسبت معمولی قاعدہ کے نکلتا ہی مگر جب کڑی اسطوانہ مستدیر ہو تو اس قاعدہ سے بہت قریب قریب صحیح حجم کے نتیجہ پیدا ہوتا ہی۔

(۳۷۷) اگر کڑی چوکہونٹی نہو مگر برابر گاؤدم ایک سرسے دوسرے سرے تک ہوتی جائے تو وسط کی گردہ کو اوسط گردہ کا شمار کرتے ہین اور یہ ظاہر ہی کہ اوسط گردہ برابر دونو سرونکے گردہ کے نصف مجموعہ کے برابر ہوگا۔ اگر سرے بعینہ دائرے ہی ہون اور کڑی برابر گاؤدم ہوتی جائے تو وہ حقیقت مین مخروط مستدیر ہے اسلئے اوسکا حجم بموجب قاعدہ دفعہ ۲۶۸ کے ٹہیک ٹہیک دریافت ہوسکتا ہے تخمیناً حجم دریافت کرنے کا قاعدہ بہ نسبت تحقیقی دریافت کرنے کے قاعدہ کے آسان ہی۔

بیالیسوین فصل کی مثالین

جن لکڑیون کی اسناد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونمین مکعب فٹ دریافت کرو۔

(۱) طول ۲۲½ فیٹ عرض ایک سرے پر ۲ فیٹ ۹ انچ اور دوسرے سرے پر ۲ فیٹ ۲ انچ موٹائی ایک سرے پر ایک فٹ ۱۰ انچ اور دوسرے سرے پر ۱ فٹ ۶ انچ

(۲) طول ۲۷ فیٹ اوسط عرض ۳½ فٹ اوسط موٹائی ۱½ فٹ

(۳) طول ۲۳ فیٹ اوسط عرض ۲⅘ فٹ اوسط موٹائی ۱⅓ فٹ

(۴) طول ۵۶ فیٹ اوسط گردہ ۵ فیٹ

(۵) طول ۲۳ فیٹ گردہ ایک سرے پر ۱۲۵ انچ اور دوسرے سرے پر ۳۵ انچ

(۶) طول ۲۴ فیٹ اوسط گردہ ۴۰ انچ

(۷) ایک لکڑی ۲۰ فیٹ لمبی ہی اور برابر گاؤدم ہوتی ہی اور اوسکے عرض اور موٹائی ایک سرے پر ۳۰ انچ اور ۲۰ انچ ہی اور دوسرے سرے پر ۲۴ انچ اور ۱۸ انچ لکڑی مین مکعب فٹ بموجب قاعدہ دفعہ ۲۶۷ کے دریافت کرو۔

(۸) اوپر کے سوال کی لکڑی مین مکعب فیٹ بموجب قاعدہ دفعہ ۲۶۸ کے دریافت کرو

(۹) ایک لکڑی ۴۰ فیٹ لمبی برابر گاؤدم ہوتی ہی ایک سرا دائرہ ہی اور اوسکا محیط ۶ فیٹ ہے اور دوسرا سرا بھی دائرہ ہے اور اوسکا محیط ۴ فیٹ ہی اوسمین مکعب فٹ موجب دفعہ ۲۶۷ کے دریافت کرو۔

(۱۰) اوپر کی لکڑی مین مکعب فیٹ موجب دفعہ ۲۶۸ کے دریافت کرو

(۱۱) نوین مثال کی لکڑی مین مکعب فٹ موجب دفعہ ۲۶۸ کے دریافت کرو

(۱۲) مثال ۷ مین لکڑی چوکھونٹی بنائی جائے اور سرے اوسکے اتنے بڑے ہون جتنے بڑے ہونے ممکن ہون تو یہ لکڑی جو چھل چھلا کر بنتی ہی اوسمین مکعب فیٹ دریافت کرو سولھوین باب کی مثال ۱۵ و ۲۰ دیکھو۔

تینتالیسوین فصل ظروف کا ناپنا

(۳۷۸) ظروف کے ناپنے سے مراد ہماری یہ ہی کہ ہم پیپون کے ظروف دریافت کرین یعنی یہ دریافت کرین کہ اون ظروف مین مایعات کی سمائی کسقدر ہوگی۔
پیپے مختلف شکل کے بنائے جاتے ہین اور اونکے ظروف کی تخمینہ کرنیکے مختلف قاعدے موافق اونکے ہئیت کے بیان ہوے ہین بعض قاعدونسے ٹھیک ٹھیک ظرف اونکے دریافت ہوتے ہین اور بعض سے تخمیناً معلوم ہوتے ہین مثلاً فرض کرو کہ ایک پیپہ دو برابر ناقص مخروط مستدیر کے قاعدون کے ملانے سے بنتا ہی تو اوسکا حجم بالکل ٹھیک ٹھیک بموجب دفعہ ۲۶۸ کے دریافت کرسکتے ہین اور اگر کسی پیپہ کی شکل اس شکل مذکور سے ملتی ہو مگر بالکل ایسی نہو تو موافق سابق کے عمل کرنے سے ہمکو تخمیناً حجم اوسکا بھی معلوم ہو جائیگا گو بالکل ٹھیک نہ معلوم ہو۔
(۳۷۹) مگر ایک خاص قاعدہ ہی جس سے ہر قسم کے پیپون کے حجم یا ظرف معلوم ہو سکتے ہین خواہ اونکی کچھہ ہی ہئیت ہو اور اس قاعدے سے عمل مین بہت فائدہ ہوتا ہی اسکے واسطے ہمکو پیپہ کے اندر تین چیزین معلوم ہونی چاہئین ایک طول دوسرا ایک سر کا قطر جسکو قطر راس کہتے ہین اور اوسکے وسط قطر جسکو قطر متوسط کہتے ہین
(۳۸۰) یہ پیپہ کی ابعاد ہمیشہ انچون مین بیان ہوتی ہین۔
(۳۸۱) ایک پیپہ کا حجم دریافت کرو۔
قاعدہ قطر متوسط کے مربع کا ۳۹ گنا اور قطر راس کے مربع کا ۲۵ گنا اور ان قطرونکے حاصلضرب کا ۲۶ گنا لو اور ان سب کو جمع کرو اور اس حاصل جمع کو پیپہ کے طول مین ضرب دو اور حاصلضرب کو ۳۱۴۰۲۳۰۰۰۰ مین ضرب دو تو حاصل ضرب کے موافق گیلن اوس پیپہ مین ہونگے۔
(۳۸۲) مثالین۔
(۱) پیپہ کا طول ۴۰ انچ اور قطر متوسط ۳۲ اور قطر راس ۲۴ ہی۔

$$39 \times 32 \times 32 = 39936$$

$$25 \times 24 \times 24 = 14400$$

۲۶ × ۳۲ × ۲۴ = ۱۹۹۶۸

۳۹۹۳۶ + ۱۴۴۰۰ + ۱۹۹۶۸ = ۷۴۳۰۴

۷۴۳۰۴ × ۴۰ × ٫۰۰۰۰۳۱۴۷۳ = ۹۳٫۵۴۲۷۹

پس پیپہ کا حجم ۹۳½ گیلن ہے

(۲) پیپہ کا طول ۲۰ انچ ہے اور قطر متوسط ۱۶ اور قطر راس ۱۲ انچ

۳۹ × ۱۶ × ۱۶ = ۹۹۸۴

۲۵ × ۱۲ × ۱۲ = ۳۶۰۰

۲۶ × ۱۲ × ۱۶ = ۴۹۹۲

۹۹۸۴ + ۳۶۰۰ + ۴۹۹۲ = ۱۸۵۷۶

۱۸۵۷۶ × ۲۰ × ٫۰۰۰۰۳۱۴۷۳ = ۱۱٫۶۹۲۸

پس پیپہ کا حجم ۱۱٫۷ گیلن ہے

(۳۸۳) بعض اوقات اس امر کی ضرورت پڑتی ہے کہ مائعات سے جسقدر ایک ظرف بہرا ہوا ہو اوسکی مقدار دریافت کرنی ہوتی ہے۔ جو حصہ بہرا ہوا ہوتا ہے اوسکو تر حصہ کہتے ہین اور جو خالی حصہ ہوتا ہے اوسکو خشک حصہ

(۳۸۴) یہ دو صورتین واقع ہوسکتی ہین ایک یہ کہ پیپہ کہڑا ہوا ہو دوسرا یہ کہ لیٹا ہوا ہو اب ہم اول صورت کا بیان کرتے ہین جو مائع ہو اوسکے عمق کو تر انچ کہتے ہین اور جو تر انچون اور طول پیپون کے انچون مین فرق ہوتا ہے اوسکو خشک انچ کہتے ہین

(۳۸۵) ایک کہڑے ہوئے پیپے کے حصہ تر کا جو نصف پیپے سے کم ہے تخمینہ کرو

قاعدہ خشک انچونکے مربع کو قطر متوسط اور قطر راس کے انچونکے فرق مین ضرب دو حاصل ضرب کو طول کے مربع پر تقسیم کرو اور اسکو قطر متوسط سے تفریق کرو تو حاصل کو پیپے کے تر حصہ کا اوسط قطر شمار کرسکتے ہین۔

پس اب قاعدہ وہ ہے تو جو اسطوانہ کی حجم دریافت کرنے مین برتا کرتی ہو اوسط قطر کے مربع کو تر انچون مین ضرب دو اور حاصلضرب کو ۰۰۲۸۳۲۶ء مین اور حاصلضرب کو گیلن کی تعداد شمار کرو

(۳۸۶) اب کھڑے ہوے پیپے کے اوس تر حصہ کا تخمینہ کرو جو نصف پیپہ سے زیادہ ہے دفعہ ۳۸۵ کی ترکیب کا استعمال کرو اور تر انچونکی جگہ خشک انچونکو کام مین لاؤ تو اوسے ہمکو خشک حصہ معلوم ہوگا اب اس خشک حصہ کو کل پیپے کے حجم مین سے تفریق کرو تو باقی تر حصہ ہوگا۔

(۳۸۷) مثالین۔

(۱) طول پیپہ کا ۴۰ انچ ہے اور قطر متوسط ۳۲ ہے اور قطر راس ۲۴ اور تر انچون کی تعداد ۱۰ ہے حصہ تر کو دریافت کرو۔

خشک انچونکی تعداد ۳۰ ہے اور فرق قطر متوسط و قطر راس کا ۸ ہے

$\frac{8\times30\times30}{40\times40}=\frac{9}{8}$ اور $32-\frac{9}{2}=\frac{55}{2}$

پس اوسط قطر $\frac{55}{2}$ حاصل ہوا

$\frac{55}{2}\times10\times.0028326=21.4215$

پس تر حصہ قریب ۲۱٫۴ گیلن کے ہے

(۲) پیپہ کا طول ۲۰ انچ ہے اور قطر متوسط ۱۶ اور قطر راس ۱۲ اور تر انچونکی تعداد ۱۵ ہے تر حصہ دریافت کرو۔

اب اول ہم خشک حصہ دریافت کرتے ہین

$\frac{4\times15\times15}{20\times20}=\frac{9}{4}$ اور $16-\frac{9}{4}=\frac{55}{4}$

$\frac{55}{4}\times\frac{55}{4}\times5\times.0028326=2.6777$ کے قریب

بموجب دفعہ ۳۸۲ کے کل حجم پیپہ کا ۱۱٫۶۹۲۸ ہے اسمین سے ۲٫۶۷۷۷ کو تفریق کرو تو باقی ۹٫۰۱۵۱ ہے پس حصہ تر ۹ گیلن کے قریب

(۳۸۸) جو لیٹا ہوا پیپہ ہو اوسکے حصہ تر دریافت کرنیکا قاعدہ قابل اطمینان کے نہین بیان ہو سکتا

جو قاعدہ ہٹن صاحب نے بیان کیا ہی اوسمین پیپہ کو اسطوانہ مانا ہی اصل قاعدہ یہ ہی کہ اول اوس قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جو طول پیپہ پر آب سطح عمودی سے ترحصہ مین سے تراشی جاوے اور اس رقبہ کو پیپہ کے طول مین ضرب دو اور اس حاصل ضرب کو ۲۷۷ء۲۷۴ پر تقسیم کرو تو حاصل ضرب تعداد گیلن کے حصہ مین ہوگی۔

(۳۸۹) اکثر جو اندازہ اسطرح پیپونکا کرتے ہین وہ آبکاری کے ملازم بذریعہ آلات کے کرتے ہین جنکو گاجنگ وڈ یا ڈائی اوگنیل روڈ کہتے ہین اور اونکے واسطے جدا قاعدے ہوتے ہین ان آلات کو صحیح حال نہین دریافت ہوتا مگر سوا ان آلات کے کسی طرح اور سطلب آسانی سے ہی نہین حاصل ہوسکتا اسلئے ان آلات ہی کے استعمال کو سب نے بہتر جانا ہی بیان کرنے سے ان آلات کا حال ایسا عیان نہین ہوتا جیسا کہ اونکے معائنہ کرنے سے کیفیت اونکی مشاہدہ ہوتی ہی۔

تینتالیسوین فصل کی مثالین

جن پیپونکی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم دریافت کرو۔

(۱) طول ۲۰ء۵ قطر متوسط ۳۱ء۵ قطر راس ۲۲ء۷

(۲) طول ۵ء۴ قطر متوسط ۲۸ء۵ قطر راس ۲۱ء۴

(۳) طول ۲ء۵ قطر متوسط ۳۲ء۵ قطر راس ۲۶ء۵

(۴) طول ۳۰ء۵ قطر متوسط ۲۶ء۵ قطر راس ۲۳

(۵) طول ۴۶ء۸ قطر متوسط ۳۰ء۵ قطر راس ۲۶

(۶) طول ۳۴ء۵ قطر متوسط ۳۲ء۳ قطر راس ۲۷ء۶

(۷) طول ۴۶ء۵ قطر متوسط ۳۱ء۲ قطر راس ۳۶ء۱

کھڑے ہوئے پیپون مین ترحصونکے حجم دریافت کرو اونکی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین

(۸) طول ۶۰ قطر متوسط ۳۶ قطر راس ۳۰ تراینچ ۱۲

(۹) طول ۵۰ قطر متوسط ۳۲ قطر راس ۲۷ ترانچ ۱۰

(۱۰) طول ۴۰ قطر متوسط ۲ قطر راس ۲۳ ترانچ ۹

(۱۱) طول پیپہ کا پہلی مثال مین ۱ انچ زیادہ ہوا ہی تو ثابت کرو کہ حجم ۲ ۲ گیلن زیادہ ہوگا

(۱۲) اگر مثال ۲ مین قطر راس ۱ انچ زیادہ ہو تو ثابت کرو کہ حجم قریب ۱۴ گیلن کے زیادہ ہوگا

(۱۳) اگر قطر متوسط مثال ۳ مین ۱ انچ زیادہ ہو تو ثابت کرو کہ حجم قریب ۴۳ گیلن کے زیادہ ہوگا

(۱۴) اگر ایک استداد مثال اول کا بقدر ۱ انچ کے زیادہ ہو جاے تو ثابت کرو کہ حجم بقدر ایک گیلن کے زیادہ ہوگا

ساتوان باب سروینگ یعنی زمین کی پیمایش

چوالیسوین فصل جریب کا کام مین لانا

(۳۹۰) زمین کی پیمائش مین بعض قواعد مستک کے بہت بکار آمد ہین انکا بیان اب ہم کرتے ہین

(۳۹۱) زمین کی پیمائش جریب سے ہوتی ہی اور یہ جریب مختلف طرح کی ہوتی ہین کھیتونکی پیمائش مین انگلستان کے اندر گنٹر صاحب کی جریب کام مین آتی ہی اور وہ ۴ پول یعنی ۲۲ گز لنبی ہوتی ہی اور ۱۰۰ کڑیان اوسمین ہوتی ہین اور ہر ایک کڑی $\frac{۲۲}{۱۰۰}$ گز یعنے ۷.۹۲ انچ لنبی ہوتی ہی اور ہندوستان مین اکثر ۱۰۰ فیٹ کی جریب کا استعمال رہتا ہی اور اوسمین ۱۰۰ کڑیان ہوتی ہین اور ہر کڑی ایک فٹ کی ہوتی ہی اور پہاڑ و نبرہ ۵۰ ہی فیٹ جریب کو ہلکے ہونیکے سبب سے استعمال مین لاتے ہین اور کھیتونکی ہندوستانی پیمائش مین ۶۰ گز لنبی جریب ہوتی ہی اور ۶۰ گز کے بیس حصے ہوتے ہین اور یہ حصہ کو گٹھہ کہتے ہین اور ہر گٹھہ مین تین گز ہوتے ہین۔

(۳۹۲) جھنڈی اور نشان ان کو کہتے ہین جو زمین مین کسی مقام بتلانیکے واسطے گاڑین۔

(۳۹۳) فیلڈ بک ایک کتاب ہوتی ہی جسمین پیمائش کے تمام کیفیتین و نتایج لکھے جاتے ہین اسی قسم کا ہندوستان مین کھیتونکی پیمائش کیواسطے خسرہ ہوتا ہے۔

(۳۹۴) اب ہم یہ بیان کرتے ہین کہ خط مستقیم کو کسطرح جریب سے پیمائش کرتے ہین

اول ہم فرض کرتے ہین کہ خط مستقیم جسکو پیمائش کرتے ہین وہ اون دو نقطونکے درمیان کا فاصلہ ہے جنمین سے ہر یک پر ایک جھنڈی لگی ہوئی ہے۔

دس سوئے زمین مین گاڑنیکے لئے لیتے ہین۔ دو آدمی ایک جریب سے پیمائش کرتے ہین ایک شخص جو جریب کو آگے کہیچتا ہے اوسکو اگلا جریب کش کہتے ہین اور دوسرے کو پچھلا۔ یہ دونو آدمی ایک جھنڈی پر کھڑے ہوتے ہین اور اگلا جریب کش دس سوؤن کو ہاتھ مین لیکر اور جریب کے ایک سرے کو پکڑ کر دوسری جھنڈی کی طرف چلتا ہے اور پچھلا آدمی جریب کے دوسرے سرے کو اول جھنڈی پر پکڑے بیٹھا رہتا ہے اور جب جریب خوب تنکر بالکل پھیل جاتی ہے وہان جریب کش ایک سوا گاڑ دیتا ہے تاکہ مقام جریب کا معلوم ہو کہ یہانتک وہ پھیلی ہے اور پھر یہ شخص وہانسے بھی جریب کا سرا لیکر اوسیطرح چلتا ہے جسطرح پہلے چلا تھا اور پچھلا آدمی بھی اوس سوئی کے پاس آتا ہے اور دوسرا سرا جریب کا پکڑے رہتا جب دوسرا آدمی پوری جریب کو تانکر پھیلاتا ہے اور وہان پھر دوسرا سرا گاڑتا ہے اور پھر پچھلا آدمی پہلی سوئی کو ہاتھ مین لیکر دوسری سوئی کی طرف جاتا ہے اور یہی عمل متواتر جاری رہتا ہے جبتک کہ طول مطلوب کی پیمائش ہوتی ہے۔

جب دسون سوئے پچھلے آدمی کے ہاتھو نمین آجائین تو وہ فیلڈ بک مین لکھتا ہے کہ طول دس جریب کا ناپا گیا ہے اور دسون سوئے وہ پھر اگلے جریب کش کو دیدیتا ہے اور پھر پہلی طرح کام شروع ہوتا ہے اور جب دوسری جھنڈی پر جریب کش پہنچتا ہے تو فیلڈ بک سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ کتنی دہائی جریب کی پیمائش ہوئی اور جتنی سوئی پچھلے آدمی کے ہاتھ مین ہوتی ہین اوس سے معلوم ہوتا ہے کہ کتنی جریبین دہائیون کے سوا پیمائش ہوئی ہین اور جھنڈی اور آخر سوئے کے درمیان کھو کڑیان ہون اونکی تعداد گن لی جاتی ہے پس اسطرح طول معلوم ہو جاتا ہے۔

(۳۹۵) جریب سے پیمائش کرنے مین بڑی احتیاط اور خبرداری اس باب مین چاہیے کہ جریب سیدھی کھینچے اور سمت نہ بدلے پیمائش ایک سیدھ مین چلی جائے احتیاطاً صحت کے واسطے دوبارہ پیمائش کیا کرتے ہین۔ جب اگلا جریب کش سوا گاڑتا ہے تو وہ بڑی ہوشیاری سے

اس بات کو دیکھتا ہی کہ سوئے اور جھنڈی کے درمیان خط مستقیم پچھلے جریب کش کے سوئے پر سے گذرتا ہی اور ایسے ہی پچھلا آدمی یہ بات بڑی احتیاط سے دیکھتا ہی کہ اوسکے سوئے اور دوسری جھنڈی کے درمیان جو خط مستقیم کھینچا جائے وہ اگلے جریب کش کے سوئے پر گذرتا ہی

(۳۹۶) اگر کہیت یا قطعہ مین شکل مستقیمۃ الاضلاع کی صورت ہو تو خاص خطوط کا طول دریافت کر کے بموجب قواعد باب سوم اوسکا رقبہ ہم دریافت کر لیتے ہین۔

(۳۹۷) مثالین۔

(۱) مستطیل کہیت ۸ جریب ۹۵ کڑی لنبا اور ۳ جریب ۲۶ کڑی چوڑا ہی

۸ جریب ۹۵ کڑی = ۸٫۹۵ اور ۳ جریب ۲۶ کڑی = ۳٫۲۶ جریب

اب بموجب قاعدہ دفعہ ۱۳۴

۸٫۹۵	۲٫۹۱۷۷
۳٫۲۶	۴
۵۳۷۰	۳٫۶۷۰۸
۱۷۹۰	۴۰
۲۶۸۵	۲۶٫۸۳۲۰
۲۹٫۱۷۷۰	

کہیت کا رقبہ ۲۹٫۱۷۷ مربع کڑی یعنی ۲٫۹۱۷۷۰ ایکڑ ہی اور اعشاریہ ایکڑ کو روڈ پول کیطرف تحویل کرین تو ۲ ایکڑ ۳ روڈ ۲۷ پول کے قریب رقبہ حاصل ہوگا دفعہ ۱۲۶ کو دیکھو

(۲) اضلاع ایک ترکون کہیت کے ۲٫۵ جریب اور ۶٫۵ جریب اور ۶ جریب ہین بموجب قاعدہ ۱۵۲ کے

۲٫۵ + ۶٫۵ + ۶ = ۱۶٫۸۲ اور ۱۶٫۸ کا ½ = ۸٫۴

۸٫۴ − ۲٫۵ = ۳٫۲ اور ۸٫۴ − ۵٫۶ = ۲٫۸ اور ۸٫۴ − ۶ = ۲٫۴

۸٫۴ × ۳٫۲ × ۲٫۸ × ۲٫۴ = ۱۸۰٫۶۳۳۶ اور ۱۸۰٫۶۳۳۶ کا جذر ۱۳٫۴۴ ہے

پس رقبہ ۱۳٫۴۴ مربع جریب یعنی ۱٫۳۴۴ ایکڑ یعنے ایک ایکڑ ایک روڈ ۱۵٫۰۴ پول ہے

(۳) ایک گھاس کا قطعہ زمین بالکل گول ہی اور ۲ جریب ۵۰ کڑی اوسکا نصف قطر ہے۔
دفعہ ۱۶۸ کے قاعدہ کو کام مین لاتے ہین

۲٫۵ × ۲٫۵ × ۳٫۱۴۱۶ = ۱۹٫۶۳۵

پس قبہ ۱۹٫۶۳۵ مربع جریب یعنی ۱٫۹۶۳۵ ایکر یعنی ایک ایکر ۳ روڈ ۱۴٫۱۶ پول ہے

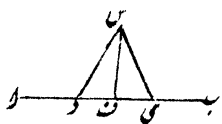
پینتالیسوین فصل عمود

(۳۹۸) اشکال مستقیمۃ الاضلاع کے رقبے دریافت کرنے مین ہمکو ضرورت اسبات کی پڑتی ہے بعض عمودونکے طول جو خاص نقطون سے خاص خطوط مستقیم پر قائم کئے جائین معلوم کرین اور جب مقام ایسے عمودونکا معلوم ہو جاے تو طول اونکے موافق دفعہ ۳۹۴ کی نپ سکینگے اب ہم اونکے مقامات کے تعین کرنیکا طریقہ لکھتے ہین۔

(۳۹۹) ایک خط مستقیم معلوم سے باہر ایک نقطہ معلوم ہی اوس سے عمود جو اوس خط پر قائم کیا جائے اوسکا مقام دریافت کرو۔

فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم اور س اوس سے باہر ایک نقطہ ہی ایک رسی دو برابر حصوں مین موڑو اور اوسکے بیچ کی مقام کو ایک شخص نقطہ س پر لیکر کھڑا ہوا اور دو آدمی اوسکو سرونکو پکڑکر دو ٹکڑونکو تانین یہانتک کہ خط مستقیم اب کے نقاط د اور ی پر دوسرے آجائین اور دی کا نقطہ وسط ف دریافت کرکے س ف ملاؤ پس س ف عمود مطلوب ہوگا۔

(۴۰۰) دفعہ گذشتہ مین ضرور ہے کہ خط مستقیم اب کا نشان صاف زمین پر کسی نہ کسی طرح بنایا جائے اور یہ اسطرح ہو سکتا ہی کہ کوئی رسی یا جریب ا اور ب کی درمیان خوب تانکر پھیلائی جاے یا جھنڈیان تھوڑے تھوڑے فاصلہ سمت اب پر لگائی جائین لیکن اگر خط مستقیم اب کا اسطرح نشان نہ کیا جاے تو ایک شخص ا سے پرے ہٹکر دیکھ لے کہ د سیدہ مین ا کے ٹھیک ٹھیک ہی اور اسیطرح ب سے پرے ہٹکر دیکھ لے کہ ی سیدہ مین ب کے ہی

(۴۰۱) خط مستقیم معلوم ہین نقطہ معلوم ہی اس سے جو عمود اوس خط پر قائم کیا جائے اوسکا مقام دریافت کرو۔

فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہی اور ن نقطہ معلوم اوسپر ہے اب پر نقاط د اور ی ایسے مقرر کرو کہ ن د اور ن ی آپسمین برابر ہون اور ایک سی دہی سی بڑہی لو اور اوسکے سرونکو د اور ی پر قائم کرو اور ایک شخص اوسی رسّی کو بیچمین سے پکڑ کر تانے اور فرض کرو کہ جب رسّی تنی تو اوسکا وسط س پر پہنچے تو ن س زاویہ قائمہ اب پر بنائیگا اور اسیواسطے یہ خط مستقیم مطلوب ہوگا۔

(۴۰۲) پس اوپر کے بیان سے ہمکو معلوم ہوتا ہی کہ رسی یا دورے کے ذریعہ سے عمود مطلوب کا مقام دریافت ہوسکتا ہی مگر ایک آلہ ہوتا ہی اور اوسکا نام کراس ہی اکثر زمین کے سروئیر اوس آلہ سے عمودونکے مقام کو دریافت کیا کرتے ہین۔

(۴۰۳) کراس ایک ٹکڑا گول تختہ کا ہوتا ہی اور ۶ انچ اوسکا قطر ہوتا ہی اور اوسپر دو خط بہت صاف ایک دوسرے پر زاوئے قائمے بناتی ہوئی کہدی ہوتی ہین اور وہ ایک گول لکڑی کے اوپر جڑا ہوتا ہی اور اس گول لکڑی کے نیچے کوئی نوک دار چیز لگی ہوئی ہوتی ہی جس سے کہ وہ سیدھا زمین مین گڑ سکتا ہی غرض اوسکی بالکل شکل گول میز کی سی ہوتی ہی۔

(۴۰۴) ایک خط مستقیم معلوم سے باہر ایک نقطہ معلوم ہی اس نقطہ سے جو عمود اوس خط پر قائم ہو اوسکا مقام بذریعہ کراس کے دریافت کرو۔

فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہے اور س نقطہ معلوم اوس سے باہر ہے ا اور ب اور س پر چہنڈیان کہڑی کرو اور فقط نظر سے کوئی نقطہ مقام اب پر ایسا تجویز کرو کہ عمود مطلوب اور اب کی نقطہ تقاطع کے وہ متصل ہو فرض کرو کہ یہ نقطہ د کا ہو اب د پر کراس کی لکڑی کو گاڑ دو اور کراس کو اسطرح رکہو کہ ایک نشان اوسکا متوازی اب کے ایسا ہو کہ اگر اوس نشان پر ایک سمت مین دیکہین۔

توجہنڈی آ د کہائی دے اور اوسی نشان پر دوسری سمت مین دیکہین توجہنڈی ب دکہائی دے
اب دوسرے نشان کی سیدہ مین جہنڈی کو دیکہو اگر جہنڈی س کی اس نشان کی سیدہ مین
دکہائی دے تو ا ب اور اوس عمود کا کہ س سے قائم ہو نقطہ د محل تقاطع ہوگا اور اگر سیدہ مین مقام
س نہ دکہائی دے تو کراس کو دائین یا بائین طرف ایسا سرکاؤ کہ ا ب جہنڈی کی سیدہ مین وہ نشان
آجائے ذرا سی آزمائش مین ایک مناسب مقام کراس کا ایسا دریافت ہو جائیگا کہ جسکے ایک خط
کی سیدہ مین ا اور ب جہنڈیان نظر آئینگی اور دوسرے خط کی سیدہ مین جہنڈی س دکہائی دیگی اور
اس مقام کراس سے مقام عمود کا جو س سے ا ب پر نکالا جائے دریافت ہوگا

(۴۰۵) ایک خط مستقیم معلوم مین نقطہ معلوم ہے اس نقطے سے اوسپر زاویے قائمہ بناتا ہوا خط
بذریعہ کراس کے قائم کرو۔

فرض کرو کہ ا ب خط مستقیم معلوم ہے اور د نقطہ معلوم ہے
کراس کے پایہ کو د پر قائم کرو اور کراس کے ایک خط کو متوازی ا ب کی رکہو تو دوسرا نشان کراس کا
مقام اوس خط کا معین کریگا جو زاویے قائمے ا ب کے ساتہہ بناتا ہے

(۴۰۶) باب گذشتہ اور اس باب مین ہمنے اعمال مساحت کا بیان کیا ہے اوس سے اون طولون کا
حساب ہوتا ہے جو کہیتون اور قطعات زمین کے رقبونکے دریافت کرنے مین مطلوب ہوتی ہین
اب ہم اوسکی بعض مثالین لکہتے ہین

(۴۰۷) مثالین۔

(۱) مثلث کا قاعدہ ۱۳۲ء۲ جریب اور ارتفاع ۸ء۳ جریب ہے

$$\frac{1}{2} \times 2.132 \times 3.8 = 4.0508$$

پس کہیت کا رقبہ ۴۰۵۰۸ء مربع جریب یعنی ۴۰۵۰۸ء ایکر یعنی ۰ ایکر ۰ روڈ ۲۶ء۴۸ء۳ پرچ ہے

(۲) ا ب س د جو کون کہیت ہے اور س ع اور د ق عمود ا ب پر ہین اور کڑیون
مین یہ خطوط پیمائش ہوئے ہین۔

اع = ۱۱۲ اور اق = ۴۴۸ اور اب = ۶۲۶

سع = ۲۲۳ اور دق = ۲۹۵

پس اس سے معلوم ہوتا ہی کہ ع ق = ۳۳۶ اور ق ب = ۱۷۸

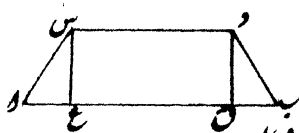
تو کھیت کے حصونکے رقبے مربع کڑیون مین بہ تفصیل ہونگے

مثلث اع س = ½ × ۱۱۲ × ۲۲۳ = ۱۲۴۸۸

ذوزنقہ ع ق د س = ½ × ۳۳۶ × ۵۱۸ = ۸۷۰۴

مثلث د ق ب = ½ × ۱۷۸ × ۲۹۵ = ۲۶۲۵۵

ان تینون عددونکا مجموعہ ۱۲۵۷۶۷ ہی پس کھیت کا رقبہ ۱٫۲۵۷۶۷ ایکر ہی یعنے قریب ایک ایکر ایک روڈ ایک پول کے۔

چھیالیسوین فصل فیلڈ بک اور حشرہ

(۴۰۸) بہت سے کھیتون کی پیمائش اسطرح سے ہوجاتی ہی کہ ایک کونے سے دوسرے کونے تک ایک خط مستقیم کو پیمائش کرین اور کونونسے جو عمود اوسپر واقع ہون اونکو ناپ لین اول خط کو قاعدہ کا خط یا جریب خط کہتے ہین اور عمودونکو اوفسٹ کہتے ہین اکثر قطعہ مین پر جو بڑے سے بڑا خط کھنچ سکتا ہو اوسکو قاعدہ کا خط ٹہراتے ہین اس سے بہت فائدے حاصل ہوتے ہین اور بعض اوقات قطعات زمین مین ایک ضلع ہی قاعدہ کا خط ہوتا ہی جیسا کہ دفعہ ۴۰۷ کی دوسری مثال مین تمنے دیکھا ہوگا خطوط کی طول پیمائش ہو کر جسطرح فیلڈ بک مین مندرج ہوتی ہین اوسکا حال بیان کرتے ہین۔

(۴۰۹) **فیلڈ بک** ہر صفحہ اس کتاب کا تین خانون مین منقسم ہوتا ہی اور سر ورق یعنی مساح صفحہ کے نیچے سے اوپر کی طرف لکھتا ہی۔

خانہ وسط مین جو قاعدہ کے خط پر طولونکی پیمائشین ہوتی ہین وہ لکھی جاتی ہین اور داہنے خانہ مین ان افسٹونکی طول لکھی جاتے ہین جو قاعدہ کے خط کی داہنی طرف واقع ہوتے ہین اور بائین

بائین خانہ مین اون اوفسٹون کی طول لکھی جاتے ہین جو قاعدہ کی خط کے بائین طرف واقع ہوتی ہین اور قاعدہ کے جن نقطون پر اوفسٹ پیمائش ہوتی ہین اونہین نقطونکے فاصلہ کے محاذی لکھی جاتے ہین فیلڈ بک مین فقط پیمائش ہی طولونکی نہین لکھی جاتی بلکہ اور مخصوص باتین بھی لکھی جاتی ہین جس سے نقشہ بنانے مین سرویر کو بہت فائدہ پہنچتا ہی جس مقام پر کوئی جھیل خندق دریا ندی آبادی وغیرہ آجاتی ہین اونکی تحریر بھی فیلڈ بک مین کرتے جاتے ہین اگر کوئی بڑا درخت یا عمارت آجاتی ہی تو اوسکو بھی لکھ لیتے ہین اور اگر جریب کبھی ایسی سرحد پر گذرتی ہی کہ وہان کی حد نہایت غیر منتظم ہوتی ہی تو اوس سرحد کو بھی کھینچ لیتے ہین۔

(۴۱۰) مثالین

(۱)

	ی تک	
	۱۱۲۵	
۲۶۰ د کی طرف	۷۵۰	
	۶۲۵	س کی طرف ۲۵۰
۲۳۰ ب کی طرف	۳۰۰	
	ا سے	

سرویر یعنی مساح ا سے ی کی طرف پیمائش شروع کرتا ہی ا ب ۳۰۰ کڑی اور ب پر ایک اوفسٹ ب بَ بائین طرف ۲۳۰ کڑی کا ہی اور ا س ۶۲۵ کڑی کا ہے اور س پر ایک اوفسٹ س سَ داہنی طرف ۲۵۰ کڑی کا ہی اور ا د ۷۵۰ کڑی کا ہے اور د پر ایک افسٹ د دَ بائین طرف ۲۶۰ کڑی کا ہی اور ا ی ۱۱۲۵ کڑی کا ہے

اب ان قطعات کے رقبونکا حساب کرتے ہین اور سب نتائج مربع کڑی مین لکھتے ہین۔

مثلث ا ب بَ = ½ × ۳۰۰ × ۲۳۰ = ۳۴۵۰۰

ذو زنقہ ب بَ دَ د = ½ × ۴۵۰ × ۴۹۰ = ۱۱۰۲۵۰

مثلث دَ ی د = ½ × ۳۷۵ × ۲۶۰ = ۴۸۷۵۰

مثلث ا ی س = ½ × ۱۱۲۵ × ۲۵۰ = ۱۴۰۶۲۵

پس کل رقبہ ۳۴۳۱۲۵ مربع کڑی ہی یعنی ۳و۴۳۱۲۵ ایکڑ یعنی ۳ ایکڑ ار وڈ ۲۹و۱۴ پول

(۲)

	ح تک	
	۱۰۲۰	
۴۷۰ ف کیطرف	۹۹۰	
	۶۱۰	ی کیطرف ۵۰
۳۴۰ و کیطرف	۵۸۵	
۷۰ س کیطرف	۴۴۰	
	۳۱۵	
	ا سے	ب کی طرف ۳۵۰

پیمایش کڑیون مین لکھین تو قطعات کے رقبے یہ حاصل ہونگے۔

مثلث ا ب ب = ½ × ۳۱۵ × ۳۵۰ = ۵۵۱۲۵

ذوزنقہ ب ی ی ب = ½ × ۲۹۵ × ۴۰۰ = ۵۹۰۰۰

مثلث ی ح ی = ½ × ۴۱۰ × ۵۰ = ۱۰۲۵۰

مثلث ح ق ف = ½ × ۳۰ × ۴۷۰ = ۷۰۵۰

ذوزنقہ ق د و ف = ½ × ۴۰۵ × ۷۹۰ = ۱۵۹۹۷۵

ذوزنقہ د س س د = ½ × ۱۴۵ × ۳۹۰ = ۲۸۲۷۵

مثلث س ا س = ½ × ۴۴۰ × ۷۰ = ۱۵۴۰۰

پس کل رقبہ ۳۳۵۰۷۵ مربع کڑی یعنی ۳و۳۵۰۷۵ ایکڑ یعنی ۳ ایکڑ ار وڈ ۱۲و۱۶ پول رقبہ ہوا

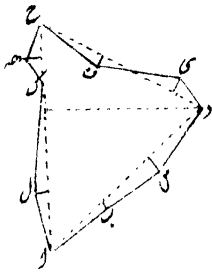
(۱۱۴) جریبی خط کے سرونکو سٹام کہتے ہین اور نیز اکثر فیلڈ بک مین نشان ① ② ③ کا کردیتے خطوط جریبی کے مقامات بلحاظ جنوب مشرق مغرب شمال کے لکھی جاتی ہین مثلاً ① مشرق سے مراد یہ ہی کہ خط جریبی شروع ہوکر مشرق کیطرف جاتا ہی اور ایسی ہی ② شمال ۵۰ مغرب سے یہ مطلب ہے کہ جریبی خط دوسرے مقام سی شروع ہوکر اوس سمت مین جاتا ہی کہ ۵۰ درجہ کا زاویہ خط شمال سے مغرب کی طرف بناتا ہی بعض اوقات متواتر جریبی خطوط کے واسطے فقط الفاظ چپ و راست کا لکھہ دینا کافی ہوتا ہے مثلاً یہ لکھین کہ ② سے چپ ہے تو اسّے یہ مراد ہے کہ جب مسّاح دوسرے سٹام پر پہونچا تو

تو وہانسے بائین ہاتھہ کی طرف مڑکر چلا گیا

اگر اوفسٹ کے خانہ مین صفر ہو تو وہان یہ سمجھنا چاہیے کہ خط جریب ٹھیک اوسی مقام پر جریب کی حد کے پہونچتا ہے جسکو پیمائش کرنا منظور ہے۔

(۴۱۲) مساح اس نظر سے کہ وہ اپنے کام کی صحت کا امتحان کرنیکے لئی بعض خطوط زائد کے طولون کی پیمائش کرتا ہی اور اونکی ضرورت کچہہ رقبونکے حساب لگانے مین نہین پڑتی بلکہ وہ فقط امتحان صحت کے لئے ناپی جاتی ہین مثلاً فرض کرو کہ ایک کہیت چار خطوط مستقیم سے احاطہ ہوا ہو تو اوسکے رقبے کے دریافت کرنیکے لئے فقط چارون خطونکا طول ناپنا اور ایک قطر کا ناپنا کافی ہے اسلئے کہ وہ مثلث جو شکل کے قطر سے بنتی ہین اونکے رقبونکا حساب ان خطونسے بخوبی ہو جائیگا مگر مساح دوسرے قطر کو بہی ضرور ناپیگا وہ شکل کا نقشہ چارون مثلثون اور قطر کے طولون سے جو اوسنے معلوم کئے ہین بنائیگا اور دوسرا قطر کہینچے گا اور بہ پیمانہ کے موافق اوسنے نقشہ اس شکل کا بنایا ہی اوسسے وہ دوسرے قطر کو ناپیگا اور امتحان اس بات کا کریگا کہ وہ مطابق اس طول کے ہی یا نہین جو اوسنے پیمائش کیا ہی اگر یہ دونو طول مطابق آپسمین ہوئے تو مساح کو یقین کامل اپنے کام کی صحت پر ہوگا اور اگر مطابق نہ ہوئی تو ضرور کوئی غلطی نقشہ بنانے مین ہوگی یا جریب سے پیمائش کرنے مین پس اس غلطی کو دریافت کرنا چاہیئے کہ کہان رہی اور پہر اوسکو دریافت کرکے نقشہ درست کرنا چاہیئے۔

اگر قطعہ زمین جسکی پیمائش کرنی منظور ہو مثلث کی صورت کا ہو تو اضلاع اوسکے ناپنے چاہیئین جسسے رقبہ اوسکا دریافت ہو جاوے اور نقشہ بنجاے اب اس کام کی صحت دریافت کرنیکے لئے یہی ضرور ہی کہ اوس عمود کا طول بہی ناپین جو ایک راس سے اوسکے مقابل کے ضلع پر نکالین یا اوس خط کا طول دریافت کرین جو ایک ضلع کے کسی خاص نقطہ سے دوسرے ضلع کے کسی خاص نقطہ تک کہینچا جائے اور پہر اس طول کا مقابلہ اوس طول سے کرنا چاہی جو نقشہ مین دریافت کیا جاسے وہ طول جو فقط کام کے امتحان صحت کے واسطے ناپا جاتا ہے اوسکو خط اثبات یا خط امتحان کہتے ہین

(۳ (۴) ایک کہیت یا بہت سی کہیتون کی پیمایش مین بہت سی عمل وسیطرح کرین جسطرح دفعہ ۱۴۰ مین عمل کیا ہی یعنی ہریک جریبی خط کے واسطے ایک عمل کرنا چاہئے اب ایک کہیت کی مثال لیتے ہین اوسکی صورت مثلث کی قریب قریب ہی اسپر تین خط جریبی پیمایش مین کہیچے جائینگے۔

اضلاع مثلث ادح ۱۵۴۰ اور ۱۴۳۰ اور ۱۶۵۰ کڑیان ہین پس اس مثلث کا رقبہ بموجب ۱۵۲ اکے ۱۰۱۶۴۰۰ مربع کڑی ہی

اب ہم اون چہوٹے چہوٹے حصونکے رقبونکا حساب لگاتے ہین کہ مثلث کے اضلاع اور

حدود قطعہ زمین کے درمیان واقع ہین
ا د پر ا وفسٹ ب اور س پر ہین پس ہمکو ایک مثلث اور ذوزنقہ اور دوسرے مثلث کا رقبہ
دریافت کرنا چاہیے پس ونکے رقبے مربع کڑیون مین بہ تفصیل ذیل ہین

اول مثلث $= \frac{1}{2} \times ۳۰۰ \times ۱۰ = ۱۵۰۰$

ذوزنقہ $= \frac{1}{2} \times ۶۶۰ \times ۴۰ = ۱۳۲۰۰$

دوسرا مثلث $= \frac{1}{2} \times ۵۸۰ \times ۳۰ = ۸۷۰۰$

پس کل مجموعہ ۲۳۴۰۰ ہے

اب ح ج پر ایک وفسٹ ی پر ہے اور اندر کی طرف او فسٹ ف پر ہے تو دو مثلثوں سے دوسرا
مثلث تفریق ہونا چاہیے

اول مثلث $= \frac{1}{2} \times ۶۰۰ \times ۴۰ = ۱۲۰۰۰$

دوسرا مثلث $= \frac{1}{2} \times ۸۳۰ \times ۱۰ = ۴۱۵۰$

اب میزان ۷۸۵۰ زیادہ ہونی چاہیے

اب ح ج پر ھ اور ل پر اوفسٹ ہین اور خط جریبی سے نقطہ ک پر ملتے ہین پس یہان
دو مثلث ہوئے

اول مثلث $= \frac{1}{2} \times ۵۰۰ \times ۲۰ = ۵۰۰۰$

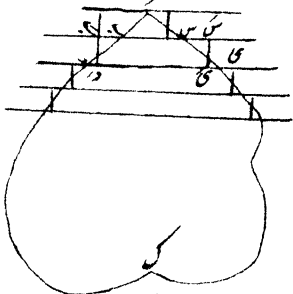
دوسرا مثلث $= \frac{1}{2} \times ۱۱۵۰ \times ۳۰ = ۱۷۲۵۰$

پس کل مجموعہ ۲۲۲۵۰ ہوا

$۱۰۱۶۴۰۰ + ۲۳۴۰۰ + ۷۸۵۰ + ۲۲۲۵۰ = ۱۰۶۹۹۰۰$

پس کل کہیت کا رقبہ ۱۰٫۶۹۹ ایکڑ ہے
عمود کی پیمائش خط اثبات کے واسطے ہوئی اور وہ ۱۲۳۲ کڑی ہے اور ح ر ۶۲۶ کڑیان
(۱۴۴) ایک اور ترکیب بہی سوا فیلڈ بک کے ہے جسکو مساح اختیار کرتے ہین

کہ ایک نقشہ اوس کھیت کا بناتے ہین جسکو پیمائش کرتے ہین اور جن طولونکو ناپتے جاتے ہین اونکے مطابق نقشہ مین خطوطپر اوس طول کو لکھتے ہین یہ اکثر دستور بندوبست مین پٹواریونکا اس ملک مین ہے۔

(۴۱۵) ابتک ہمنے جس کھیت کی پیمائش کی ہی اوسکی سرحدمین خطوط مستقیم کی تعداد اعتدال اور ضبط کے ساتھ فرض کی ہی لیکن اگر حد اوسکی نہایت غیر منتظم ہو کہ وہان کام اوپر کے فرض سے نہ چل سکتا ہو تو وہان دفعہ ۲۰۲ کے اصول کو کام مین لانا چاہیے کھیت کا نقشہ بناؤ اور حد کو ایسا بدلو کہ مستقیمۃ الاضلاع حد بنجائے اور اوسکے اندر رقبہ اتنا ہی ہو جتنا کہ پہلی ترکیب مین تھا اب آسان اس اصول کے برتنے کی بیان کرتے ہین۔

(۴۱۶) فرض کرو کہ ا ب د ک ہی س ا ایک کھیت کا نقشہ ہی اب اس نقشہ پر خطوط متوازی متساوی الابعاد کھیچو تو اسی کھیت کے حصے متساوی العرض ہوجائینگے اب ان حصونمین سے ایک حصہ ب د ی س کو خیال کرو اور خط مستقیم ب د عمود خطوط متوازیہ پر اسطرح سے کھیچو کہ رقبہ اس حصہ کا وہی رہے خواہ اوسکی حد ب د ہو خواہ ب د ہو اگر ب د کو خط مستقیم سمجھو تو یہ اوسکے نقطہ وسط پر گذریگا اور اگر ب د خط مستقیم نہ ہو تو مقام ب د کا نظر سے ایسا مقرر کرو کہ اوسمین شرط مذکور پائی جائے اور ایسی ہی س س دوسرے سرے سے اس حصہ کے کھیچو تو رقبہ ب د ی س کا برابر مستطیل ب د ی س کے ہی پس اس طرح ایک سلسلہ مستطیلونکا پیدا ہوگا جنکا رقبہ برابر اصل شکل کے رقبہ کے ہوگا اور ان مستطیلونکا رقبہ آسانی سے دریافت ہوسکتا ہی اسلیے اصل شکل کا رقبہ معلوم ہوجائیگا

مثلاً فرض کرو کہ خطوط متوازیہ ایک انچ کے فاصلہ پر کھیچے گئے ہین اور مجموعہ تمام مستطیل کے طولونکا ۲۹ انچ ہے تو رقبہ اصل شکل کا ۲۹ مربع انچ ہے اب فرض کرو کہ

کہ کہیت کی نقشہ مین پیمانہ ایک انچ ۳ جریب کی واسطے بنا تو ایک مربع انچ ۹ مربع جریب کو تعبیر کرے گا
اسیواسطے کہیت کا رقبہ ۹×۲۹ مربع جریب یعنی ۲۶۱ مربع جریب ہی
عمل مساحت مین طول مستطیلونکا ایک آلہ سے پیمائش ہوتا ہی اوسکو کنیوٹیشن اسکیل کہتے ہین

چہیالیسوین فصل کی مثالین

ان کہیتونکا نقشہ کہینچو اور رقبہ دریافت کرو جنکی کیفیت طولونکی فیلڈ بک مین اسطرح لکہی ہے

	ی تک	
	۵۵۰	
۱۰۰ د تک	۴۰۰	
	۳۵۰	س تک ۱۱۰
۱۵۵ ب تک	۱۸۰	
	اسے	

(۳)

	ی تک	
	۵۰۰	د تک ۱۴۰
۵۰ س تک	۲۲۰	
۱۶۰ ب تک	۱۰۰	
	اسے	

(۴)

	ی تک	
	۳۰۰	
	۲۴۴	د تک ۱۸۰
۱۳۶ س تک	۱۶۲	
	۶۶	ب تک ۱۲۲
	اسے	

(۵)

	ی تک	
	۴۵۰	د تک ۸۰
	۲۹۰	س تک ۹۰
۲۰۰ ب تک	۱۵۰	
	اسے	

(۶)

	ف تک	
	۸۰۰	
۱۲۰ ی تک	۶۵۰	
۷۰ د تک	۴۰۰	
	۳۵۰	س تک ۱۱۰
۱۵۰ ب تک	۱۸۰	
	اسے	

	ح تک	
	۶۰۰	
۱۴۰ ف تک	۵۶۰	
۱۵۰ ی تک	۴۸۰	
	۴۷۰	د تک ۱۷۰
۵۰ س تک	۳۸۰	
	۱۰۰	ب تک ۱۵۰
	اسے	

(۷)

	۷۸	
۸	۷۳	۴
۱۳	۳۶	۸
۴	۲۱	۵
	⊙	

(۸)

	۱۰۲	
۹	۷۵	۸
۴	۴۰	۱۲
۱۷	۱۲	۷
	⊙	

(۹)

	۱۲۰	
۱۹	۱۰۰	
۲۶	۸۰	
۲۷	۶۰	
۲۵	۴۰	
۱۸	۲۰	
	⊙	

(۱۰)

	۱۳۰	
	۱۱۰	۲۲
۲۶	۹۰	
	۵۰	۴۰
۲۸	۳۰	
	⊙	

(۱۱)

۶۰	۳۸۰	۲۰
۴	۲۶۰	۱۰۰
۴	۱۸۰	۷۶
۶۰	۱۰۰	۱۰
۳۰	۸۰	۶۰
۰	۰	۵۰
	⊙	

(۱۲)

	۱۳۹۴	
۲۸۰	۱۱۱۴	
۲۲۰	۹۴۰	
۱۸۴	۶۱۴	
	۳۶۸	۲۳۵
	۱۶۰	۶۲
	۳۸	۴۲
	○	

(۱۳) فیلڈ بک مین کہیت ا ب س کا حال بہ تفصیل ذیل لکہا ہوا ہی اور خطوط جریبی تمام کہیت کے اندر ہین اوسکا نقشہ بناؤ اور رقبہ دریافت کرو

بائین	جریب	دائین
۱۰	ا ۲۵۰	
۵۰	۲۰۰	
۰	۰	
	س ⊙	
۰	س ۳۹۰	
۴۰	۲۰۰	
۳۰	۱۰۰	
۱۰	۰	
	ب ⊙	
۰	ب ۵۶۰	
۳۰	۱۰۰	
۰	۰	
	شمال ۲° مغرب	
	ا ⊙	

(۱۴) کہیت ا ب س د کا حال فیلڈ بک مین بہ تفصیل ذیل لکہا ہی اوسکا نقشہ بناؤ اور اوسکے رقبہ کا حساب لگاؤ اور ضلع ا د کی پیمایش نہین ہوئی وہ خط مستقیم بغیر اوفسٹ کے تہا۔

بائین	جریب	دائین
	د ۴۵۰	۰
	۴۰۰	۲۰
	۰	۰
	شمال ۶° مشرق	
	س ⊙	
	ا س ۱۰۰۰	۰
	۸۶۰	۱۰
۰	۶۶۰	
۲۰	۶۰۰	
۸۰	۴۲۰	
	۲۴۰	۰
	۲۰۰	۱۰
	۰	۴۰
	جنوب ۴° مشرق	
	ب ⊙	

	ب ۱۰۰۰	۰
	۶۰۰	۸۰
	۰	۰
	جنوب ۴۳ مغرب	
	ا ⊙	

(۱۵) کھیت ا ب س د ی ف ح کی استداد بتفصیل ذیل معلوم ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو اور نقشہ بناؤ

	د ⊙ تک	
	۱۵۶۰	
	۸۶۴	ی ۲۰
ح ۶۶۰	۶۱۸	
	ف ⊙ سے	
	ح ⊙ تک	
	۱۳۰۵	
د ۶۹۰	۳۶۳	
	س ⊙ سے	
	س ⊙ تک	
	۱۶۵۰	
ب ۳۶۲	۱۲۳۰	
	۴۰۵	ح ۳۹۰
شروع	ا ⊙ مین	مشرقی کی سمت

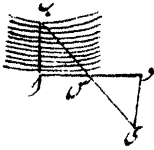
(۱۶) اس کھیت کا نقشہ فیلڈ بک سے بنائین اور کل کھیت کا رقبہ یہ فرض کرکے دریافت کرین پہر شلث ب س د مین ۳۲ ۲۱۶۶ مربع کڑی ہین اور ایک قطعہ زمین کا س پر صدود اور او فسٹون کے درمیان جو س د اور س ب پر کہیچے جائین ۳۰۰۰ مربع کڑی ہے

	⊙ ب	
	۹۴۴	۰
	۸۳۰	۶۰
۰	۵۱۰	
۵۰	۴۸۰	
	۱۲۰	۰
۰	۰	۳۰
	⊙ س	
	۱۰۲۴ س	۱۰
	۶۴۰	۳۰
	۰	۰
	⊙ د	
	۱۲۹۲ د	۱۰
	۱۰۴۰	۲۰
	۶۸۰	۸۰
۰	۳۱۲ ب	
۱۰	۰	۴۰
	⊙ ا	شروع

سینتالیسوین فصل سوالات

(۴۱۷) زمین کی ساحت مین ہمنے صرف جریب کی پیمایش اور کراس کی کی توضیح کے ساتہہ بیان کیا
مگر جہان وسیع اور صحیح پیمائش کرنی ہوتی ہی وہان زاویونکی پیمائش مین آلات استعمال کرتے
ہین اور پہر اسکا حساب علم مثلث کی وساطت سے لگاتے ہین اور انہین پیمایون کے
ساتہہ ایسی پیمائشونکا بہی ذکر کرتے ہین جہان ہماری رسائی نہین ہوتی اور اون

اشیار کا فاصلہ جہان ہم نہین پہنچ سکتے دریافت کرتے ہین باوجودیکہ ایسے سوالات کی حل کرنے مین علم مثلث کا کام پڑتا ہی مگر بعض سوال نہایت مفید ہے سادے طور سے حل ہوجاتے ہین اسلئے ہم اونکا بیان کرتے ہین

(۴۱۸) ایک دریا کا عرض دریافت کرو

فرض کرو کہ دریا کے نزدیک ایک چیز ا ہی اور ٹھیک اوسکے مقابل پر ایک اور چیز ب دریا کے متصل ہے

ایک خط ا س زاوئے قائمے بناتا ہوا اب پر کھیچو اور اتنا طول اوسکا رکھو کہ جسمین آسانی معلوم ہو اور خط مستقیم کو د تک ایسا کھیچو کہ س د برابر ا س کے ہو د سے ایک خط مستقیم زاوئے قائمے بناتا ہوا د پر کھیچو اور اوسمین نقطہ ی ایسا دریافت کرو کہ ب س ی ایک خط مستقیم ہو پس مثلث ب س ا اور س د ی سب طرح سے برابر ہین اور د ی برابر ہی اب کے

اب د ی کو پیمایش کرلو تو اوسے طول اب کا یعنی عرض دریا کا معلوم ہوجائیگا۔

(۴۱۹) دفعہ گذشتہ مین ضرورت اس بات کی پڑتی ہی کہ ایک خط مستقیم زاوئے قائمے بناتا ہوا دوسرے خط مستقیم پر کھیچین اور اوسکی ترکیب ہم چنتالیسوین فصل مین بیان کر آئے ہین اب ہم ایک اور ترکیب سے سوال کو حل کرتے ہین اوسمین کچھہ ضرورت زاوے قائمے بنانے کی نہین ہوتی ہے

(۴۲۰) اون دو مقامونکی درمیان فاصلہ دریافت کرو جنمین ایک مقام ایسا ہی کہ جہان ہم نہین پہنچ سکتے

فرض کرو کہ ا اور ب دو مقام ہین اور ب پر دریا کے حائل ہونیکے سبب یا کسی اور روک کے سبب سے ہم نہین جاسکتے۔

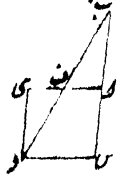
ا سے کوئی خط ا س کھیچکر ناپ لو اور کسی نقطہ د پر ایک جھنڈی ب س کی سمت مین قائم کرو اور س ا کو ف تک ایسا بڑھاؤ کہ ا ف برابر ا س کے ہو اور د ا کو ی تک ایسا خارج کرو کہ ا ی برابر ا د کے ہو اور ف ی اور ی پر جھنڈیان گاڑدو پس ح کا نقطہ دریافت کرو

جسپر ب آ اور ف ی کی سمتین قطع ہوتی ہین یعنی ایسا نقطہ دریافت کرو کہ جہان سے آ اور ب ایک خط مستقیم مین اور ی اور ف ایک اور مستقیم مین معلوم ہون
اب مثلث د آ ب اور د ی ح آ ایسمین سب طرح سے برابر ہین اور ح آ برابر ہے آ ب کے پس ح آ کو ناپ لین اوس سے آ ب کا طول دریافت ہو جائیگا -

(۴۲۱) دفعہ ۴۱۸ اور ۴۲۰ مین ہمنے اس بات کو تسلیم کر لیا ہے کہ ایسے اسباب ہمارے پاس موجود ہین کہ جس سے ایک خط برابر اوس خط کے جسکو ناپنا چاہتے ہین مرتسم کر سکتے ہین اکثر مقامات جہان ہم نہین پہونچ سکتے اگر بہت فاصلہ پر ہونگے وہان ان ترکیبونکا استعمال نہین ہو سکتا اسلئے ہم اس سوال کا حل ایک اور طرح سے لکھتے ہین جو ایسی صورتون مین بھی بکار آمد ہو سکتا ہی

(۴۲۲) دو مقامونکے درمیان فاصلہ دریافت کرو اور ایک مقام اونمین سے ایسا ہی کہ وہان ہم پہونچ نہین سکتے اور بہت دور ہی -

فرض کرو کہ آ اور ب دو مقام ہین اور اونمین سے ب پر پہونچ نہین سکتے اور وہ بہت دور ہے آ ب کی سمت مین کوئی طول آ س ناپ لو اور س سے کسی ایسی سمت مین کہ جسمین آسانی ہو س د برابر اس کے ناپ لو اور درمیان لو جنمین سے ہر ایک س آ کے برابر ہو اور ایک کا سرا آ پر باندھو اور دوسرا سرا د پر اور رسیونکو تانکر پھیلاؤ کہ اونسے خطوط مستقیم پیدا ہون اور اونکے دوسرے سرے ایک نقطہ پر ملین اور فرض کرو کہ نقطہ ی ہو پس شکل آ د معین ہوگی ایک جھنڈی نقطہ ف پر گاڑو وہان سمتین آ ی اور د ب کی تقاطع کرتے ہین -

مثلثات ف آ ب اور ف ی د متشابہ ہین اسیواسطے ی ف کو ی د سے وہ نسبت ہی جو آ ف کو ہے آ ب سے پس اگر ی ف اور ف آ کو ناپ لین تو اس تناسب سے آ ب کو معلوم کرینگے -

اڑتالیسوین فصل ضرب اثنا عشری

(۴۲۳) سطحات اور مجسمات کے پیمانونسے جو سوالات متعلق ہوتے ہین وہ بعض اوقات اس ترکیب سے بہی حل ہوتے ہین اس ترکیب کا نام ضرب چلیپا یا اثنا عشری ہی وہ علم اور عمل دونوں مین بکار آمد ہی عمل مین آسانی ہوتی ہی اور علم مین اوس سے عمدہ تعلیم ہوتی ہی اسلئے جو کچہہ ہم اوسکا بیان کرین وہ لایق توجہ کے ہی اول ہم مربعے پیمانون کا ذکر کرتے ہین۔

(۴۲۴) طالب علم خوب طرح سے اس بات کو جانتے ہین کہ مربع فٹ سی کیا مراد ہوتی ہی اور مربع انچ سے کیا مطلب ہوتا ہے۔

اب ہم رقبون کے ناپنے کے لئے ایک وسط رقبہ بناتے ہین اور وہ یہ ہی کہ اگر مستطیل ۱۲ انچ لنبی اور ایک انچ چوڑی ہو تو اوسکا نام سطح اولے رکہتے ہین۔

پس جو جدول مربع پیمانون کی ہی اوسمین یہ پیمانے اور بڑہاؤ کہ

۱۲ مربع انچ کا ایک سطح اولی ہوتا ہے

۱۲ سطح اولی کا ایک مربع فٹ ہوتا ہی

(۴۲۵) خواہ کتنی ہی تعداد مربع انچون کی ۱۲ سے زیادہ ہو تو وہ سطح اولی اور مربع انچون مین تحویل ہوسکتی ہے

مثلاً

۱۷ مربع انچ = ۱ سطح اولی ۵ مربع انچ

۳۲ مربع انچ = ۲ سطح اولی ۸ مربع انچ

۴۵ مربع انچ = ۳ سطح اولی ۹ مربع انچ

اور ایسی کتنی تعداد سطح اولی ۱۲ سے زیادہ ہو تو وہ مربع فٹ اور سطح اولی مین تحویل ہوسکتی

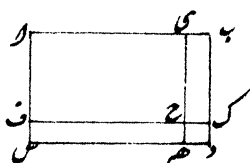
۱۹ سطح اولی = ۱ مربع فٹ ۷ سطح اولے

۵۷ سطح اولی = ۴ مربع فیٹ ۹ سطح اولے

۴۵ سطح اولے = ۳ مربع فیٹ ۹ سطح اولے

(۴۲۶) ایک مستطیل جو ایک فٹ اور ایک انچ طول عرض رکہتی ہی وہ سطح اولے ہی اس سے

معلوم ہوتا ہی کہ جو مستطیل ۲ فیٹ اور ایک انچ طول عرض رکھتی ہی وہ ۲ مسطح اولی ہی اور ایسی ہی مستطیل
۳ فیٹ اور ایک انچ طول عرض رکھتی ہی وہ ۳ مسطح اولی ہی اور علی ہذا القیاس ایک مستطیل جو ۷ فیٹ اور
ایک انچ عرض رکھتی ہے وہ ۷ مسطح اولی ہین اور اس سے معلوم ہوا کہ مستطیل جو ۷ فیٹ اور ۲ انچ
طول عرض رکھتی ہی اوسمین ۱۴ مسطح اولی ہین اور جو مستطیل ۷ فیٹ اور ۳ انچ طول عرض رکھتی ہی
اوسمین ۲۱ مسطح اولی ہین اور علی ہذا القیاس پس اس سے نتیجہ عامہ یہ استخراج ہوتا ہے جسکا بیان
مختصر یہ ہی کہ فیٹ اور انچون کا حاصلضرب مسطح اولی ہوتا ہی۔

(۴۲۷) اوس مستطیل کا رقبہ دریافت کر جسکا طول ۸ فیٹ ۹ انچ اور عرض ۵ فیٹ ۶ انچ ہو۔
فرض کرو کہ شکل ا ب س د ایک مستطیل کو تعبیر کرتی ہی اور ا ب طول اور ا س عرض ہے اور
فرضکرو کہ ا ی ۸ فیٹ ہی اور ا ف ۵ فیٹ اور ی ب ۹ انچ
اور ف س ۶ انچ ہی نقطہ ی سے ی ھ متوازی ا س کا اور
نقطہ ف سے ف ک متوازی ا ب کا نکالو
اور فرض کرو کہ ان خطوط کا نقطہ تقاطع ح ہی
پس کل مستطیل ا ب د س چار حصون مین منقسم ہوا ہی یعنی ایک حصہ مستطیل ی ب ک ح ہے جو
۵ فیٹ طول مین اور ۹ انچ عرض مین ہی
اسیواسطے ۴۵ مسطح اولی اوسمین ہین یعنی ۳ مربع فیٹ اور ۹ مسطح اولی
دوسرا حصہ مستطیل ا ف ح ی ہے جو ۸ فیٹ طول مین اور ۵ فیٹ عرض مین ہی
اسیواسطے اوسمین ۴۰ مربع فیٹ ہین۔
تیسرا حصہ مستطیل ح ک د ھ جو ۹ انچ طول مین اور ۶ انچ عرض مین ہی
اسیواسطے اوسمین ۵۴ مربع انچ ہین یعنی ۴ مسطح اولی ۶ مربع انچ
چوتھا حصہ مستطیل ف ح ھ س ہی ۸ فیٹ طول مین ۶ انچ عرض مین
اسیواسطے اوسمین ۴۸ مسطح اولی ہین یعنی ۴ مربع فیٹ

مجموعہ اول دو مستطیلونکے رقبہ کا ۳۴ مربع فیٹ ۹ سطح اولی ہی اور باقی دو مستطیلونکا ۴ مربع فیٹ
۴ سطح اولی ۶ مربع انچ ہے اسیواسطے چارون مستطیلونکے رقبہ کا مجموعہ ۴۸ مربع فیٹ
۱ سطح اولی ۶ مربع انچ ہے۔

(۴۲۸) اوپر کی مثال کے عمل کو اسطرح لکھتے ہین
طول کو ایک سطر مین لکھو اور عرض کو دوسری سطر مین
اسطرح لکھو کہ فیٹ کے نیچے فیٹ انچ کے نیچے انچ ہون

	۸	۹	
	۵	۶	
۴	۳	۹	
	۴	۴	۶
۴	۸	۱	۶

اول ہم ۵ کو جو فیٹ کی جگہہ مین ضرب دیتے ہین تو پانچ نم ۴۵
ہوئے پس ۴۵ سطح اولی ہوئی یعنی ۳ مربع فیٹ ۹ سطح اولی ہوئے
اب ۹ کو لکھدو اور ۳ کو حاصل مانو اور ۵ اٹھی ۴۰ ہوئے اور ۴۰ اور ۳ ملکر ۴۳ ہوئے اوسکو سطح اولے
کے مقام سے بائین طرف لکھدو۔

اب ہم ۶ مین ضرب دیتے ہین جو انچون کی جگہہ ہی ۶ نم ۹ ۵۴ ہوئے ۵۴ مربع انچون مین ۴ سطح اولے
اور ۶ مربع انچ ہین اوسکو دائین طرف اوس خانہ کی لکھدو جسمین سطح اولے لکھے ہین اور ۴ کو حاصل مانو
اور ۶ اٹھے ۴۸ ہوئے اور ۴۸ اور چار ۵۲ ہوئے اور ۵۲ سطح اولے ۴ مربع فیٹ ۴ سطح اولے
ہوئے اونکو اپنے اپنے خانون مین لکھو

اب ان دونو سطرون کے جو حاصل ہوئے ہین جمع کرو ۶ مربع کو نیچے اوتار لو اور ۹ اور ۴ تیرہ سطح اولے
ہوئے جنکا ایک مربع فٹ اور ایک سطح اولی ہوا ۱ کو لکھدو اور ایک کو حاصل مانو اور سا
اور ۴ اور ۴۳ ملکر ۴۸ ہوئے۔

پس ماحصل ۴۸ مربع فیٹ ۱ سطح اولی ۶ مربع انچ ہوئے

(۴۲۹) اب اس نتیجہ کو اور صورتون مین لکھتے ہین
ایک سطح اولی اور ۶ مربع انچ ۱۸ مربع انچ ہوئے
اسیواسطے ماحصل ۴۸ مربع فیٹ ۱۸ مربع انچ ہوئے

اور سطح اولی $\frac{1}{12}$ مربع فیٹ ہی اور ۶ مربع انچ $\frac{6}{144}$ مربع فیٹ ہی
اسیواسطے ماحصل مربع فیٹ ہین ۴۸ + $\frac{1}{12}$ + $\frac{6}{144}$ یعنی ۴۸ + $\frac{1}{12}$ + $\frac{1}{24}$ یعنے ۴۸ $\frac{3}{24}$
یعنی ۴۸ $\frac{1}{8}$ ہے۔
یہ صورتین نتیجہ کی بالکل مطابق اون صورتون کے ہین جو بغیر اعانت ضرب چلیپا کے نکلین
یس ۸ فیٹ ۹ انچ = ۱۰۵ انچ اور ۵ فیٹ ۶ انچ = ۶۶

۱۰۵۰ × ۶۶ = ۶۹۳۰

۶۹۰ مربع انچ = ۴۸ مربع فیٹ ۱۸ مربع انچ
یا اسطرح کہ ۸ فیٹ ۹ انچ = ۸ $\frac{3}{4}$ فیٹ = $\frac{35}{4}$ فیٹ
۵ فیٹ ۶ انچ = ۵ $\frac{1}{2}$ فیٹ = $\frac{11}{2}$ فیٹ

$\frac{35}{4} \times \frac{11}{2} = \frac{385}{8} = 48\frac{1}{8}$

(۴۳۰) اب ہم اختصار کے ساتھہ اس بات کا بیان کرتے ہین کہ ترکیب مذکور مجسمات پیمائیون کے بیانون مین کسطرح توسیع پاتی ہی اور اب ہم دو اصطلاحین بیان کرتے ہین مجسم اولی اور مجسم ثانیہ اور اونکے معنی یہ مقرر ہین کہ
۱۲ مکعب انچ کا ایک مجسم ثانیہ ہوتا ہی
۱۲ مجسم ثانیہ کا ایک مجسم اولے
۱۲ مجسم اولی کا ایک مکعب فٹ
(۴۳۱) دفعہ ۴۲۶ کی طرح عمل کرنیسے ہم آسانی تمام اون نتایج کو حاصل کرتے ہین جنکو اون دو نتیجونکے ساتھہ جو بالفعل معلوم ہین ملائین تو سارا مطلب یون مختصر بیان ہوتا ہی
حاصل ضرب فیٹ کا سطح فیٹ مین مجسم فیٹ ہوتا ہی
حاصل ضرب فیٹ کا سطح اولے مین مجسم اولی ہوتا ہی
حاصل ضرب فٹونکا مربع انچون مین مجسم ثانیہ ہوتا ہے

حاصل ضرب انچون کا سطح فٹون مین مجسم اولی ہوتا ہے

حاصل ضرب انچون کا سطح اولی مین مجسم ثانیہ ہوتا ہے

حاصل ضرب انچون کا سطح انچون مین مجسم انچ ہوتا ہے

(۲۳۴) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا حجم دریافت کرو اوسکا طول ۸ فیٹ ۹- انچ اور عرض ۵ فیٹ ۶- انچ اور التفاع ۴ فیٹ ۳- انچ-

دفعہ ۲۳۳ مین قاعدہ کا رقبہ ۴۸ مربع فیٹ اسطح اول ۶ مربع دریافت ہوا ہی اب ہم باقی عمل لکھتے ہین

۴	۸	۱	۶	
	۴	۳	۰	
۱۹۲	۶	۰		
۱۲	۰	۴	۶	
۲۰۴	۶	۴	۶	

اب ہم اول ۴ مین جو بجائے فیٹ کے ہین ضرب دیتے ہین ۴ چھک ۴ ۲ ہوئے ۴ ۲ مجسم ثانیہ یعنی ۲ مجسم اولی پس صفر لکھو اور ۲ کو حاصل مانو اور ۴ اکن ۴ اور ۴ اور ۲ چھ ہوئے پس ۶ کو لکھہ دیا اور ۴ گنا ۴۸ برابر ۱۹۲ کے ہے پس ۱۹۲ کو لکھدیا-

اب ہم ۳ مین بجائے انچ کے ہے ضرب دیتے ہین ۳ چھک ۱۸ ہوئے اور ۱۸ مجسم انچ ایک مجسم ثانیہ ۶ مجسم انچ ہوئے پس ۶ کو اوس خانہ کے داہین طرف لکھو جسمین مجسم ثانیہ لکھے ہین اور ایک کو حاصل مانو اور ۳ اکن ۳ ہوئے اور ۳ اور ملکر ۴ ہوئے ۴ کو لکھو-

۳ گنے ۴۸ برابر ۴۴ اکے ہوئے ۴۴ ا مجسم اولی کے ۱۲ مجسم فیٹ ہوئے پس ۰ کو خانہ مجسم اولی مین لکھو اور خانہ مجسم فیٹ مین ۱۲ کو لکھو-

پس دو سطرین جو حاصل ہوئی ہین اونکو جمع کرو پس ماحصل ۲۰۴ مجسم فیٹ ۶ مجسم اولی ۴ مجسم ثانی ۶ مجسم انچ ہوئے -

(۲۳۵) دفعہ ۲۲۹ کی طرح ہم اس نتیجہ کو اور صورتون مین بیان کرتے ہین اور ثابت کرتے ہین کہ اگر ہم اوسکو بغیر اس ترکیب ضرب چلیپا کے نکالتے تو بھی نتیجے مطابق انہین نتیجون کے نکلتے ہین

اگر ہم نتیجہ کو مجسم فیٹ کے رقبون مین بیان کرین تو یہ حاصل ہوگا۔

۲۰۴ + ۶/۱۲ + ۴/۱۴۴ + ۶/۱۷۲۸

یعنے ۲۰۴ + ۱/۲ + ۱/۳۶ + ۱/۲۸۸ یعنی ۲۰۴ ۱۵۳/۲۸۸ ہوے

(۲۳۴) یہی جورول اپنے پاس رکتے ہین وہ بارہوین حصون مین تقسیم ہوتا ہے اسلیے رقبون اور مجسمات سے جو سوال عمل مین واقع ہوتے ہین اونمین انچ کے بارہوین حصے بہی داخل ہوتے ہین یہ مثال اور اوسکی مثالین ایک ہی اصول پر مبنی ہین اب ہم نئی اصطلاحین بیان کرتے ہین جنکے سبب سے تمام رقبے اس جدول کے پیمانون سے بیان ہوا کرین گے۔

سطح اولی ایک بارہوین مربع فیٹ کا ہوتا ہے

سطح ثانیہ ایک مربع انچ کا ہوتا ہی یعنی یہی ہوتا ہی جو ایک بارہوان سطح اولی کا

سطح ثالثہ ایک بارہوان حصہ سطح ثانیہ کا ہوتا ہے

سطح رابعہ ایک بارہوان حصہ سطح ثالثہ کا ہوتا ہے

(۲۳۵) اوس مستطیل کا رقبہ دریافت کرو جسکا طول ۸ فیٹ ۹ انچ ۱۰ بارہوین اور عرض ۵ فیٹ ۶ انچ ۷ بارہوین ہے۔

۸ ۹ ۱۰

۵ ۶ ۷

---

۴ ۴ ۱ ۲

۴ ۴ ۱۱

۵ ۱ ۸ ۱۰

---

۴ ۸ ۱۱ ۲ ۸ ۱۰

پس ماحصل ۴۸ مربع فیٹ ۱۱ سطح اولی ۲ سطح ثانیہ ۸ سطح ثالثہ ۱۰ سطح رابعہ ہے۔

اڑتالیسوین فصل کی مثالین

جن مستطیلون کی امتداد بتفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے ضرب اثنا عشری سے دریافت کرو

(۱) ۴ فیٹ اور ۲ فیٹ ۳ انچ

(۲) ۵ فیٹ اور ۳ فیٹ ۴ انچ

(۳) ۳ فیٹ ۸ انچ اور ۲ فیٹ ۸ انچ

(۴) ۴ فیٹ ۵ انچ اور ۳ فیٹ ۹ انچ

(۵) ۵ فیٹ ۷ انچ اور ۴ فیٹ ۱۰ انچ

(۶) ۵ فیٹ ۱۱ انچ اور ۴ فیٹ ۷ انچ

(۷) ۴ فیٹ ۳ انچ ۴ بارھوین اور ۳ فیٹ ۴ انچ

(۸) ۴ فیٹ ۸ انچ ۵ بارھوین اور ۳ فیٹ ۴ انچ

(۹) ۵ فیٹ ۴ انچ ۸ بارھوین ۲ فیٹ ۷ انچ ۲ بارھوین

(۱۰) ۶ فیٹ ۸ انچ ۷ بارھوین ۲ فیٹ ۴ انچ ۵ بارھوین

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم بذریعہ ضرب اثنا عشری کے دریافت کرو۔

(۱۱) ۳ فیٹ و ۳ فیٹ و ۱ فیٹ ۶ انچ

(۱۲) ۵ فیٹ و ۳ فیٹ و ۲ فیٹ ۳ انچ

(۱۳) ۴ فیٹ و ۳ فیٹ ۴ انچ و ۳ فیٹ ۳ انچ

(۱۴) ۵ فیٹ و ۴ فیٹ ۸ انچ و ۳ فیٹ ۲ انچ

(۱۵) ۶ فیٹ ۳ انچ و ۵ فیٹ ۳ انچ و ۳ فیٹ ۹ انچ

(۱۶) ۷ فیٹ ۵ انچ و ۶ فیٹ ۷ انچ و ۳ فیٹ ۱۰ انچ

اونچاسوین فصل میٹر

(۲۳۶) فرانسیسون کا پیمانہ میٹر ہوتا ہے اوسکا کام بھی کبھی کبھی تحقیقات علمی مین آجاتا ہے اس لئے اوسکا بیان کرنا بھی ضرور ہے۔

(۲۳۷) طول کا پیمانہ جو گورنمنٹ فرانس کی طرف سے معین ہوا ہے میٹر ہے اور وہ

۳۹،۳۷۰۷۹ انگریزی انچ کے برابر ہے
سطح زمین پر جو فاصلہ قطبین کا خط استوا سے ہے اوسکے ایک دس لاکھوین حصہ کا نام میٹر رکھا گیا تھا
حال کی تحقیقات سے ثابت ہوتا ہے کہ وہ قریب ۱/۲۰۰ ایک انچ کے ہوتا ہے یعنی جس نسبت سے
کہ پیمانہ مقرر کیا گیا تھا اوس سے کچھ چھوٹا ہے۔
رقبہ کا پیمانہ معینہ ار ہے جو ۱۰۰ مربع میٹر کے برابر ہوتا ہے۔
اور مجسمات کے واسطے پیمانہ معینہ میٹر ہے اور وہ ایک مکعب میٹر کا ہوتا ہے۔
تمام تقسیمین اضعاف اور حصون کی عشری ہین ذیل مین اونکی ترکیب کی کیفیت لکھی ہے

میری میٹر = ۱۰۰۰۰ میٹر

کیلو میٹر = ۱۰۰۰ میٹر

ہیکٹو میٹر = ۱۰۰ میٹر

ڈیکی میٹر = ۱۰ میٹر

ڈیسی میٹر = ۱/۱۰ میٹر

سینٹی میٹر = ۱/۱۰۰ میٹر

ملی میٹر = ۱/۱۰۰۰ میٹر

اور ایسے ہی ہیکٹر = ۱۰۰ ار اور سینٹائر = ۱/۱۰۰ ار

دی کیسٹر = ۱۰ اسٹر اور ڈی سیسٹر = ۱/۱۰ سٹر

اور مایعات کے ناپنے کے واسطے ایک پیمانہ لٹر ہوتا ہے اور وہ ایک مکعب ڈیسی میٹر کے برابر ہوتا ہی
اور انکے واسطے ایک پیمانہ گریم ہے وہ ایک مکعب سینٹی میٹر پانی کے برابر ہوتا ہے۔
اور اوسمین ۱۵،۴۳۲ انگریزی گرین ہوتے ہین۔

اونچاسوین فصل کی مثالین

(۱) دائرہ کا قطر ۱ میٹر ہے محیط اوسکا دریافت کرو۔

(۲) ایک قائم الزاویہ کا طول ۵۰٫۷۰۰۴ میٹر اور عرض ۴۰٫۳ میٹر ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

(۳) ایک ذوزنقہ کے خطوط متوازیہ ۶٫۷۰۵ ایسٹر اور ۴٫۹ میٹر ہین اور اونکا درمیانی عمودی فاصلہ ۶٫۷ میٹر ہے رقبہ دریافت کرو۔

(۴) ایک دیوار ۸٫۴ میٹر لنبی ۴٫۳ میٹر بلند اور ۰٫۵۴ میٹر آثار کی ہی اوسکا حجم مکعب میٹر مین دریافت کرو۔

(۵) ایک مخروط مستدیر کا ارتفاع ۴٫۲ میٹر اور قاعدہ کا نصف قطر ۴٫ میٹر ہے اوسکے حجم مین مکعب ڈی سی میٹر دریافت کرو۔

(۶) ایک ظرف جب خالی ہوتا ہے تو ۶٫۱ کیلوگریم کا تلتا ہے اور جب پانی سے پر ہوتا ہے تو اوسکا وزن ۹٫۶ کیلوگریم ہوتا ہے تو ظرف کا سماو مکعب ڈیسی میٹر مین دریافت کرو۔

(۷) ایک ظرف ۵٫۸ میٹر لنبا اور ۶ میٹر چوڑا اور ۹٫۲ میٹر عمق مین ہے تو بتاؤ اوسمین کتنے ہیکٹولٹر پانی سمائین گے۔

(۸) ایک اسطوانہ مین ۳۶ گیلوگریم پانی آتا ہے اور اسطوانہ کا نصف قطر ۵ اینٹی میٹر ہے اسطوانہ کا ارتفاع سینٹی میٹر کے قریب تک دریافت کرو۔

(۹) ایک تار برقی ۵٫۳ کیلومیٹر لنبا ہے اور اوسکا قطر $2\frac{1}{2}$ ملی میٹر ہے تو اوسکا حجم مکعب ڈیسی میٹر مین دریافت کرو۔

(۱۰) ایک لوہے کی گولی کا قطر ۲٫ میٹر ہے اوسکا وزن کیلوگریم مین دریافت کرو اور حجم لوہے کا ۷٫۵ گنا اوس پانی سے ہی جسکا حجم لوہے کے حجم کے برابر ہو۔

(۱۱) ایک مخروط مستدیر کی سطح کا رقبہ سینٹی میٹر مین دریافت کرو قاعدہ کا نصف قطر ۳ میٹر اور ارتفاع مائل ۹ میٹر ہے۔

(۱۲) ایک کرہ کا قطر ۹ میٹر ہے اوسکی سطح کا رقبہ سینٹی میٹر مین دریافت کرو

(۱۳) ثابت کرو کہ ایکڑ مین ۴۰٫۴۷ ۴۰ ایر ہوتے ہین

(۱۴) ثابت کرو کہ ایک مکعب گز مین ۵ر۴۶۷ء مکعب ڈیسی میٹر ہوتے ہین -

(۱۵) ثابت کرو کہ ایک گیلن مین ۴ء۵ر۴ کے قریب لٹر ہوتے ہین -

ان نیچے کی مثالون مین جذر الکعب نکالا جاتا ہے

(۱۶) ایک مجوف کرہ کا ظرف ایک لٹر ہے کرہ کا نصف قطر دریافت کرو -

(۱۷) ایک ظرف مخروط مستدیر کی صورت کا ہے اور اوسکا ارتفاع برابر ہے قطر قاعدہ کے اور اوسکا ظرف ایک لٹر کا ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو

(۱۸) ایک مخروط مستدیر کا ارتفاع برابر قاعدہ کے نصف قطر کے ہے اور اوسکا حجم ایک مکعب ڈیسی میٹر ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو

سوالات متفرقہ

(۱) ایک بلی کھڑی ہوئی تھی وہ اوپر کے سرے سے ٹوٹ کر زمین سے آلگی اور ایسی جگہہ لگی کہ وہ ۱۵ فیٹ کے فاصلہ پر بلی کی جڑ سے تھی اگر ٹوٹا ہوا ٹکڑا ۳۹ فیٹ ہو تو بتاؤ اوس بلی کا کل طول کیا ہے -

(۲) ۱۲۰۰ مربع انچون مین کتنے مربع فیٹ ہونگے -

(۳) دو مربعون کے رقبے ۱۰۰ ایکڑ ہین اور ایک مربع کا ضلع سہ چند دوسرے مربع کے ضلع سے طول مین ہے تو ہر ایک مربع کا رقبہ دریافت کرو

(۴) ایک مربع مین ۲۳۳ فیٹ ۴۶ انچ ہین اوسکا ضلع دریافت کرو

(۵) ایک مستطیل کا احاطہ ۱۴۴ گز ہے اور طول سہ چند عرض سے ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۶) ایک کمرہ ۱۲ فیٹ لمبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا ہے ۲۷ انچ عرض کا فرش ۲ر۸ پائی گز کا کتنے روپیہ کا لگیگا -

(۷) ایک کمرہ ۱۶ فیٹ ۴½ انچ لمبا اور ۱۵ فیٹ ۳½ انچ چوڑا ہے اور ۱۳ فیٹ بلند ہے تو دیوارون پر ۹ انچ عرض کا کاغذ ۲½ آنہ گز کا کتنے روپیہ کا لگے گا -

(۸) ایک مکان مین ۲۳ کھڑکیان ہین اور ان مین ۴ کے اندر کالے شیشہ کے لگے ہوئے ہین

اوران مین سے ہر ایک پرکالہ ۲۰ انچ لنبا اور ۱۶ انچ چوڑا ہے اور باقی مین ۹ پرکالے لگے ہوئے ہین اور اونمین سے ہر ایک پرکالہ ۱۶ انچ مربع ہے اور ایک روپیہ ہر فی فیٹ شیشہ کی قیمت ہے تو بتاؤ کل خرچ شیشہ لگانے کا کیا ہوا۔

(۹) اضلاع مثلث ۸۹۰ اور ۹۹۰ اور ۱۰۰۰ اکڑی ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۰) ذوزنقہ کا رقبہ ۴۷۵ مربع فیٹ ہے اضلاع متوازیہ کا درمیانی فاصلہ عمودی ۱۹ فیٹ ہے تو اضلاع متوازیہ کو دریافت کرو اور اونمین فرق ۴ فیٹ ہے۔

(۱۱) دو سڑکین ایک دوسرے کے ساتھہ زاویہ قائمہ بناتے ہین دو آدمی اوس مقام سے چلے جہان سڑکین ایک دوسرے سے ملتی ہین ایک آدمی سڑک پر ۴ میل فی گھنٹہ کی چال چلتا ہی اور دوسرا آدمی دوسری سڑک پر ۳ میل فی گھنٹہ کی چال سے چلتا ہے تو بتاؤ ۱۰ منٹ چلنے کے بعد اونمین کیا فاصلہ ہوگا۔

(۱۲) بتاؤ ایک مربع میل کے $\frac{1}{16}$ حصہ مین کتنے مربع گز ہوتے ہین۔

(۱۳) ایک مربع کا مجموعہ اضلاع ۷۴۸ انچ ہی اور دوسرے کا ۳۳۶ انچ ہی تو جو مربع ان دونون مربعون کے برابر رقبہ مین ہی اوسکا مجموعہ اضلاع دریافت کرو۔

(۱۴) ایک مربع مین ۳۶۹۰ فیٹ ۱۸ انچ ہین اوسکا ضلع دریافت کرو۔

(۱۵) ایک مربع کی شکل کا کھیت ۱۳ ایکڑ ۱۸۰۹ گز کا ہے اگر ایک شخص ۲$\frac{1}{2}$ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے اوسکے گرد پھرے تو کتنی دیر مین اوسکے گرد پھر آئے گا۔

(۱۶) ایک کمرہ ۱۲ فیٹ ۸ انچ لنبا اور ۱۲$\frac{1}{2}$ فیٹ چوڑا ہے اوسمین ایک گز عرض کا فرش ۶؍ گز کا کتنا اور کتنے کا صرف ہوگا۔

(۱۷) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ لنبا ۲۰ فیٹ چوڑا اور ۱۴ فیٹ ۳ انچ بلند ہے اور ان دیوارون مین ۴ دروازے ہین اور ہر دروازہ ۸ فیٹ سے ۵ فیٹ ۳ انچ ہی اور ۳ بڑے دروازے ہین جنمین سے ہر ایک ۱۰ فیٹ سے ۶ فیٹ ۸ انچ ہی اور ایک نشان ۶ فیٹ ۱۶ انچ سے ۴ فیٹ ہی ان سبکو

سمجھا دیکر بتاؤ کہ ۳۰ انچ عرض کا کاغذ ۱۱ ۱/۲ آنہ گز کا کتنا اس کمرہ مین صرف ہوگا۔

(۱۸) ایک کمرہ کا طول عرض سے دوچند ہے اور اوسکی چھت کی رنگوائی مین ۴ ۱/۲ آنہ گز کے حساب سے ۳۹ روپیہ صرف ہوے اور دیوارون کی رنگوائی مین ایک روپیہ ۱۲ گز کے حساب سے ۵۲۵ روپیے صرف ہوے تو کمرہ کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۱۹) ایک مثلث کے اضلاع ۸۴۸ اور ۹۰۰ اور ۹۸۸ گز یان ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

(۲۰) ایک مستطیل ۱۴ گز ۱ فٹ ۳ انچ طول مین اور ۱۰ گز ۱۰۰ انچ عرض مین ہے تو بتاؤ کتنے دائرے ایک ایک انچ نصف قطر کے ملکر رقبہ مین اس مستطیل کے رقبے کے برابر ہونگے اور یہ مان لوکہ دائرہ کا رقبہ جسکا نصف قطر ایک انچ ہو $\frac{355}{113}$ مربع انچ ہے۔

(۲۱) ایک پیمانہ قطری بناؤ اور اوسکے استعمال کے طریقہ کو بیان کرو اور بتاؤ پرکار کی ساقین کن نقطون پر رکھی جائین کہ ۳۰۷ طول پیمایش ہو۔

(۲۲) بتاؤ ۱۰ فیٹ مربع کسقدر ۱۰ مربع فیٹ سے زیادہ ہے۔

(۲۳) دو مستطیل کھیت ہین اور رقبے اونکے آپسمین برابر ہین اور اضلاع ایک کھیت کے ۵۴۹ گز اور ۳۴۴ گز طول مین ہین اور دوسرے کھیت کا بڑا ضلع ۱۱۳۴ گز ہے تو چھوٹے ضلع کا طول دریافت کرو اور ہر کھیت کے رقبہ کو ایکڑ روڈ پول مربع گز مین بیان کرو۔

(۲۴) ایک مربع مین ۷۶۳۷ مربع فیٹ ۲۵ انچ ہین اوسکا ضلع دریافت کرو۔

(۲۵) ایک مستطیل کھیت کا رقبہ ۲ ایکڑ ۹۶ گز ہی اور اوسکا طول عرض سے سہ چند ہی تو مجموعہ اضلاع اوسکا دریافت کرو اور ایک گوشہ سے دوسرے گوشہ تک فاصلہ بھی تبلاؤ۔

(۲۶) ایک کمرہ ۱۰ فیٹ ۹ انچ لنبا اور ۷ فیٹ ۱۰ انچ چوڑا ہی تو ۲۷ انچ عرض کا فرش ۳/۹ بائی گز کا کتنے کا اوسمین صرف ہوگا۔

(۲۷) ایک کمرہ ۱۵ فیٹ طول مین ۱۰ فیٹ عرض مین اور ۹ فیٹ ۹ انچ ارتفاع مین ہے تو اوسکی چھت اور دیوارون کی رنگوائی ۴ ۱/۲ آنہ گز کے حساب سے کیا ہوگی۔

(۲۸) ایک کمرہ طول مین بہ نسبت عرض کے سہ چند ہے اور ۴ شلنگ ۹ پنس گز کا فرش اوسمین بچھایا گیا ہے اور ۹ پنس گز کے حساب سے دیوارون پر رنگوائی ہوئی ہے اور فرش مین ۸ پونڈ ۵ شلنگ ۴½ پنس اور رنگوائی مین ۴ گنی صرف ہوئی تو مکان کا تمام طول عرض ارتفاع دریافت کرو۔

(۲۹) کسی مثلث متساوی الساقین کا مجموعہ اضلاع ۲۰۰۰۳ فیٹ ہے اور ہر ایک ضلع اضلاع متساویہ مین سے تیسرے ضلع کا پانچ آٹھوان حصہ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

(۳۰) ا ب س د ی پانچ ضلعے کی شکل ہے اور زاویے ب اور س پر قائمے ہین اگر ا ب = ۲۰ فیٹ اور ب س = ۱۸ فیٹ اور س د = ۳۲ فیٹ اور د ی = ۱۳ فیٹ شکل کا رقبہ اور ا ی کا طول دریافت کرو۔

(۳۱) ایک پل کی محراب قوس کی شکل کی ہے اوسکا وتر ۹۶ فیٹ ہے اور ارتفاع ۲۱ فیٹ ہی اوس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جسکی وہ قوس ہے۔

(۳۲) ایک مربع گز ۷۰۰ برابر مربعون مین تقسیم ہوا ہے ہر ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

(۳۳) منار اعظم مصر کے قاعدہ کے رقبہ مین بتاؤ کتنی ایکر ہین ۲۵ فصل کی ۱۴ مثال دیکھو

(۳۴) اوس مربع کا ضلع دریافت کرو جسکا رقبہ برابر اوس مستطیل کے ہے جو ۸۱ فیٹ لنبا اور ۶۰ ¾ انچ چوڑا ہے۔

(۳۵) ایک قائم الزاویہ کھیت ۳۰۰۰ گز لنبا اور ۲۰۰۰ گز چوڑا ہے اوسمین ایک کونہ سے دوسرے کونہ تک فاصلہ دریافت کرو اگر اوسکے اندر ۳ گز چوڑا گھیرا درختون کے لئے بنایا جاے تو کتنی جگہہ باقی رہیگی

(۳۶) ایک قائم الزاویہ صحن ۹۶ فیٹ لنبا اور ۴۸ فیٹ چوڑا ہے اور اوسمین ۴ کیاریان گھاس کی ہین اور ہر کیاری ۲۲½ فیٹ لنبی اور ۱۸ فیٹ چوڑی ہے تو بتاؤ باقی صحن کا فرش ۸½ گز کے حساب سے کتنے روپے مین ہوگا

(۳۷) ایک کمرہ ۳۰ فیٹ لنبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا اور ۱۵ فیٹ بلند ہی تو دیوارون پر ۴½ فیٹ عرض کا اعلی ۴½ آنہ گز کا کاغذ کتنے روپیہ کا لگیگا۔

اور اوس کمرہ مین بھی خرچ کاغذ منڈہنے کا بتاؤ جسکا طول عرض ارتفاع پہلے کمرہ کے طول عرض ارتفاع سے دوچند ہے مگر کاغذ عرض اور قیمت مین بہ نسبت پہلے کاغذ کے عرض اور قیمت کے نصف ہی

(۳۸) ایک کمرہ کا ارتفاع ۱۱ فیٹ ہی اور طول عرض سے دوچند ہی اوسمین ۱۲۰۵ گز کاغذ ۲ فیٹ عرض کا چارون دیوار مین لگا ہو تو بتاؤ اوسمین فرش کتنا لگیگا۔

(۳۹) مثلث کے اضلاع ۲۵ و ۳۹ و ۵۶ فیٹ ہین اوسکے ایک زاویہ سے سب سے بڑے ضلع پر عمود نکالا گیا ہے تو جو دو مثلث اس عمود سے پیدا ہوتے ہین اونکے رقبے دریافت کرو۔

(۴۰) کھیت ا ب س د کا رقبہ دریافت کرو اور نقشہ بناؤ اور اسکے اندر بتفصیل ذیل طول پیمایش کڑیون مین ہوئی ہین۔

ب سے عمود ب م کا اس پر = ۴۰۲

د سے عمود د ن کا اس پر = ۶۱۸

اس = ۱۲۲۰ اور ام = ۵۳۲ اور ان = ۴۸۶

(۴۱) قوس کا وتر ۲۴ فیٹ ہی اور اوسکا ارتفاع ۵ فیٹ ہی اوسکا طول دریافت کرو۔

(۴۲) ایک کمرہ ۱۵ فیٹ ۵ انچ لنبا ہی اوسکا کیا عرض رکہین کہ اوسکا رقبہ ۱۲ مربع گز ہو

(۴۳) مستطیل کا رقبہ ۲۰۳۰ فیٹ ۲ ۳$\frac{1}{2}$ مربع انچ اور ایک ضلع ۲۰ فیٹ ۵$\frac{1}{2}$ انچ ہے دوسرا ضلع دریافت کرو۔

(۴۴) ایک مستطیل ۲۰۹ گز لنبا اور ۳۰۳ گز چوڑا ہی اوسکے رقبہ کے برابر جو مربع ہو اوسکا ضلع دریافت کرو

(۴۵) زمین کا ایک قائم الزاویہ قطعہ ۳۰ فیٹ ۶ انچ لنبا اور ۵۰ فیٹ ۶ انچ چوڑا ہے اور قیمت اوسکی ۷۴ روپیہ ۱۰ آنہ $\frac{1}{2}$ پائی ہے تو بتاؤ اوس کے مشابہ قطعہ ۸۰ فیٹ ۲ انچ لنبا اور ۹ فیٹ ۷۵ چوڑا کس قیمت کا ہوگا۔

(۴۶) ایک بازار نصف میل لنبا اور ۴۰ فیٹ چوڑا ہے اوس کے فرش کی لاگت ۷ $\frac{1}{2}$ آنہ

مربع کے حساب سے دریافت کرو۔

(۴۷) ایک کمرہ ۲۰ فیٹ ۹ انچ لنبا ۱۵ فیٹ ۶ انچ چوڑا ۱۲ فیٹ بلند ہے اوسکی دیوارون مین دو دروازے ہین ہر ایک ۶ فیٹ سے ۳ فیٹ ۹ انچ ہی اور ایک بڑا دروازہ ۵ فیٹ سی ۶ فیٹ ہے اور دو اور دروازے ہین ہر ایک ۵ فیٹ سی ۴ فیٹ اور ۴ فیٹ ۸ انچ سے ۳ فیٹ کا ایک آتشدان ہے تو ان سب کو دیوارون مین سے منہا دیکر ۳۰ انچ عرض کا کاغذ ۲½ ر گز کا اوسکی دیوارون مین کتنا لگیگا۔

(۴۸) ایک کمرہ کا طول عرض سے دوچند ہے اور ۵ گز کا فرش اوسمین ۲ روپیہ ۱۰ ر ۶ پائی کا لگا اور اوسکی دیوارون کی سفیدی مین ۹ پائی گز کے حساب سے ۳ روپیہ ۴ ر ۶ پائی صرف ہوئے تو کمرہ کا طول عرض ارتفاع دریافت کرو۔

(۴۹) اب س د چار ضلع کی شکل ہی اور اد کا متوازی ب س ہے
اور اب = ۲ب س = س د = ۳۲۵ فیٹ اور اد = ۳۳۲ فیٹ اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۵۰) دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہی اوسکے اندر جو مربع بنایا جاے اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

(۵۱) ایک مخروط ضلع ناقص کے ایک سرے سے اضلاع ۱۲ و ۱۵ و ۲۰ انچ ہین اور دوسرے سرے کا بڑا ضلع ۲۵ انچ ہے دوسرے سرے کے اضلاع دریافت کرو۔

(۵۲) قائم الزاویہ صحن ۴۸ فیٹ سی ۴۲ فیٹ ہی اوسکے فرش کا خرچ ۲۴ روپیہ ہے دوسرے قائم الزاویہ صحن کا خرچ بتلاؤ جو ۶۰ فیٹ سے ۳۲ فیٹ ہے

(۵۳) قائم الزاویہ کا رقبہ ۳۰۷۵ مربع فیٹ ۶۰ ۵/۹ مربع انچ ہے اور ایک ضلع ۱۸ فیٹ ۹ ۱/۳ انچ ہی دوسرا ضلع دریافت کرو

(۵۴) مان لو کہ تین ہیکٹر مین ۳۵۸۸۱ مربع گز ہین اور ایک ہیکٹر مین ۱۰۰۰۰ مربع میٹر تو طول میٹر کا گزون کی رقمون مین دریافت کرو

(۵۵) ۱۳½ فیٹ طول اور ۱۰ انچ عرض کے تختے ۴۵ گز لنبے اور ۱۲ گز چوڑے چبوترہ پر کتنے بچھین گے

اور اگر ۵ ۱/۲ آنہ مربع گز فرش کی لکڑی ہو تو کتنا روپیہ اوسمین خرچ ہوگا۔

(۵۶) ایک کمرہ ۲۰ فیٹ ۹ انچ طول مین اور ۱۲ فیٹ ۶ انچ عرض مین ہے ایک فرش اوسکا ۳/۴ گز عرض کے ٹاٹ کا اور ۴ ر ۶ پائی گز کا بنایا جاے اور دوسرا فرش ۵/۶ گز عرض اور ۳ ر ۶ پائی گز گاڑہے کا بنایا جاے تو بتاؤ دونون فرشون کی قیمت مین کیا فرق ہوگا۔

(۵۷) ایک کمرہ ۱۵ فیٹ ۹ انچ لنبا اور ۹ فیٹ ۳ انچ چوڑا اور ۱۰ فیٹ بلند ہے اور اوسمین دو دروازے ۵ فیٹ سی ۴ فیٹ ہین اور ۳ کہڑکیان ہین اور ہر ایک ۲ فیٹ ۸ انچ سے ۳ فیٹ ہے تو اوسکی دیوارون پر ۹/۱۰ ۱ انچ لنبے اور ۳/۴ ۱ انچ چوڑے ڈاک کے ٹکٹ کتنے لگین گے دروازے مستثنی ہین۔

(۵۸) ایک شخص پاس تکھونٹا باغ ہی اور اوسکے قاعدے مین ۲۰۰ گز ہین وہ قاعدہ کے متوازی جھاڑی لگاکر اوسکے دو برابر حصے کرنا چاہتا ہے تو جھاڑیکا طول دریافت کرو۔

(۵۹) اس دعوی کو مثالون سے ثابت کرو کہ اگر دو دائرے متحد المرکز ہون تو اونکے درمیانی سطح کا رقبہ برابر اوس دائرہ کے ہوتا ہے جسکا قطر برابر اوس وتر بیرونی کے ہی جو دائرہ اندرونی کو مس کرتا ہے

(۶۰) ایک مدور صحن ۳۰ فیٹ قطر کا ہی اور اوسکا فرش ۲ ر ۳ پائی فیٹ کے حساب سے کیا گیا مگر مرکز پر اوسکے ایک مسدس منتظم کی جگہ چہوڑ دی گئی ہے اور اس مسدس کا ہر ایک ضلع ۲ فیٹ ہے تو بتاؤ فرش مین کیا لاگت لگیگی۔

(۶۱) ایک دیوار ۱۲۰ اینٹ لنبی اور ۱۵ اینٹ بلند اور ۱ ۱/۲ اینٹ آثار کی ہی تو بتاؤ اوسمین کتنی اینٹین لگینگی

(۶۲) ایک مجسم کا طول ۲ گز عرض ۱ ۱/۲ گز اور جسامت ایک مکعب گز ۴ مکعب فیٹ ۲۹۶ مکعب انچ ہے اس مجسم کا طول دریافت کرو۔

(۶۳) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ ۹ انچ لنبا ۱۳ فیٹ ۴ انچ چوڑا ہی اوسمین بارش کے سبب سے ۲ فیٹ گہرا پانی چڑہ گیا تو بتاؤ یہ پانی وزن مین کتنا ہوگا اور ایک مکعب پانی کا وزن ۳۱ ۱/۴ سیر ہے۔

(۶۴) سونا ایسا کوٹا جاے کہ ایک گرین سونے کا ورق ۵۶ مربع انچ کا بنجاے تو کتنے ایسے ورق اوپر تلے رکھین کہ ایک انچ کا دل بنجاے اور ایک مکعب فیٹ سونیکا وزن ۱۰ ہنڈریڈ ویٹ ۵ ۹ پونڈ ہے۔

(۶۵) ایک مکعب مین ۰۷۰۴۰ ۲ مکعب گز ہین تو بتاؤ اوسکے کنارہ مین کتنی طولانی فیٹ ہین۔

(۶۶) ایک ظرف چارون طرف سے بند ایک انچ موٹی دہات کا بنا ہوا ہی اور اوسکی استداد بیرونی ۶ فیٹ ۳ انچ اور ۲ فیٹ ۵ انچ اور ۴ فیٹ ۳ انچ ہین اور وزن ۲ ہنڈریڈ ویٹ ۲ کوارٹر ۷ پونڈ ہے تو بتاؤ اگر یہ ظرف ٹھوس ہوتا اور اندر سے خالی نہوتا تو کیا وزن اوسکا ہوتا۔

(۶۷) ایک سنگ سرخ کا چٹان ۱۵ فیٹ لنبا اور سطح متقاصل کا اوسط ۱۳ مربع فیٹ ہی اگر اوسکا ایک چوکھونٹہ مینار بناوین تو ایک تہائی چٹان کا حجم ضایع ہوتا ہے اور اوسکا وزن ۲۹ ۲۶ ٹن کا ہو جاتا ہی تو ایسے مینار کے حجم مین مکعب فیٹ اور ایک مکعب فیٹ سنگ سرخ کا وزن بتاؤ۔

(۶۸) ایک گول میز کے تختہ کا ۷ فیٹ قطر ہے اور ایک انچ موٹا ہی تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ لکڑی اوسمین ہے اور اوسکی خرادکرائی ۲ رفی فیٹ کے حساب سے کتنے روپیہ مین ہوگی۔

(۶۹) ایک نل چمڑے کا ۴۰ فیٹ لنبا اور ۲ انچ سوراخ کا ہے تو بتاؤ اوس مین کتنے گیلن پانی سمائیگا۔

(۷۰) ناقص مخروط مضلع کے سرے قائم الزاویہ ہین اور ایک سرے مین زاویہ قائمہ کے اضلاع محیط ۴ فیٹ اور ۳ فیٹ ہین اور دوسرے ضلع کا سب سے چھوٹا ضلع ۲ فیٹ ہی اور ارتفاع مخروط ناقص کا ۷ فیٹ ہے حجم اوسکا دریافت کرو۔

(۷۱) اینٹ کا طول عرض موٹا ۹ و ۴½ و ۳ انچ ہے تو بتاؤ کہ ۷۲ و ۸ و ۱½ فیٹ کے طول عرض آثار کی دیوار مین کتنی اینٹین لگینگی

(۷۲) ایک مجسم کا دل ایک فیٹ ہے او عرض ۱۸ انچ اور جسامت ۳ مکعب فیٹ ۲۱۶ مکعب انچ ہے اوس مجسم کا طول دریافت کرو۔

(۷۳) ایک صندوق ۴ فیٹ طول مین ۲ فیٹ ۶ انچ عرض مین اور ایک فیٹ ۶ انچ عمق مین ہے

اور اوسمین ۲۵۲ کتابین رکھی گئی ہین اور ہر ایک کتاب ۸ انچ لنبی اور ۵ انچ چوڑی اور ۱½ انچ موٹی ہے تو بتاؤ ۲ انچ لنبی اور ۳ انچ چوڑی اور ½ انچ موٹی کتابین اوس صندوق مین کتنی اور سمائین گی۔

(۷۴) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ مین ۹۵۶ فیٹ ۲۱۰ انچ ہین اور اوسکا قاعدہ ۲۶۵ فیٹ ۶ انچ ہی اوسکا ارتفاع دریافت کرو۔

(۷۵) مکعب کی جسامت ۹۷۰۶۴۵۰۸ مکعب انچ ہے اوسکا کنارہ دریافت کرو

(۷۶) مکعب کی سطح مین ۶۶۳۹۳۳ مربع فیٹ ہین تو اوسکے کنارہ کا طول اور جسامت دریافت کرو۔

(۷۷) مخروط مستدیر کا ارتفاع ایک گز ہی اور قاعدہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۷۸) بیلن لوہے کا ہے اور ایک انچ موٹا ہی اور طول اوسکا ۳۰ انچ ہے اور اندر کی سطح کا قطر ۲۰ انچ ہے وزن اوسکا دریافت کرو اور یہ مان لو کہ ایک مکعب انچ لوہے کا وزن ۴.۵۶۲ اونس ہے۔

(۷۹) ایک برج کے ہر ایک طرف ۱۲ فیٹ ہی اور اوسکی چھت چپٹی ہے اور سیسہ کی چادر اوسپر بچھائی گئی ہے جسکی قیمت ۶ پنس مربع فیٹ ہے اور ایک مخروطی چھت ہی جسکا ارتفاع ۱۰ فیٹ ہی اور سلیٹون سے پٹی ہی اور ۱۸ شلنگ ۹ پنس فیصد سلیٹ کی قیمت ہی اور اوسمین سے ہر ایک کی سطح ۱۲ انچ سے ۹ انچ ہے ہر صورت مین چھت کی قیمت دریافت کرو۔

(۸۰) دو مجسم متشابہ ہین اور اونمین سے ہر ایک کی سطح سہ چند دوسرے کی سطح سے ہی تو اونکے حجمون مین نسبت دریافت کرو۔

(۸۱) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے متصل کے کنارے ۶ و ۳۵ و ۸۰ انچ ہین تو اوس مکعب کا کنارہ دریافت کرو جسکا حجم برابر اس مجسم کے ہو۔

(۸۲) ایک دریا ۳۰ فیٹ عمیق اور ۲۰۰ گز عریض ہے اوسمین ۴ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے پانی چلتا ہے تو بتاؤ اوسکا پانی کتنے ٹن سمندر مین ایک منٹ کے اندر گرتا ہے۔

(۸۳) مکعب کی جسامت مین ۵،۳۵۹۳۷۵ مکعب فیٹ ہین اوسکے کنارہ مین تعداد انچون کی دریافت کرو۔

(۸۴) ایک ظرف ایسا ہی کہ اوسکا حجم برابر اون مکعبون کے حجم کے ہی جنکے کنارے ۱۰ انچ اور ۲ انچ ہین اور اوسکے قاعدہ کا رقبہ برابر اون مربعون کے تفاوت کے ہی جنکے اضلاع ۱$\frac{1}{4}$ و ۱$\frac{1}{2}$ فیٹ ہین ظرف کا عمق دریافت کرو۔

(۸۵) ظرف فلزات کی قیمت ۳ پونڈ ۱ شلنگ ۴ پنس فی مکعب انچ کے حساب سے ۱۲۰۶ پونڈ ۴ شلنگ ۴ پنس ہے $\frac{1}{2}$ پنس فی مربع انچ کے حساب سے اوسکی گلٹ کرائی کیا ہوگی۔

(۸۶) اگر سونا کو ٹکر ایسا پتلا بنایا جاے کہ ایک گرین کا ورق ۵۶ مربع انچ ہو تو بتاؤ کتنے یہ ورق سونے کے ملکر موٹائی مین برابر اوس کاغذ کے ہونگے جیسکے ۴۰۰ تختون کی کتاب ایک انچ موٹی ضخامت مین ہی اور سونے کا وزن ۱۲۱۵ پونڈ فی مکعب فیٹ ہی

(۸۷) نصف کرہ کی شکل کا برتن ہی اور اوسکا قطر ۱۵ فیٹ ہی اور اوسکا ظرف ۲۰ اگنا ایک اور برتن ہے جسکی صورت اسطوانہ کی سی ہے اور اوسکا عمق ۱ فیٹ ۶ انچ ہے اس ظرف کا قطر دریافت کرو۔

(۸۸) مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع ۳ اور ۴ انچ طول مین ہین وہ بڑے ضلع کے گرد حرکت کرکے جو مخروط سے پیدا کریگا اوسکا حجم اور اوسکی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۸۹) مخروط مضلع ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہے اور نیچے کا سرا مستطیل ہے اور ۹ انچ سے ۱۲ انچ ہی اور اوپر کا سرا مستطیل ہے جسکا بڑا ضلع ۸ انچ ہی اس ناقص مخروط کا حجم دریافت کرو۔

(۹۰) کرہ کی سطح کا رقبہ ۲۵ مربع فیٹ ہی کرہ کا حجم دریافت کرو۔

(۹۱) ایک لٹھہ ۲۰ فیٹ ۴ انچ لنبا ہے اور ۱ فیٹ ۱۰ انچ چوڑا ہی اور ۱ فیٹ ۲ انچ موٹا ہی تو بتاؤ ۱ انچ موٹے تختے کتنے پھیلاؤ کے کٹینگے۔

(۹۲) کسی حمام کا حوض ۶ فیٹ لنبا اور ۳ فیٹ چوڑا اور ۱ فیٹ ۹ انچ گہرا ہی اوسمین کس قدر پانی وزن مین سماتا ہوگا۔

(۹۳) مکعب کا حجم ۳۴۴۳۴۲۴۴۷۰۱۰۲۹ مکعب انچ ہی اوسکا ضلع دریافت کرو۔

(۹۴) ایک صندوق کا طول عرض اور عمق ۲ فیٹ ۲ انچ اور ۳ فیٹ ۳ انچ اور ۴ فیٹ ۴ انچ ہے اوسمین ۴ ½ انچ کنارہ کی مکعب کتنے سمائین گے۔

(۹۵) ایک مکان ۱۴ فیٹ ۳ انچ لنبا اور ۱۳ فیٹ ۴ انچ چوڑا ہے اور اوسمین تختون کا فرش بچھا ہوا ہے اور تختہ کا دل ۵ء۱ انچ کا ہے اور ہر ایک تختہ ۸ انچ چوڑا ہی اور ۱۰ فیٹ لنبا ہی تو ایسے تختے کتنے فرش مین لگے ہوے ہونگے اور اگر ایک مکعب انچ کا وزن نصف اونس ہو تو کل فرش کے تختون کا وزن کیا ہوگا۔

(۹۶) ایک کمرہ مکعب کی شکل کا ہی اور اوسمین ۴۶۶۵۶ مکعب فیٹ کا سماؤ ہے تو بتاؤ اوسکے فرش مین ۲۷ انچ عرض اور ۴ ½ پائی گز کا فرش کتنا لگیگا۔

(۹۷) ایک مخروطی چھت ۱۶ فیٹ بلند ہے اور قاعدہ اوسکا مربع ہے اور ہر ایک قاعدہ کا ضلع ۲۴ فیٹ ہی اور اوسپر ¼ انچ موٹی چادرین سیسہ کی لگی ہوئی ہین تو بتاؤ کتنا سیسہ اوسمین لگا ہوا ہی اور یہ مان لو کہ ایک مکعب انچ سیسہ کا وزن ۷ اونس ہے

اگر سیسہ کو اوتارین اور اوسکی گولی ایسی صورت کی بنائین کہ اوسکی شکل اسطوانہ کی سی ہو اور ½ انچ لنبا اور ۱/۱۲ انچ قطر ہو اور ایک سرے پر اوسکے اسی قطر کا مخروط ستدیرہ ہو اور ۱/۲۴ انچ بلند ہو تو بتاؤ کتنی گولیان اوسکی ایسی بنین گی۔

(۹۸) ایک توپ کا گول گولا ۹ انچ قطر کا گلایا گیا اور مخروط مستدیر کے قالب مین ڈھالا گیا اور اوسکے قاعدہ کا قطر ۱۰ انچ ہے مخروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۹۹) ایک اسطوانہ ۴ فیٹ لنبا ہے اوسکا قطر ۲ فیٹ ہے اور اوسکے سرون پر نصف کرہ چسپان کیے گئے ہین تو کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۰۰) ٹین کی ایک کیف ہی اور اوسکے دو حصے ہین ایک حصہ مخروط مستدیر ہے اور ارتفاع مائل ۶ انچ ہی اور ایک سرے کا محیط ۱۲۰۰ انچ ہی اور دوسرا سرا ۱ ½ انچ ہی اور دوسرا حصہ اسطوانہ ہی جسکا محیط ۱ ½ انچ ہے

اور طول ۸ انچ ہی تو بتاؤ کتنے مربع انچ مین اس کیف مین لگا ہوگا۔

(۱۰۱) ایک مکعب کا کنارہ ۲۲ انچ ہے اوسمین سے ۲$\frac{3}{4}$ انچ کنارہ کے مکعب کتنے کٹینگے

(۱۰۲) ایک کمرہ کا عرض دو تہائی اوسکے طول سے ہی اور تین نصف اوسکا ارتفاع سے ہی اور ظرف کمرہ کا ۲۲۳۰۵ مکعب فیٹ ہی تو کمرہ کا طول عرض ارتفاع دریافت کرو۔

(۱۰۳) ایک مکعب کا حجم ۹۵۳۸۵۰۷۲۷۳ مکعب انچ ہے اوسکے ضلع کا طول دریافت کرو۔

(۱۰۴) ایک مجسم کی جسامت ۰۳$\frac{3}{4}$ مکعب فیٹ ہی اور دوسرے مجسم کی ۴$\frac{1}{2}$ مکعب گز تو بتاؤ دوسرا مجسم کونسا اضعاف پہلے مجسم کا ہے۔

(۱۰۵) ایک پل ۷ فیٹ ۸ انچ چوڑا ہے اور دہار اوسکی نیچے سے ۰افیٹ ۱۱ انچ گہری جاتی ہی اور اوس کے رفتار ۴ میل فی گھنٹہ ہی تو بتاؤ اس پل کے نیچے سے ۰ا منٹ مین کتنا پانی جائیگا

(۱۰۶) ایک مکعب انچ دہات کا اتنا بڑہایا گیا ہے کہ ہر ایک رخ اوسکا ۰۲۰۱ر قبہ مین بڑہ گیا ہے تو بتاؤ اوسکا حجم کتنا بڑہا۔

(۱۰۷) کرہ او مکعب کی سطحین آپسمین برابر ہین تو ثابت کرو کہ کرہ کا حجم ۳۸۲۰۱ اگنا مکعب کے حجم سے ہی

(۱۰۸) کرہ او راسطوانہ مستدیر کی سطحین آپس مین برابر ہین اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر سے دوچند ہی تو ثابت کرو کہ کرہ کا حجم ۲۲۴۷ را گنا اسطوانہ کے حجم سے ہے۔

(۱۰۹) ایک کرہ او مکعب کا ایکہی حجم ہی ثابت کرو کہ سطح مکعب کی ۲۴۰۷ ۱ اکرہ کی سطح سے ہے۔

(۱۱۰) ایک کرہ اور اسطوانہ مستدیر کا ایک ہی حجم ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر سے دوچند ہے تو ثابت کرو کہ اسطوانہ کی سطح ۴۴۷ را گنی کرہ کی سطح سے ہے۔

(۱۱۱) ایک ظرف کا طول عرض عمق ۵ فیٹ ۶ انچ اور ۳ فیٹ ۹ انچ اور ۱ فیٹ ۳ انچ ہے تو بتاؤ اوسمین پانیکا وزن کیا ہوگا اور اس وزن کو ایک سیر کے قریب تک نکالو۔

(۱۱۲) ایک قطعہ زمین ۳ ایکڑ ۲ روڈ ہے اوسپر ۴ فیٹ ۶ انچ اونچی بجری بچھی ہوئی ہے تو بتاؤ بجری ہر مکعب گز کے حساب سے کتنے کی بچھی ہوگی

(۱۱۳) ایک مکعب کا حجم ۵ مکعب فیٹ ۱۶۱ مکعب انچ ہے اوسکی قطر کا طول دریافت کرو۔

(۱۱۴) اینٹ ۹ انچ لنبی ۴ ½ انچ چوڑی ۳ انچ موٹی ہے اور ۵ سیر اوسکا وزن ہے تو بتاؤ جو چبوترہ اینٹوں کا ۱۰ فیٹ بلند ۹ فیٹ چوڑا اور ۳ فیٹ آثار کا بنا ہوا ہو اوسکا وزن کیا ہوگا۔

(۱۱۵) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور باقی اطراف اوسکے مثلث متساوی الاضلاع ہین اور ہر ایک کنارہ ۲۰ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۱۱۶) قاعدہ اسطوانہ کا قطر ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲۰ فیٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۱۷) ایک خندق ۴ فیٹ گہری ہے اور ۱۶ فیٹ چوڑی اوپر کی طرف اور ۱۲ فیٹ چوڑی نیچے تہ پر ہے اگر اوسمین آدہا پانی بہرا ہوا ہو تو پانی کا عمق بتاؤ کیا ہوگا۔

(۱۱۸) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سرے کا نصف قطر ۱۰ انچ ہی اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۱۲ انچ اور ارتفاع ۵ انچ اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۱۱۹) اگر لوہے کی گولی ۴ انچ قطر کے وزن مین ۹ پونڈ ہی تو اوس مجوف گولی کا وزن دریافت کرو جسکا قطر بیرونی اور اندرونی ۷ انچ اور ۳ انچ ہے۔

(۱۲۰) مخروط مستدیر قائم کی سطح کا رقبہ ۲۳۴ مربع فیٹ ہی اور ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے ہے اوس مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو۔

(۱۲۱) ایک مجسم متوازی السطوح کے قاعدہ کا رقبہ ایک مربع گز ہی اور ارتفاع ۲ فیٹ ۱ انچ اوسکا حجم دریافت کرو۔

(۱۲۲) قطعہ زمین ۲۶ ایکڑ کا ہی اور کل اوسمین ۵ فیٹ موٹی تہین کوئلہ کی جمی ہوئی ہین اور ایک ٹن کوئلہ کی قیمت ۱۲ شلنگ ہی اور ایک مکعب گز کوئلہ وزن مین ایک ٹن ہوتا ہے تو اس تمام کوئلہ کی قیمت دریافت کرو۔

(۱۲۳) ایک طباق پیتل کا ۵ فیٹ لنبا ۳ فیٹ ۴ انچ چوڑا ½ انچ موٹا ہی اوسمین مکعب انچون کی تعداد دریافت کرو۔

(۱۲۴) جنوبی ویلز مین کوئلہ کے میدان کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع میل ہے اور بحساب اوسط کوئلہ کی موٹائی

۱۰ فیٹ ہی اگر ایک مکعب گز کوئلہ کا وزن ایک ٹن ہو اور گریٹ برٹن ہین صرف کوئلہ کا سالیانہ .... ٹن ہو تو بتاؤ اگر یہی خرچ سالیانہ رہے تو تمام گریٹ برٹن کو اس میدان کا کوئلہ کتنے برسون کے واسطے کاہوگا۔

(۱۲۵) ایک مخروط مضلع کے دو ٹکڑے قاعدہ کے متوازی سطح سے ہوئی ہین اور یہ سطح قاعدے اور اس کے درمیان عین وسط مین گذرتی ہی تو ثابت کرو کہ ایک حصہ ست گنا دوسرے حصہ سے ہی۔

(۱۲۶) ایک اسطوانہ کا قطر ۵ فیٹ ہی اور اوسکا حجم ۴ ر ۵۰ مکعب فیٹ تو بتاؤ اوسکا ارتفاع کیا ہوگا۔

(۱۲۷) مجسم ذوزنقہ کے سرے مستطیل ہین اور اونکی امتداد ۸ فیٹ سے ۶ فیٹ اور ۱۰ فیٹ سے ۶ فیٹ ہین اور ارتفاع ۴ فیٹ اس مجسم کا حجم دریافت کرو۔

(۱۲۸) ایک مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۶ فیٹ ہی اور دونون سرون کے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۵ فیٹ ہین اور مخروط ناقص دو حصون مین قاعدہ کے متوازی سطح سے تقسیم ہوا ہے اور اس سطح کا فاصلہ چھوٹے سرے سے ۴ ۸ ۸ ر ۳ فیٹ ہے تو ثابت کرو کہ دونون حصون کے حجم آپس مین برابر ہین۔

(۱۲۹) ایک ٹھوس گولی ۴ انچ نصف قطر کی ہے اور کسی خاص چیز کی بنائی گئی ہے اور اوسکا وزن ۹ پونڈ ہے تو اوس مجوف گولی کا وزن دریافت کرو جسکا قطر اندرونی ۹ انچ ہی اور بیرونی ۱۰ انچ۔

(۱۳۰) ایک گولی کے دائرۂ عظیمہ کا محیط ۸۰۰ ر ۱۵ فیٹ ہی کل گولی کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۳۱) ایک پتھر کی دیوار ۱ فیٹ ۶ انچ بلند ہے اور ۲ فیٹ ۳ انچ آثار کی چٹان سے پتھر نکالکر اس دیوار مین لگائے گئے ہین وہان غار ۳۰ فیٹ لنبا ۸ ۲ فیٹ چوڑا ۱۸ فیٹ گہرا ہے تو دیوار کا طول دریافت کرو۔

(۱۳۲) ایک ظرف کا طول عمق عرض ۵ فیٹ ۴ فیٹ ۳ فیٹ ہے جب اس ظرف مین پانی بھرا ہو تو وہ ایک نل کے ذریعہ سے ڈیڑہ گھنٹہ مین خالی ہوگیا تو بتاؤ اس نل مین

ایک منٹ مین کتنا پانی گذرتا ہے۔

(۱۳۳) ۱۰۰ تختے ہین اور ہر ایک تختہ ۱۵ فیٹ لنبا اور ۱۰ انچ چوڑا اور ۱½ انچ موٹا ہے تو بتاؤ اون مین کتنے مکعب فیٹ ڈیل کی لکڑی لگی ہوئی ہے

(۱۳۴) ۴ ایکر کا تالاب ہی اوسپر برابر ۶ انچ موٹی برف جم گئی ہے اگر ایک مکعب فیٹ برف کا وزن ۸۹۶ اونس ہو تو اوس تالاب کی برف کا وزن ٹن مین دریافت کرو۔

(۱۳۵) فرض کرو کہ کوئلہ جتنا گریٹ برٹن مین صرف ہوتا ہے اوسکا ایک مینار مربع قاعدہ پر بنایا گیا اور یہ قاعدہ مینار مصر کے قاعدہ کے برابر ہو تو اوسکا ارتفاع کیا ہوگا ۲۵ فصل کی ۱۴ مثال اور امثلہ متفرقہ کی ۱۲۴ مثال دیکھو۔

(۱۳۶) ایک خندق ۸ فیٹ گہری ۱۴ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۱۰ فیٹ چوڑی تہ پر کھودی گئی اور مٹی نکالکر خندق کے کنارے پر ڈالی گئی اور اوس سے ایک کنارہ سلامی کا بنایا گیا اور یہ کنارہ ایک ہی زاویہ افق کے ساتھ بناتا ہے اور ارتفاع کنارہ کا تین چوتھائی قاعدہ کا ہے تو کنارہ کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۱۳۷) اوس اسطوانہ کا حجم دریافت کرو جسکا ارتفاع ۴ فیٹ اور نصف قطر ۶ فیٹ ہی۔

(۱۳۸) ایک ڈول مخروط مستدیر ناقص کی شکل کا ہے اور اوسکی تہ کا قطر ۱ فیٹ ہی اور اوپر کا قطر ۱ فیٹ ۳ انچ ہی اور عمق ۱ فیٹ ۶ انچ تو بتاؤ جب ڈول پانی سے بہرا ہو تو وہ خالی ڈول کی نسبت وزن مین کتنے پونڈ کے قریب ہوگا

(۱۳۹) اگر ۳۰ مکعب انچ بارود کا وزن ۱ پونڈ ہو تو جس خالی گولہ مین ۱۱ پونڈ بارود سماتی ہو اوسکا قطر دریافت کرو۔

(۱۴۰) ایک منطقہ کرہ کا ارتفاع ۲½ فیٹ اور قطر کرہ ۶½ فیٹ ہی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۴۱) ایک کہیت مین ایک ایکر ۲ روڈ ۱۶ پول ہین اگر اس کہیت کی زمین کو ۸ انچ اونچا اوٹہانا چاہین تو کتنے مکعب فیٹ مٹی اوسپر ڈالین۔

(۱۴۲) ایک مکعب انچ سونے کے ورق کوٹ کر ایسے بناسے کہ وہ ۴ مربع فیٹ پر چسپان ہو سکتے ہین تو بتاؤ ورق کتنا موٹا ہوگا۔

(۱۴۳) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۹ انچ لنبا اور ۱۸ فیٹ ۴ انچ چوڑا اور ۱۰ فیٹ ۸ انچ بلند ہے تو اوس کمرہ مین کتنے مکعب فیٹ ہوا سمائیگی۔

(۱۴۴) ایک مکان بنانے کے واسطے بنیاد ۴۰ فیٹ لنبی ۳۰ فیٹ چوڑی گہری کہودی گئی ہے اور نصف ایکڑ زمین پر مٹی کہود کر یکسان پہیلا دی گئی تو بتاؤ یہ زمین کتنی اونچی ہو جاسے گی اور یہ مان لو کہ مٹی کہودنے سے حجم مین $\frac{1}{2}$ انچ بڑہجاتی ہے۔

(۱۴۵) ایک مخروط مضلع کا ارتفاع ۱۲ انچ ہے اور قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہے جسکا ہر ایک ضلع ۱۰ انچ ہے اس مخروط کی جسامت دریافت کرو۔

(۱۴۶) ایک مکعب انچ دہات ہے اوسکا تار ۰۱. انچ قطر کا کہینچا گیا ہی تو بتاؤ اوسکا کتنا طول ہوگا

(۱۴۷) دو برابر تختے ہین اور ہر ایک تختہ ۵ انچ چوڑا ہے اوسکے لنبے کنارون کو جوڑکر ایک میزاب بنایا گیا ہے اور اوس میزاب کا عرض زیادہ سے زیادہ ۱۰ انچ ہی پس اگر وہ ۴ گز لنبا ہو تو کتنے مکعب انچ اوسمین آئین گے۔

(۱۴۸) مخروط مستدیر ناقص کے سرون کے نصف قطر ۴ انچ اور ۵ انچ ہین اور ارتفاع مخروط کا ۳ انچ ہے کل مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو۔

(۱۴۹) ایک گولی کا قطر ۴.۴ انچ ہو اور وزن ۱۲ پونڈ تو بتاؤ جس گولی کا قطر ۳.۹۶ انچ ہو اوسکا وزن کیا ہوگا۔

(۱۵۰) ایک اسطوانہ مستدیر کی سطح کا رقبہ ۴۰۰ مربع انچ اور ارتفاع ۲۵ انچ ہو تو قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۵۱) ایک قائم الزاویہ کہیت ۴۴۰ گز لنبا اور ۱۵۴ گز چوڑا ہی اوسکا رقبہ ایکڑ مین دریافت کرو اور اوسکے اون حصون کے رقبے بہی دریافت کرو جو ایک ضلع کے نقطہ وسط اور کسی ایک مقابل کے زاویہ مین

ملانے سے پیدا ہون

(۱۵۲) ایک کمرہ کی دیوارین ۱۲ فیٹ لمبی اور ۱۵ فیٹ ۹ انچ چوڑی اور ۱۱ فیٹ ۸ انچ بلند ہین اور ۹ پونڈ ۱۲ شلنگ ۶ پنس کے اوسپر رنگت کی گئی تو بتاؤ اسی حساب سے چھت کی رنگوائی ہین اور کیا خرچ ہوگا۔

(۱۵۳) ایک متوازی الاضلاع کے دو ضلعون مین ہر ایک ۹ فیٹ ۹ انچ لنبا اور باقی دو ضلعون مین ہر ایک ۷ فیٹ ۴ انچ لنبا ہے اور قطر ۱۱ فیٹ ۷ انچ لنبا ہے اس بات کو دریافت کرو کہ متوازی الاضلاع قائم الزاویہ ہے یا نہین۔

(۱۵۴) محیط دائرہ کی ایک نقطہ سے دو وتر زاوئے قائمے بناتی ہوئی کھینچی گئی ہین اور اونکے طول ۱۳ اور ۱۷ انچ ہین دائرہ کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۵۵) یورک شیر کے کوئلہ کی کان کا رقبہ ۹۳۷ مربع میل ہے اور اوسط کوئلہ کے دل کا ۷۰ فیٹ ہی اگر ایک مکعب گز کوئلہ کا وزن ایک ٹن ہو اور انگلستان مین ۰۰۰۰۰۰ ۷ ٹن کوئلہ کا خرچ سالیانہ ہو تو بتاؤ کتنے برس تک اگر اسی طرح کوئلہ خرچ ہوا کرے تو اسی کوئلہ کی کان سے خرچ گریٹ برٹن کا چل جائیگا۔

(۱۵۶) انگلستان مین جتنا کوئلہ ایک سال مین صرف ہوتا ہے اگر اوسکا چبوترہ ۱۰ ایکر کے مستطیل پر لگایا جائے تو بتاؤ اسکا ارتفاع کتنے گز کے قریب ہوگا۔

(۱۵۷) ایک مکعب فیٹ سونے کے ورق ایسے کوٹے گئے کہ وہ ۶ ایکر پر پھیلتے ہین تو موٹائی ورق کی انچ کے اعشاریہ مین دریافت کرو اور وہان تک اعشاریہ نکالو کہ اوسمین دو ہندسے ایسے ہون کہ اونسے کچھ مفہوم ہوتا ہو۔

(۱۵۸) ایک مکعب فٹ مین تعداد گیلن کی تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو۔

(۱۵۹) ایک انچ پیتل کا تار کھینچا گیا ہے اور $\frac{1}{40}$ انچ قطر اوسکا ہی تو بتاؤ تار کتنے انچ کے قریب ہوگا

(۱۶۰) مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع ۳ انچ اور ۴ انچ ہین اگر وتر کے گرد یہ مثلث چکر کہاے

تو جو دو مخروط پیدا ہونگے اونکا حجم دریافت کرو۔

(۱۶۱) ایک ظرف شیشہ کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکا ارتفاع قاعدہ کے ضلع سے نصف ہے اور اوسپر کچھہ ڈہکنا نہین ہے اور ظرف کی قیمت ۱۵ روپیہ ۱۰ آنہ ۷ پائی ہے فی مربع گز کے حساب سے ہے تو بتاؤ کتنے گیلن اوس ظرف مین پانی آئیگا۔

(۱۶۲) فرض کرو کہ ایک مکعب فیٹ پیتل کا وزن ۸۵۰۰ اونس ہوتا ہی تو اوسکے ایک گز تار کا وزن جسکی موٹائی ½ انچ ہے کیا ہوگا۔

(۱۶۳) شلث قائم الزاویہ کے اضلاع ۵ اور ۱۲ انچ طول مین ہین وتر پر وہ حرکت کرکے جو دو ہرے مخروط پیدا کرین اونکا حجم اور سطح دریافت کرو۔

(۱۶۴) دو کرون کے وزنون مین نسبت ۹ اور ۲۵ کی ہے اور جس چیز کی وہ بنی ہوئی ہین اونکے وزنون مین نسبت ۵ اور ۹ کی ہے تو بتاؤ اونکے قطرون مین کیا نسبت ہے۔

(۱۶۵) ایک تار سونے کا ۰.۱ انچ موٹا ہے اوسکا چھلا بنایا گیا ہے جسکا قطر اندرونی ایک انچ ہی اب اس چھلے کے اندر جو سطح واقع ہے اوسپر اوس قدر سونے کا گلٹ کیا ہے جسقدر کہ خود چھلا وزن مین ہے تو بتاؤ گلٹ کا دل کیا ہے۔

(۱۶۶) مخروط مستدیر اور نصف کرہ سے ترکیب پاکر ایک مجسم بنا ہے اور یہ نصف کرہ قاعدہ مدور مخروط پر لگایا گیا ہے اور اوسکا قطر ۲ فیٹ ہی اور زاویہ راس مخروط مستدیر کا قائمہ ہے اب اس مجسم کو پانی سے بہری ہوئی اسطوانہ مین ڈبویا اور اس اسطوانہ کی ہی تراش مدور کا قطر ۴ فیٹ ہے اب جس مجسم کو ڈبویا ہے اوسکی یہ کیفیت ہے کہ اوسمین راس مخروط مستدیر کا قاعدہ اسطوانہ کے مرکز پر منطبق ہے اور سب سے اونچا حصہ نصف کرہ کا سطح آب سے ملا ہوا ہی تو بتاؤ اسطوانہ مین کس قدر پانی رہا۔

(۱۶۷) ایک نصف کرہ کی شکل کا گولہ ۶ فیٹ قطر کا کچھہ زمین مین گڑا ہے اور اوس کا منہہ نیچے کی طرف ہے اور افقی القاعدہ ہے اور زمین کے اوپر اوسکا ایک تہائی حصہ دکھائی

دیتا ہے تو بتاؤ کتنی زمین کھودین کہ وہ بالکل زمین سے نکل آئے اور مٹی سے اسطوانہ کی شکل دیوار اوسکے گرد بنجاے۔

(۱۶۸) مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۶ فیٹ ہے اور چھوٹے سرے کا نصف قطر ۲ فیٹ ہی اور بڑے سرے کا نصف قطر ۳ فیٹ ہی تو بتاؤ قاعدہ کے متوازی سطح کس مقام سے کھینچین کہ وہ دو برابر حصون مین تقسیم ہو جائے اور ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

(۱۶۹) ایک گیند کا محیط ۲۳ انچ ہے تو بتاؤ اوسکے غلاف مین کتنے انچ کے قریب چمڑہ لگیگا

(۱۷۰) پیپہ کا حجم گیلن مین دریافت کرو طول اوسکا ۴۰،۵ انچ اور قطر متوسط ۲۸،۶ اور قطر راس ۲۶،۵ انچ۔

(۱۷۱) مثلث متساوی الاضلاع کی شکل کا رقبہ ہی اوسکا فرش ۹ پائی فیٹ کے حساب سے ہوا ہی اور اوسکے گرد مینڈ بندی ۵ ر فیٹ کے حساب سے ہوئی ہے تو ثابت کرو کہ فرش کی لاگت کو مینڈ بندی کی لاگت سے وہ نسبت ہی جو ۰٫۸۰۳ کو ضلع کے سر چند فٹون کی تعداد سے۔

(۱۷۲) اوس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع دریافت کرو جسکے فرش مین ۹ پائی فٹ کے حساب سے اوتنا ہی خرچ ہوا ہو جتنا ۵ ر فٹ کے حساب سے اوسکے اضلاع مینڈ بندی مین ہوا ہے۔

(۱۷۳) کسی خاص مربع سے ایک مستطیل ۲۰٫۲ انچ لنبی زیادہ اور ۲ ر انچ چوڑی کم ہے مگر رقبہ دونون مین ایک ہی ہے تو شکل کھینچکر ثابت کرو کہ مربع کے ضلع مین تعداد انچون کی برابر اوس خارج قسمت کے ہے جو ۲۰٫۲، اور ۲ ر کے حاصل ضرب کو اونکے تفاوت پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

(۱۷۴) ایک مکعب صندوق کے کنارونکے ناپنے مین غلطی سے ۲۰٫۲ ر ایک انچ طول مین بڑہ گئے اور عرض مین ۲ ر انچ گھٹ گئے اور ارتفاع صحیح صحیح ناپا گیا اور حساب کرکے جو حجم دریافت کیا تو وہ صندوق کے حجم کے برابر تھا تو صندوق کا حجم مکعب انچون مین دریافت کرو۔

(۱۷۵) ایک دائرہ کا نصف قطر ۲٫۶ انچ ہے اور ایک انچ کے فاصلہ پر مرکز سے وہ خطوط

مستقیم کھینچے گئے ہین تو ان خطوط کے درمیان جو حصہ دائرہ کا آئے اوسکا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۷۶) ۲ انچ چوڑا سوراخ مربع کی شکل کا ایک اسطوانہ مین جسکا نصف قطر ۲ انچ ہے اسطرح کیا گیا ہے کہ سوراخ کا محور اسطوانہ کے محور کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتا ہے تو بتاؤ برادہ اوسمین سے کتنا نکالا گیا ہے۔

(۱۷۷) ایک برتن لوہے کا مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوسکا قاعدہ مربع ہے اور ایک اور برتن اسی ظرف کا اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا لوہے سے بنایا گیا ہے اور ان برتنون کے ڈھکنے نہین ہین اور اونکی شکلین ایسی بنائی گئی ہین کہ اونمین ذرا بھی لوہا بیکار نہین گیا غرض نہایت کفایت سے بنائی گئی ہین تو ثابت کرو کہ اسطوانہ کی شکل کے برتن کا لوہا ۹۲ر حصے دوسرے برتن کے لوہے کا ہے

(۱۷۸) اور ثابت کرو کہ اوپر کی مثال مین اگر ڈھکنے بھی ہوتے تو بھی یہی نتیجہ نکلتا۔

(۱۷۹) ایک مخروط مضلع مربع قاعدہ پر ہے اور ہر ایک کنارہ ۱۰۰ فیٹ لنبا ہے اوس مکعب کا کنارہ دریافت کرو جسکا حجم برابر مخروط کے ہو۔

(۱۸۰) اس دعوی کو مختلف مثالون سے ثابت کرو کہ ایک مخروط مستدیر قائم دو حصون مین تقسیم ہوا ہے ایک حصہ مخروط ہے دوسرا مخروط ناقص ہے اور مخروط ناقص کو چھیل چھیل کر اسطوانہ مستدیر کی شکل کا بنایا ہے اگر ارتفاع مخروط ناقص کا ایک تہائی اصل مخروط مستدیر کی ارتفاع کا ہو تو اسطوانہ کا حجم بہ نسبت کسی اور صورت کے مجسم بنانے کی زیادہ ہوگا اور اصل مخروط کے حجم کے چارنوین حصے کے برابر ہوگا۔

جوابات

جہان جواب پورے صحیح صحیح نہین نکلتے وہان تقریبی جواب لکھے گئے ہین وہ اصلی جوابون سے کبھی چھوٹے کبھی بڑے ہوتے ہین۔

پانچوین فصل (۱) ۵۰۷ فیٹ (۲) ۵۰۸۰۴ فیٹ (۳) ۲۸۲ فیٹ ۱۰ انچ

(۴) ۹۴۵ گز ۱ فیٹ (۵) ۵۵۴٫۹۲ (۶) ۵۸۵۸٫۶۶

(۷) ۳۳۸٫۶۹ (۸) ۱۸۴۰٫۷۸ (۹) ۳۳۲ فیٹ (۱۰) ۸۲۲۵ فیٹ

(۱۱) ۹۸ فیٹ ۹ انچ (۱۲) ۲۵۹ گز ۲ فیٹ (۱۳) ۴۸۲٫۵۴

(۱۴) ۳۲۷۰٫۱۳۱ (۱۵) ۳۲۱٫۷۷ (۱۶) ۱۸۲۴٫۱۴

(۱۷) ۵۶۸۷+۱۹۴۸۸ فیٹ (۱۸) ۱۲۶۴۷ و ۱۲۰۱۲ فیٹ (۱۹) ۷ فیٹ

(۲۰) ۲۴+۳۲ (۲۱) ۳۰+۱۴ فیٹ (۲۲) ۱۱٫۴۱۴۲۱۳۵۶۲۴ انچ

(۲۳) ۱۵۵٫۵۶ فیٹ (۲۴) ۸۴٫۳۲ فیٹ (۲۵) ۹۸ گز

(۲۶) ۹٫۶۴ فیٹ (۲۷) ۵٫۶۶ فیٹ (۲۸) ۸٫۴۸۵ فیٹ

(۲۹) ۵٫۷۴ فیٹ (۳۰) ۲۱٫۹۱ انچ

(۳۱) ۱۱٫۸۳۲ و ۱۱٫۳۱۴ و ۱۰٫۳۹۲ و ۸٫۹۸۴ و ۶٫۶۳۳ (۳۲) ۹٫۷۵ فیٹ

چھٹی فصل (۱) ۵٫۶ انچ (۲) ۲۵٫۹۸ انچ (۳) ۴۰ فیٹ

(۴) ۶۷ ۱/۲ فیٹ (۵) ۵ فیٹ ۲ ۱/۲ انچ (۶) ایک چوتھائی انچ کو ایک میل سے۔

(۷) ۶۸ میل (۸) ۳۰ انچ (۹) ۹ ۵/۸ انچ (۱۰) ۴ ۱/۲ انچ

(۱۱) ۲۵ فیٹ (۱۲) ۱۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ۔

ساتویں فصل (۱) ۱۶ ۱/۵ فیٹ (۲) ۲۲٫۴۲ فیٹ (۳) ۵ ۱/۳ انچ

(۴) ۱٫۷۴ فیٹ (۵) ۳ فیٹ ۹ انچ (۶) ۹٫۶۵ فیٹ (۷) ۲۹ فیٹ

(۸) ۲۵٫۰۳ فیٹ (۹) ۸٫۲۲۳ فیٹ (۱۰) ۴۴٫۷۲ انچ (۱۱) ۴ فیٹ

(۱۲) ۴٫۷۵ فیٹ (۱۳) ۵۰٫۷ فیٹ (۱۴) ۱۱۲۵٫۶۳ فیٹ

آٹھویں فصل (۱) ۴۴ فیٹ (۲) ۲۷۱ گز ۱ فیٹ (۳) ۶۷۲ گز ۸ انچ

(۴) ۴ فرلنگ (۵) ۸۴٫۸۲۳۲ فیٹ (۶) ۵۸۱٫۱۹۶ فیٹ

(۷) ۵۲۳۵٫۴۷۶۳ فیٹ (۸) ۹۴۲٫۴۸ گز (۹) ۲۱ گز

(۱۰) ۷۰ گز (۱۱) ۲۳۸ گز (۱۲) ۵۶۰ گز
(۱۳) ۳٫۳۱۸۳ فیٹ (۱۴) ۷٫۹۵۷۷ فیٹ (۱۵) ۱۰۳٫۴۵۰۵ فیٹ
(۱۶) ۷۰٫۰۲۸ گز (۱۷) ۳۰٫۱۶ (۱۸) ۳۶۰
(۱۹) ۷۰٫۰۹۸۵ فیٹ (۲۰) ۴٫۶۷ فیٹ۔

نویں فصل

(۱) ۱۲٫۵۶۶۴ انچ (۲) ۴۲٫۶۵۶ (۳) ۳۵٫۸۱
(۴) ۵۷٫۳ (۵) ۳۸$\frac{۲}{۳}$ انچ (۶) ۵۶۱٫۱۹ انچ
(۷) ۶٫۱۱۷ انچ (۸) ۱۷٫۸۵۴ انچ (۹) ۴٫۷۷۶۰۲ انچ
(۱۰) ۵٫۱۴۱۴۶ انچ (۱۱) ۱۹٫۴۵ انچ (۱۲) ۱۴٫۱۴۱۸۹۷ انچ

گیارہویں فصل

(۱) ۱۹۶ (۲) ۵۷۶ (۳) ۷۵۶$\frac{۱}{۴}$ (۴) ۹۱۵$\frac{۱}{۱۶}$
(۵) ۱۱۳ گز ۲ فیٹ (۶) ۱۵۲ گز ۱ فیٹ (۷) ۳۴۸ گز ۴ فیٹ
(۸) ۴۱۳ گز ۴ فیٹ (۹) ۱۴ گز ۲ فیٹ ۶۴ انچ
(۱۰) ۳۴ گز ۲ فیٹ ۱۶ انچ (۱۱) ۷۳ گز ۲ فیٹ ۹ انچ
(۱۲) ۲۱۳ گز ۴ فیٹ ۵۲ انچ (۱۳) ۲ ایکر ۴ پول
(۱۴) ۵ ایکر ۱ روڈ ۱ پول (۱۵) ۱۵ ایکر ۲ روڈ ۱۰٫۴ پول
(۱۶) ۷۰ ایکر ۲ روڈ ۶٫۹۳۷۶ پول (۱۷) ۳۲۵۱۱۲٫۵ مربع فیٹ
(۱۸) ۴۳۹۳۸ گز ۲ فیٹ ۷۶٫۵ انچ (۱۹) ۷ ایکر ۲ روڈ ۱۵ پول
(۲۰) ۱۶ ایکر ۳ روڈ ۱۶٫۷۱۶۸ پول (۲۱) ۴۲ گز (۲۲) ۸۵ گز
(۲۳) ۲۷۳ گز (۲۴) ۴۴۰ گز (۲۵) ۸۸۰ گز
(۲۶) ۱۱۰ گز (۲۷) ۸٫۰۰۴ فیٹ (۲۸) ۱۲۷ گز
(۲۹) ۱۰٫۹۵۴ (۳۰) ۱۶٫۹۱۴ (۳۱) ۶۵٫۵۹۷
(۳۲) ۶۸٫۸۲۳ (۳۳) ۱۵۵۶٫۱۶۹ (۳۴) ۳۴۶٫۱۰۷

(۳۵) ۲۴۷۲،۳ انچ　(۳۶) ۱$\frac{1}{4}$ انچ　(۳۷) ۲۸۰

(۳۸) ۴۳۲　(۳۹) ۲۷۹　(۴۰) ۴۷۳$\frac{1}{2}$

(۴۱) ۴۳ گز　(۴۲) ۳۶۳ گز ۵ فیٹ　(۴۳) ۱۲۷ گز ۴ فیٹ

(۴۴) ۱۸۰ گز ۹۶ انچ　(۴۵) ۷ گز ۸ فیٹ ۱۰۸ انچ

(۴۶) ۱۶۱ گز ۹۶ انچ　(۴۷) ۴۲ گز ۱ فٹ ۸۰ انچ

(۴۸) ۵۹ گز ۸۷ انچ　(۴۹) ۳ ایکر ۴۳ پول

(۵۰) ۵ ایکر ۲ روڈ ۸۰۲۶۳۶۴،۳ پول　(۵۱) ۹ ایکر ۲ روڈ ۴۲۲۶۲۴،۱۱ پول

(۵۲) ۲ ایکر ۱ روڈ ۲۴۷،۲۲ پول　(۵۳) ۲۳ فیٹ　(۵۴) ۴۴ فیٹ

(۵۵) ۲۵۳ گز　(۵۶) ۱۱۰۰ گز　(۵۷) ۱۱۰ گز　(۵۸) ۳۶$\frac{3}{32}$ گز

(۵۹) ۸۷ گز ۱ فیٹ　(۶۰) ۲ گز　(۶۱) ۱۲۵ر۱

(۶۲) $\frac{5}{8}$　(۶۳) ۶۶۰　(۶۴) ۳ جریب

(۶۵) ۵۳۰۴۰ مربع فیٹ　(۶۶) ۱۱ فیٹ　(۶۷) ۱۰،۴۸۸ فیٹ

(۶۸) ۹۴　(۶۹) ۴۳۲۰　(۷۰) ۳۲۴　(۷۱) ۸۱۶

(۷۲) ۸۴　(۷۳) ۸۰$\frac{16}{19}$　(۷۴) ۴۰　(۷۵) ۸۴　(۷۶) ۶۹۶۹۶۰

(۷۷) ۳۲۰۰　(۷۸) ۳،۸۴۴　(۷۹) ۲۰　(۸۰) ۳۰۷۸۰　(۸۱) ۳۴۵۶　(۸۲) ۱۶۲

(۸۳) ۲ کو نسبت ۵ سے　(۸۴) ۲۸۰ فیٹ　(۸۵) ۱۰،۵ [illegible]　(۸۶) ۴۴۴۱م فیٹ　(۸۷) ۲۱ و ۶۳ فیٹ

(۹۰) ۱۷ [illegible] تولہ　(۹۱) ۹۷ روپیہ ۹ ر ۱۱$\frac{1}{4}$ پائی　(۹۲) ۱۰۲۱۱ پونڈ ۱۰ شلنگ

(۹۳) ۵۶ روپیہ ۱۰ر۶ پائی　(۹۴) ۲۵ روپیہ　(۹۵) ۲۳ روپیہ ۶ر۵$\frac{1}{2}$ پائی

(۹۶) ۳۶۵۹ روپیہ ۳ر [illegible] آنہ　(۹۷) ۳۸۰ روپیہ ۶ر　(۹۸) ۷۷ روپیہ ۹ر۴ پائی

(۹۹) ۳۴ فیٹ　(۱۰۰) ۱۷ گز　(۱۰۱) ۴۱ روپیہ ۴ر　(۱۰۲) ۳۲　(۱۰۳) ۴۴

(۱۰۴) ۱۶۴ گز ۲ فیٹ　(۱۰۵) ۴۲ گز ۳۳ انچ　(۱۰۶) ۸۰ گز ۲ فیٹ

(۱۰۷) ۱۸ گز ۲۷ انچ (۱۰۸) ۱۸ روپیہ ۱۲/۷$\frac{۱}{۲}$ پائی (۱۰۹) ۳۷ روپیہ ۹/۳ پائی

(۱۱۰) ۷ روپیہ ۵/۱۱$\frac{۵}{۸۴}$ پائی (۱۱۱) ۲۹ روپیہ ۷/۹ پائی (۱۱۲) ۱۶ روپیہ ۳/۹$\frac{۳}{۱۶}$ پائی

(۱۱۳) ۵ روپیہ ۶/۱۱ پائی (۱۱۴) ۶ روپیہ ۶/۹$\frac{۱}{۲}$ پائی (۱۱۵) ۷ روپیہ ۳/۱۰$\frac{۲}{۳}$ پائی

(۱۱۶) ۱۱ روپیہ ۲/۹ پائی (۱۱۷) ۱۰ روپیہ ۴/$\frac{۳}{۴}$ پائی (۱۱۸) ۹ فیٹ

(۱۱۹) ۲۸$\frac{۱}{۸}$ مربع گز ۱۰ روپیہ ۸/۹ پائی و ۲۰۹$\frac{۲۵}{۳۶}$ م گز (۱۲۰) ۱۰۹ گز ۱ فیٹ (۱۲۱) ۸۰ گز ۱ فیٹ ۱۰ انچ

(۱۲۲) ۱۳ روپیہ ۲/ (۱۲۳) ۱۴ روپیہ ۶ پائی (۱۲۴) ۱۱ روپیہ ۱۱/۱۰$\frac{۱}{۲}$ پائی

بارہوین فصل

(۱) ۷۰ مربع گز (۲) ۷۷ مربع گز ۵ فیٹ (۳) ۹۴۲ مربع گز ۲ فیٹ ۷۲ انچ

(۴) ۱۳ ایکڑ ۱ روڈ ۲،۷۷،۸۰۰۸ پول (۵) ۲۵ فیٹ (۶) ۷۰ گز (۷) ۵ فیٹ ۸ انچ

(۸) ۳۵ فیٹ ۵ انچ (۹) ۴ فیٹ (۱۰) ۹ فیٹ و ۴ فیٹ ۶ انچ

(۱۱) ۸،۸۹۴ مربع فیٹ (۱۲) ۸،۸۶۸ مربع فیٹ۔

تیرہوین فصل

(۱) ۲۷ مربع فیٹ (۲) ۵،۲۱۲ م فیٹ (۳) ۴۰ مربع گز ۱ مربع فیٹ ۱۸ مربع انچ

(۴) ۸ ایکڑ ۲ روڈ ۵۶ ،۲۵ پول (۵) ۶۰۹۰ (۶) ۴۲۶۴ ۵ (۷) ۲۴،۹۹۵

(۸) ۴۲،۲۱۴ (۹) ۱۲ (۱۰) ۱۸۴۸ (۱۱) ۲۷۷۲ (۱۲) ۶۹۳۰۰

(۱۳) ۲۳۱۰ (۱۴) ۳۵۷۰ (۱۵) ۶۰۰۶ (۱۶) ۹۲۴۰ (۱۷) ۱۸۰۶۰

(۱۸) ۶۶۹۹۰ (۱۹) ۲۲۳۸۶۰ (۲۰) ۵۵۱۵۶۵۰۔

(۲۱) ۲،۹۰۵ (۲۲) ۲۰،۹۷۶ (۲۳) ۲۴،۲۴۹۱

(۲۴) ۱۰۹،۹۸۲ (۲۵) ۳۷۹،۴۷۳ (۲۶) ۴۶۳،۷۵۷

(۲۷) ۱۷۳۲،۵۹۵۷۷،۵ (۳۰) ۱۰۲۶$\frac{۲}{۳}$ و ۳۰۰۰ و ۵۱۳۳۳$\frac{۱}{۳}$

(۳۱) ۱۲ فیٹ (۳۲) ۵۴ فیٹ و ۴۰۵ و ۳۰$\frac{۶}{۷}$ مربع فیٹ

(۳۳) ۲۴۰۰۰ و ۲۶۰۰۰ و ۲۱۸۰۰ و ۳۲۰۰۰ مربع فیٹ

(۳۴) ب د = $\frac{65}{12}$ فیٹ و اب = $\frac{169}{12}$ و دس = $\frac{52}{3}$ و اس = $\frac{65}{3}$

رقبہ ۷۴۱$\frac{5}{8}$ مربع فیٹ (۳۵) ۱۵ روپیہ ۹ر ۳ پائی (۳۶) ۲۷ روپیہ ۸ر

(۳۷) ۲۱۱۶ (۳۸) ۱۰۰۰۰ و ۲۰۰۰۰ و ۸۰۰۰۰ مربع گز

(۳۹) ۷۵۰ مربع فیٹ (۴۰) ۲۱۰۰ مربع فیٹ (۴۱) ۱۲ روپیہ ۱۲ر ۹ پائی

(۴۲) ۲۹۳ (۴۳) ۱۴۱$\frac{2}{3}$ (۴۴) ۱۲۵٫۰۵ (۴۵) ۲۷۱ر۴۵

چودہویں فصل

(۱) ۴۶۳۳ر۷۴۰۰ (۲) ۱۱۳۴۴ مربع فیٹ۔

(۳) ۶۵۳۱ر۲۷ مربع جریب (۴) ۵۷۶۵ر۳۶ مربع جریب (۵) ۱۳۷۲ مربع فیٹ

(۶) ۲۹ر۸۸ جریب (۷) ۴۰ مربع فیٹ (۸) ۴۴ مربع فیٹ

(۹) ۲۰۴ مربع گز (۱۰) ۵م جریب (۱۱) ۷ر۱۴م جریب

(۱۲) ۱۵۲ر۰۷۵م جریب (۱۳) ۱۲۵ گز (۱۴) ۲۸۰$\frac{1}{4}$ گز

(۱۵) ۱۷$\frac{1}{2}$ و ۲۲$\frac{1}{2}$م فیٹ (۱۶) ۶۰ و ۶۸ و ۷۶م گز

(۱۷) ۱۲ر۳م فیٹ (۱۸) ایک اکر (۱۹) ۱۱۵۲م گز و ۲۷۵ روپیہ ۸ر

(۲۰) $\frac{1}{2}$۱ فیٹ (۲۱) ۱۸۰۰ فیٹ (۲۲) ۱۲۶۰م جریب

(۲۳) ۳۹ر۵۵۳ ۸م فیٹ (۲۴) ۱۶ر۸۲۵م فیٹ (۲۵) ۲۸۸م فیٹ

(۲۶) ۳۰۴۴۶۵م فیٹ (۲۷) ۲۰۰ و ۲۰۰۰م فیٹ

(۲۸) ۱۰۲۹۶م فیٹ و ۱۲۵ و ۳۶۸ر۲ فیٹ (۲۹) ۱۰۵۴ و ۶۲۵ و ۴۳۰۴ ر۶۶ ۵ فیٹ

پندرہویں فصل

(۱) ۱۳۴م فیٹ (۲) ۱۰ر۸۶۵م فیٹ (۳) ۶ر۱۵۰م فیٹ

(۴) ۵۲ر۱۳۸۶م فیٹ (۵) ۵۵۷ر۲۴م فیٹ (۶) ۲۳ر۱۰۳۹م فیٹ

(۷) ۲ر۲۹۵۶م فیٹ (۸) ۱۸ر۵۹۲م جریب

(۹) ۲$\frac{3}{4}$م فیٹ (۱۰) ۶ × ۶۴ ۷ر۱۵ مربع فیٹ دفعہ ۹۹ دیکھو

سولھوین فصل

(۱) ۱۳۸۶ (۲) ۷۸۵۷ ½ (۳) ۱۳۶۹۰۲۸ ¾

(۴) ۱۹۶۳،۵ (۵) ۴۶،۳۰۹۱۵۳۵ (۶) ۸۴،۵۴۷۳۹۲۳

(۷) ۵،۱۴۴ (۸) ۵۸،۸۶ (۹) ۲۸۳۵۳ (۱۰) ۱۲،۶۱۶

(۱۱) ۳۰۱،۷۹ (۱۲) ۲۹۷۸،۹ (۱۳) ۴۹۶،۸۸۸ام فیٹ

(۱۴) ۹۲،۷۶۹۳م فیٹ (۱۵) ۲۳۸۴۲،۲۳۶۲م فیٹ (۱۶) ۱۰۹۴، ۱۵ انچ

(۱۷) ۱۱۶،۱۵ افیٹ (۱۸) ۹۵۶،۸ فیٹ (۱۹) ۳۸۹۹۳م فیٹ

(۲۰) ۶۲۲۴۵۵م فیٹ (۲۱) ۱۶،۳۵۲۳م فیٹ (۲۲) ۴،۴۳۱۱ فیٹ

(۲۳) ۷۶۵،۵ فیٹ (۲۴) ۵،۸۰ انچ (۲۵) ۷۷،۱۶۷۵،۸ انچ

(۲۶) ۷۳۰۵،۳۹۵م فیٹ (۲۷) ۱۳۶ (۲۸) ۱۷۶ روپیہ ۴۴،۸ انچ

(۲۹) ۴۰۷،۰۱ (۳۰) ۶۶۸۵،۷ روپیہ (۳۱) ۲۸۵ روپیہ ۶۰۳۲،۱۱ آنہ

(۳۲) ۷۵۸۵م فیٹ (۳۳) ۸،۱۴ افیٹ (۳۴) ۱،۵۴ فیٹ

(۳۵) ۷۶۳۹،۴۵م فیٹ (۳۶) ۱۸۴،۹۳۹۲ (۳۷) ۸،۴۲۰۲م فیٹ (۳۸) ۲،۴۱۰ افیٹ

(۳۹) ۲۶۴۸،۱م فیٹ (۴۰) ۶۶۸،۳۸۲۹۶۸۸۱۲م فیٹ (۴۱) ۶۲،۱۷

(۴۲) ۴۷۳،۰۴م فیٹ (۵۱) ۱۹۱۲،۱۰۵۸م فیٹ (۵۲) ۸۴،۲ فیٹ

سترھوین فصل

(۱) ۱۲۵،۶۶۴ (۲) ۱۵۰،۷۹۶۸ (۳) ۷۴۷،۹۶۲۵

(۴) ۶۳،۳۴م فیٹ (۵) ۴۷،۹م فیٹ (۶) ۴۵،۸۱ فیٹ (۷) ۲۶،۹۶ فیٹ

(۸) ۷۵،۰۸ (۹) ۷۵،۱۱م فیٹ (۱۰) ۷۵۳۴،۷ فیٹ

(۱۱) ۵،۱۲۱ (۱۲) ۴۱،۱۵ افیٹ (۱۳) ۲۴۹۲م انچہ دفعہ ۱۲۲ دیکھو

(۱۴) ۳۵،۷۲م انچ (۱۵) ۱۰۰،۱م فیٹ دفعہ ۱۶۷ دیکھو (۱۶) ۲۴،۱۶م انچہ دفعہ ۹۹ دیکھو

(۱۷) ۴،۰۶۲۹م فیٹ (۱۸) ۰۵،۲۸م فیٹ (۱۹) ۲۵،۰۳۹م فیٹ

(۲۰) ۲۰٫۳۹۵ و ۷۸۴٫۶۶۸۶۴ م فیٹ (۲۱) ۶۱٫۴۶۴ (۲۲) ۲۸٫۵۴۶

(۲۳) ۹۱٫۰۵۹ (۲۴) ۱٫۱۸۰ (۲۵) ۱۴۸۹ م فیٹ

اٹھارہویں فصل

(۱) ۱۶۲ (۲) ۱۹۲ (۳) ۲۸۸ (۴) ۲۷ (۵) ۶۶٫۹۰۷ (۶) ۸٫۴۰۳ (۷) ۲۶۳٫۹

(۸) ۵۹٫۳۰۷ (۹) ۷۰٫۱۴۱ (۱۰) ۲۲٫۰۹۵۷ (۱۱) ٫۷۸۱۷ (۱۲) ٫۶۹۳۱

انیسویں فصل

(۱) ۳۲۴ (۲) ۴٫۳۱۵۳۶ م انچ (۳) ۱ انچ کو ۶۳ سے (۴) ۱ انچ کو ۶۶۰ سے

(۵) ۲٫۷ انچ (۶) ۶٫۳۳۶ انچ کو ایک میل سے (۷) ۱۱٫۸۳۲ و ۸۴۷٫۰۱۷ فیٹ۔

(۸) ۲۲۱ و ۲۳۸ و ۲۵۵ (۹) ۹۶٫۵۰ ر ۱۰۹٫۲ و ۱۴۵٫۶۰

(۱۰) مربع ۱٫۲۹۹ گنا مثلث سے ہے

(۱۱) مسدس ۱٫۱۵۴۷ گنا مربع سے

(۱۲) دائرہ ۱٫۲۷۳۲ گنا مربع سے (۱۳) دائرہ ۱٫۱۰۲۶ گنا مسدس سے

(۱۴) ۱۵٫۱۹۷ فیٹ (۱۵) ۶۱٫۲۳۷ فیٹ (۱۶) ۱۳٫۲۳۶ فیٹ

(۱۷) ۷٫۰۸۲ و ۸۶۴۹٫۹ و ۶۱۹٫۰۹ و ۱۱٫۱۶۴ و ۱۳٫۴ فیٹ

(۱۸) مثلث کا مجموعہ اضلاع ۱٫۱۴ گنا مربع کے مجموعہ اضلاع سے

(۱۹) ۲٫۶۳۸ فیٹ (۲۰) ۳٫۱۱۴ فیٹ۔

بائیسویں فصل

(۱) ۱۸ فیٹ ۱۶۶۴ انچ (۲) ۲۱۶ فیٹ (۳) ۱۰۷ فیٹ ۲۹۷ انچ

(۴) ۹۲۴۴ فیٹ ۲۱۶ انچ (۵) ۳۸ فیٹ ۱۹۲ انچ (۶) ۸۷ فیٹ ۸۱۰ انچ

(۷) ۲۰۰ فیٹ ۲۰۰ انچ (۸) ۳۹۹۳ فیٹ ۱۰۰۸ انچ (۹) ۶۸ فیٹ

(۱۰) ۲۰ فیٹ ۱۴۴۰ انچ (۱۱) ۳۲ فیٹ ۷۵۲ انچ

(۱۲) ۶۶ فیٹ ۱۲۹۶ انچ (۱۳) ۹ انچ (۱۴) ۳۲٫۴ انچ (۱۵) ۵ فیٹ (۱۶) ۵ فیٹ ۱۰ انچ

(۱۷) ۲۰م فیٹ (۱۸) ۴م فیٹ ۴۰ انچ (۱۹) ۷۱م فیٹ ۲ انچ (۲۰) ۴۳م فیٹ ۱۲۰ انچ

(۲۱) ۱۳۴۶ (۲۲) ۱۷۷۷ (۲۳) ۲۳۱۴ (۲۴) ۳۶۰۵

(۲۵) ۷۰ (۲۶) ۸۹ (۲۷) ۱۴۱ (۲۸) ۳۶۵

(۳۰) ۳۱٫۲۵۵۸۷۵ (۳۱) ۲۴ فیٹ (۳۲) ۱۵۳۶۰ (۳۳) ۳۸۴

(۳۴) ۴۰۰۰۰٫ ایک انچ کا (۳۵) ۳۵٫۳۱۴ (۳۶) ۱۴ پونڈ

(۳۷) ۱۱۶۱۰۹ اونس (۳۹) ۳۱۴½ (۴۰) ۰٫۳ انچ

(۴۱) ۲۹۱۶۰۰ (۴۲) ۶۱۹۶ (۴۳) ۶۸۱۰½ (۴۴) ½ پونڈ و ½ پونڈ

(۴۹) ۹ مکعب فیٹ (۵۰) ۳ فیٹ ۶ انچ (۵۲) ۲۶٫۱ فیٹ (۵۳) ۲۴٫۱۴ فیٹ

(۵۴) ۱۵٫۳۱۰۳ انچ (۵۵) ۲۹۷٫۳ فیٹ (۵۶) ۲۰ انچ

تیئیسویں فصل

(۱) ۱۵ فیٹ ۱۰۵۰ انچ (۲) ۶۲ فیٹ ۷۲۹ انچ

(۳) ۱۰۹ فیٹ ۱۳۳ انچ (۴) ۱۹۴ فیٹ ۳۶۳ انچ (۵) ۱ فیٹ ۱۶۲ انچ

(۶) ۲ فیٹ ۱۰۵۶ انچ (۷) ۵ فیٹ ۴۰ انچ (۸) ۱۱ فیٹ ۱۴۵۲ انچ

(۹) ۴۳٫۹۸۲۴ (۱۰) ۸۳٫۴۴۸۷۵ (۱۱) ۲۲۱٫۲۸۶۴۵

(۱۲) ۵۶۹٫۶۷۶۸ (۱۳) ۳۳ انچ (۱۴) ۴۴ انچ (۱۵) ۷۴ انچ

(۱۶) ۳۵ انچ (۱۷) ۷۹٫۷ انچ (۱۸) ۲۱۷۳۲٫۱ فیٹ

(۱۹) ۸۰۲۷٫۱ فیٹ (۲۰) ۶۳۳٫۲ فیٹ (۲۱) ۲۳ (۲۲) ۴۰۹

(۲۳) ۳۹۱۶ (۲۴) ۱۱۰۱۳ (۲۵) ۱۸۰۰ مکعب فیٹ۔

(۲۶) ۳۳۳۳۳۱۱۷½ (۲۷) ۱۴۴۰۰۰ (۲۸) ۱۳۴۶۱

(۲۹) ۵٫۱۵۶۲ فیٹ (۳۰) ۸۹ (۳۱) ۲۱۲٫۰۶ (۳۲) ۵۵۱۴

(۳۳) ۱۷۴۵٫۳ (۳۴) ۴۸۹ (۳۵) ۶ روپیہ ۸ ۹ پائی

(۳۶) ۶ روپیہ ۱۱ ر (۳۷) ۸ روپیہ ۵ ر ۶ پائی (۳۸) ۱۰٫۶۱ انچ

(۳۹) ۸۸۰۰۹۱۱ فیٹ (۴۰) ۴۴۲۰۲۳۵ فیٹ (۴۱) ۹۸٫۱ مکعب فیٹ

(۴۲) ۹۰۹۸۶٫۷ فیٹ (۴۳) ۱۵۷۹۶٫۷۱ مکعب فیٹ (۴۴) ۳۷۳ پونڈ

(۴۵) ۴۵۶ پونڈ (۴۶) ۴ پونڈ ۷ شلنگ ۳ پنس (۴۷) ۷۶۴۴۲٫۸ پونڈ

(۴۸) ۳۳۴ مکعب انچ (۴۹) ۸۹۵٫۲ مکعب فیٹ (۵۰) $\frac{۱}{۱۴}$ مکعب انچ کا

(۵۱) ۹۰ مکعب فیٹ (۵۲) ۴۵٫۳۳ انچ (۵۳) ۶۴٫۶ فیٹ

(۵۴) ۱۵٫۵۵ انچ (۵۵) ۹۲۷٫ فیٹ (۵۶) ۶۱٫۵ انچ

چوبیسویں فصل

(۳) ۳٫۹۴ (۴) ۲٫۱۵ (۵) قریب ایک کے

(۶) ۶٫۳۹۱ (۷) ۵٫۱۰۴۱ (۸) ۷٫۲ (۹) ۷٫۳۶ (۱۰) ۴۸٫۳ انچ

پچیسویں فصل

(۱) ۶ فیٹ ۲۶۲ انچ (۲) ۱۷ فیٹ ۶۹۸ انچ

(۳) ۲۳ فیٹ ۴٫۷ انچ (۴) ۵۴ فیٹ ۱۱۲۱ انچ (۵) ۶۹۵٫۱۹

(۶) ۷۸۵٫۸۳ (۷) ۸۹۷٫۶۹۰ (۸) ۱۷۵٫۱۸۷۳۲

(۹) ۵۵۷٫۱۶ (۱۰) ۱۴۱٫۶۴ (۱۱) ۵۰۹٫۹۷ (۱۲) ۲٫۷۴۰۱ (۱۳) ۷ فیٹ ۳ انچ

(۱۴) ۱۲ فیٹ ۹ انچ (۱۵) ۴۰ فیٹ (۱۶) ۳۲ فیٹ ۳ انچ

(۱۷) ۹۷۹٫۷ انچ (۱۸) ۶۸۴۶٫۲ فیٹ (۱۹) ۲۶۱۲٫۳ فیٹ

(۲۰) ۳۲۸۵۳٫۴ فیٹ (۲۱) ۵٫۳۹۲۷۰۴ فیٹ (۲۲) ۶۶۶۶۶۶ $\frac{۲}{۳}$ مکعب فیٹ

(۲۳) ۸۴۴٫۲۶۰۲ مکعب (۲۴) ۱۹۲۰۰۰ مکعب فیٹ (۲۵) ۴٫۴۹۴۳ مکعب فیٹ

(۲۶) ۹٫۴۱۱۶ مکعب فیٹ (۲۷) ۴۶۳ مکعب فیٹ (۲۸) ۱۸٫۴۷۱ ۳ مکعب فیٹ

(۲۹) ۵٫۱۳۲۳ مکعب فیٹ (۳۰) ۸٫۱۹۳ مکعب فیٹ (۳۱) ۹۲۸٫۹۲۳۳ مکعب فیٹ

(۳۲) ۵٫۲۳۱ مکعب فیٹ (۳۳) ۲٫۵۶۲۶ (۳۴) ۱۶۱۴٫۳۱

(۳۵) ۸۶٫۱۰۱ مکعب فیٹ (۳۶) ۴۴٫۳۶۱ مکعب فیٹ (۳۷) ۶۲۴٫۱۰ فیٹ

(۳۸) ۳۶۳۷۳٫۰۷ (۳۹) ۱۶۶ ۲/۳ مکعب فیٹ (۴۰) ۲۷۰۸ مکعب انچ

(۴۱) ۳۴۶۶۱۴۵ (۴۲) ۱۱۷۳٫۴۶ مکعب فیٹ

چھبیسوین فصل (۱) ۱۲٫۲۵ (۲) ۱۱٫۲۲۷ (۳) ۳۰٫۲۲۷۵

(۴) ۴۰٫۲۱۶ (۵) ۲۰۳٫۱۸۱۸۶ (۶) ۵۰۱٫۷۲۹۲ (۷) ۷۱۴٫۱۷۳۶

(۸) ۱۰۳۸٫۴۳۴۶۶ (۹) ۹۱۷٫۳۴۷۲ (۱۰) ۶۰۲ روپیہ

(۱۱) ۳۳۳٫۳۷ مکعب فیٹ (۱۲) ۷۶۰۰ مکعب (۱۳) ۳۲٫۲۴۸۴ مکعب فیٹ

(۱۴) ۶۵ (۱۵) ۱۶۰۸٫۵ مکعب فیٹ (۱۶) ۸٫۷۴۲ و ۱۳٫۰۲ مکعب فیٹ

(۱۷) ۲۷۸۸۷۳٫۵ و ۸٫۱۲ ۳۰۵۴ و ۴۹٫۱۶۰ ۳۳۳

(۱۸) ۶٫۲۷۱۱ و ۲۰۸٫۱۴ مکعب فیٹ

ستائیسوین فصل (۱) ۱۲۲۰ مکعب انچ (۲) ۲۱ مکعب فیٹ

(۳) ۲۴۰ ۳ مکعب انچ (۴) ۳۴۱۶۴ مکعب انچ (۵) ۵۸۸ مکعب انچ

(۶) ۴۰۰ مکعب انچ (۷) ۹٫۹۹۵ مکعب انچ (۸) ۴۶۲٫۱۱۵۵ مکعب انچ

(۹) ۱۰۰۸ و ۲۸۷ مکعب انچ (۱۰) ۲۰۴ و ۸۰۴ مکعب انچ

اٹھائیسوین فصل (۱) ۴۴۷۰۰۰ مکعب (۲) ۳۲۰۰۰۸ مکعب انچ

(۳) ۷۶۰۵۲۱ مکعب انچ (۴) ۱۰۳۱۱۰ (۵) ۳۳۶۶۰۰

(۶) ۱۲۶ ۲/۳ و ۱۹۸ ۲/۳ مکعب فیٹ (۷) ۳۷۴ و ۳۷۱ و ۲۸۱ مکعب فیٹ

(۸) ۴۸۰ و ۲۰۷ مکعب فیٹ (۹) ۲۶۱ ۱/۳ و ۸۵۴ ۱/۳ مکعب انچ

(۱۰) ۲۵۰ و ۶۷۰ و ۶۰۷ مکعب انچ (۱۲) ۱۴۴ و ۵۸۴ مکعب فیٹ

اونتیسوین فصل (۱) ۹۶٫۹۶ مکعب انچ (۲) ۱٫۶۸۲ مکعب فیٹ

(۳) ۲٫۲۳۸۷ مکعب فیٹ (۴) ۲٫۷۹۷۱ مکعب فیٹ (۵) ۳۵٫۶۵

(۶) ۸٫۶۵ (۷) ۱۶٫۸۹ (۸) ۲۹٫۱۸ (۹) ۳۱٫۹۴

(۱۰) ۱۵۴ر۹۹ (۱۱) ۳۴۴ر۰۱ (۱۲) ۱۲۳۹ر۰۰ (۱۳) ۲۰ر۷۳ (۱۴) ۲۷۲ منٹ

(۱۵) ۱۹۷ر۹۲۰۸ مکعب فیٹ (۱۶) ۶۴۹۴ پونڈ

(۱۷) ۴۳ر۴۱۲ مکعب انچ (۱۸) ۱۴ سیر ۱۳½ چھٹانک (۱۹) ۴۳۲ر۲۲۷ اونس

(۲۰) ۲ر۹۹۳ سیر (۲۱) ۶ر۳۶ سیر

(۲۲) ۱۳ر۹۴ پونڈ (۲۳) ۱۱۱ر۱۸ پونڈ (۲۴) ۵۲۲ر۶۷ اونس

(۲۵) ۲۹۲۶ر۲ اونس (۲۶) ۶۱۱ر۱۲ پونڈ (۲۷) ۵۴۹ پونڈ

(۲۸) ۲۰ر۶۸۷۵ پونڈ (۳۰) ۱ر۲۴۴ پونڈ (۳۱) ۲ انچ (۳۲) ۳ انچ

(۳۳) ۱۹ر۲۸ انچ (۳۴) ۶۵ر۴۵ مکعب انچ (۳۵) ۴۹ گنے کے قریب

(۳۶) ۱۶ر۱۲ انچ (۳۷) ۲۴ر۸۱۴ انچ (۳۸) ۱۶ر۶۴ انچ

(۳۹) ۶ر۵۰۷۶ انچ (۴۰) ۱۴ انچ (۴۱) ۴ انچ کے قریب (۴۲) ۱۰ر۰۳ انچ

تیسویں فصل

(۱) ۵۴ر۶۹۳۸۴ مکعب انچ (۲) ۲۰۷۳ر۴۵۶ مکعب فیٹ

(۳) ۴۴۹۸ر۳۲۶ مکعب فیٹ (۴) ۹۵ر۶۷ مکعب فیٹ

(۵) ۲۳۴ر۵۷ مکعب فیٹ (۶) ۱۵ر۰۵۴ مکعب فیٹ

(۷) ۲۰۷۷ر۶۴ مکعب فیٹ (۸) ۲۰۵ر۲۵ مکعب فیٹ

(۹) ۵ر۴۶۵ ۳ر۴۳۵۳ مکعب فیٹ (۱۰) ۲۲۶۱ر۹۵۲۷۹۱ر۶۸۳۲ مکعب فیٹ

(۱۱) ۳۷۵ر مکعب انچ (۱۲) ۳۰ر۱۵

(۱۳) دو ۹۰ر۹۶۹ مکعب فیٹ کے ایک ۸۷ر۳۰۱ مکعب فیٹ کے

(۱۴) دو ۱ر۵۳۳ مکعب انچ کے دو ۲ر۷۳۷ مکعب انچ کے

(۱۵) ۱ر۶۷۳ مکعب انچ (۱۶) ۵ر۴۳۸۶۲ مکعب انچ (۱۷) ۱۴۳

اکتیسویں فصل

(۱) ۶۶ر۴۸۸۱ مکعب انچ (۲) ۰۶ر۸۰۵ مکعب فیٹ (۳) ۳۰

(۴) ۵۶ر۴۸ مکعب فیٹ (۵) ۹۳۳۳ مکعب انچ

بتیسویں فصل (۱) ۲۰ر۱۲۵ پونڈ (۲) ۵۸۳۲۰ پونڈ

(۴) ۷۵ر۱۶۸ و ۲۵ر۲۳۱ مکعب انچ (۵) ۸۲۲۰ر۵ انچ (۶) ۳۲۰ر۸ فیٹ

(۷) ۴۴۷۷ر۲ فیٹ (۸) ۱ر۹۲۶۵ و ۵۶۳۵ر۳ فیٹ

تینتیسویں فصل (۱) ۷۰۳م فیٹ ۷۲ انچ (۲) ۸۰م فیٹ ۹۶ انچ

(۳) ۴۰۲م فیٹ ۱۴۲ انچ (۴) ۲۶۰م فیٹ ۶ انچ (۵) ۷۰م فیٹ

(۶) ۶۳م فیٹ (۷) ۷۳م فیٹ ۴۰ انچ (۸) ۸۸م فیٹ ۱۰ انچ

(۹) ۱۰۰م فیٹ (۱۰) ۵۲۰م فیٹ (۱۱) ۱۵م فیٹ ۹۶م انچ

(۱۲) ۷۷م فیٹ ۱۳۲ انچ (۱۳) ۴۲م فیٹ ۷۴ انچ

(۱۴) ۸۴م فیٹ ۱۲۸ انچ (۱۵) ۶۶م فیٹ ۱۱۶ انچ

(۱۶) ۱۲۲۷م فیٹ ۸۴ انچ (۱۷) ۹۸۵م فیٹ ۱۲۰ انچ

(۱۸) ۸۸۴۲م فیٹ ۱۲۸ انچ (۱۹) ۱۸م فیٹ

(۲۰) ۸۴م فیٹ ۹۰ انچ (۲۱) ۳۰م فیٹ ۸۴ انچ

(۲۲) ۴۰م فیٹ ۵۲ انچ (۲۳) ۱۰۴م فیٹ ۸۴ انچ

(۲۴) ۲ر۳۷۱م فیٹ (۲۵) ۲۸۸۸ر۸۸م فیٹ (۲۶) ۲۱۹۷ مکعب انچ

(۲۷) ۳۰۸۳ر۶م فیٹ (۲۸) ۲۱۹ر۵۲ مکعب انچ (۲۹) ۱۳ر۱۹۱م انچ

(۳۰) ۶۴۸۷ر۴۴م فیٹ (۳۱) ۱۹۰م فیٹ ۹۶ انچ (۳۲) ۶م فیٹ۔

(۳۳) ۱۳۸۰ و ۱۲۹۶م انچ (۳۷) ۵۰۰ (۳۸) ۶ر۵۶۶

(۳۹) ۲۲ر۴۷۶ (۴۰) ۹۷ر۶۲۴ (۴۱) ۳۵ر۴۸۵ (۴۲) ۶۰۰

(۴۳) ۹۶ر۶۲۹ (۴۴) ۹۲ر۶۳۴ (۴۵) ۰۵ر۶۷۳ (۴۶) ۴۶ر۶۹۳

چونتیسویں فصل (۱) ۸۲۴۱م انچ (۲) ۴۵۶۱م انچ

(۳) ۹۲ر۴۹۳۲م انچ (۴) ۹۸ر۷۷۵۲م انچ (۵) ۶۲۴ر۲۰۱۰م فیٹ

(۶) ۶۲٫۸۳۲م فیٹ (۷) ۱۸۶٫۹۲۵۲ام فیٹ (۸) ۱۱۰۵٫۸۴ام انچ

(۹) ۷۳٫۶۶۲ام فیٹ (۱۰) ۲۱۴٫۶۷۳م فیٹ (۱۱) ۱۹٫۲ انچ

(۱۲) ۴٫۷۷۵ام انچ (۱۳) ۱۲٫۶۶۶ انچ (۱۴) ۱۳٫۵۴۱ انچ

(۱۵) ۲۱٫۰۹۴ انچ (۱۶) ۲٫۶ (۱۷) ۱۹٫۶۳۵ام فیٹ

(۱۸) ۳٫۸۲ انچ (۱۹) ۶۲۸٫۳۲م انچ (۲۰) ۵۴٫۶۰۹م انچ

(۲۱) ۴۳۷۵ (۲۲) ۴۵۹۳ (۲۳) ۴۶۳۰ (۲۴) ۳۹۰۷

(۲۵) ۵۰۵۵ (۲۶) ۵۸۳۳ (۲۷) ۵۵۱۲ (۲۸) ۶۹۴۴

(۲۹) ۵۶۰۸ (۳۰) ۸۰۰۸ (۳۱) ۶۰۰و۵۸۶م فیٹ (۳۲) ۱۸۶۸۳ام انچ

پینتیسوین فصل

(۱) ۹۸٫۳۵۷م انچ (۲) ۳۲٫۶۲۸م انچ

(۳) ۵۹٫۱۸۳۵م انچ (۴) ۸۰ (۵) ۱۸٫۱۱۷ (۶) ۱۳٫۰۳

(۷) ۲۵۶٫۶۱ (۸) ۵۳٫۸۶۸ (۹) ۴٫۶۸۵

(۱۰) ۹۸٫۸۹۷ (۱۱) ۱۵٫۹۲ انچ (۱۲) ۶۴٫۴ انچ

چھتیسوین فصل

(۱) ۵٫۱۵۷ (۲) ۱۲۷۳ (۳) ۳۷٫۱۵۸۳

(۴) ۳۴۱۸٫۰۶ (۵) ۲۰۳۵٫۷۶ (۶) ۵۴۹٫۷۸ (۷) ۲۵٫۱۱۵۹

(۸) ۱۷۰۹٫۰۳ (۹) ۲۱۰۸٫۰۱ (۱۰) ۶۷۳۸٫۷۳ (۱۱) ۴٫۷۲۳۰۶

(۱۲) ۸۷۱۵٫۷ (۱۳) ۳۷٫۶۹۹ (۱۴) ۸۵٫۴۵۲ (۱۵) ۲۹۷۰۹۳

(۱۶) ۳۸٫۵۲۷ (۱۷) ۱٫۹۶۳۳ (۱۸) ۲۱۲۳۸۰۳ (۱۹) ۲٫۱۳۷۸

(۲۰) ۳۸٫۴۳۳۲ (۲۱) ۱۳۰ انچ (۲۲) ۲۲٫۸۳۱ (۲۳) ۴۶۵٫۲ فیٹ

(۲۴) ۲٫۷۲۹ فیٹ (۲۵) ۵۲ انچ (۲۶) ۵۳۳۸٫۱ فیٹ

(۲۷) ۰۹۲۵٫۱ فٹ (۲۸) ۰۹۹۸٫۱ فٹ (۲۹) ۲۸ گز کے قریب

(۳۰) ۲۲۷ گز کے قریب (۳۱) ۶۲٫۶۸۸ (۳۲) ۹۰٫۴۶

(۳۳) ۶۵،۱۴۷ (۳۴) ۶۲،۶۰۰ (۳۵) ۶۰،۰۷۴

(۳۶) ۳۳۹۰۹ (۳۷) ۲۸۷۰۱ (۳۸) ۲۸۱۷۲

(۳۹) ۴۷۳۳۵ (۴۰) ۶۰۱۵۴

سینتیسویں فصل

(۱) ۱۷۶م انچ (۲) ۲۷۳م انچ

(۳) ۲۵۱،۳۲۸م انچ (۴) ۹۴،۲۴۸م فیٹ (۵) ۱۱۰۲،۷۰م فیٹ

(۶) ۹۴۷۶،۰۹م انچ (۷) ۸۹،۴۱م فیٹ (۸) ۹۶،۳۵م فیٹ

(۹) ۱۸۵،۹۷م فیٹ (۱۰) ۲۲۹،۰۹م انچ (۱۱) ۸۰،۱۱م فیٹ

(۱۲) ۱۳۹،۴۹م فیٹ (۱۳) ۲۴۱۲،۷۵م انچ (۱۴) ۳۴۱۰،۰۶م انچ

(۱۵) ۴۰،۸۴ (۱۶) ۱۷۱،۲۲ (۱۷) ۴۲۷،۲۶

(۱۸) ۱۷۴،۵۱۵ (۱۹) ۱۷۷۲،۲۲۸ (۲۰) ۱۰۵ کے قریب

اٹھتیسویں فصل

(۱) ۱۶،۱۴۱۳م انچ (۲) ۴۴،۲۷۲۸م انچ

(۳) ۱۸،۰۶۲۱م فیٹ (۴) ۳۲،۱۲۰۱م انچ (۵) ۵۰۹۳،۰۵م فیٹ

(۶) ۸۰،۳۱۳م فیٹ (۷) ۲۸۴،۱۱ انچ (۸) ۵۱۳۵،۴ فیٹ

(۹) ۸۰۶،۴ فیٹ (۱۰) ۱۰۴،۴۸ مکعب فیٹ (۱۱) ۵۴۲،۳۳ مکعب فیٹ

(۱۲) ۵۱۳،۴۷۹ مکعب فیٹ (۱۳) ۸۰۰۱۴ مکعب فیٹ

(۱۴) ۱۳،۷۴ مکعب فیٹ (۱۵) ۴۹۸۳،۵۷م فیٹ

(۱۶) اسطوانہ ۶،۱۴۱۳ مکعب انچ کرہ ۸،۱۸۸۴ مکعب انچ

(۱۷) مکعب ایک مکعب فیٹ کرہ ۲۰۳،۱ مکعب فیٹ

(۱۸) اسطوانہ ۲۸۲،۶ مکعب کرہ ۶۹۵،۰ مکعب فیٹ

(۱۹) مکعب ۶م فیٹ کرہ ۳۶۸،۴م فیٹ

(۲۰) اسطوانہ ۹۶۴۸،۱م فیٹ کرہ ۶۶۴،۶۱م فیٹ

اڑتالیسویں فصل

(۱) ۸۰۵۰م انچ (۲) ۵۴م فیٹ

(۳) ۸۷ر۴۰۹۰م انچ (۴) ۹ر۰۰۹۴م فیٹ (۵) ۳۲۶۳ر۳۱۶۳ام فیٹ

(۶) ۲۲ر۱۲۳۱۲م انچ (۷) ۶۵۲۷ر۳۳۱۳م فیٹ (۸) ۸۷ر۱۹۹۹م انچ

(۹) ۶۹۶۸ر۹۳۰۱م فیٹ (۱۰) ۷۹۸ر۸۲۳۱م انچ

(۱۱) ۶۳۹۸ر۸۰۳م فیٹ (۱۲) ۹۷ر۷۶۸م فیٹ

(۱۳) ۴۴۲۴۸ر۰۵۷م فیٹ (۱۴) ۴۴۱۶ر۷۷۱۶۱م انچ

(۱۵) ۳۴۳۴ر۸۰۳م فیٹ (۱۶) ۴۹۸ر۱۲۲م انچ (۱۷) ۱/۸۲

(۱۸) ۴۷/۵۴ (۱۹) ۱/۷ نصف قطر کا (۲۰) ۱/۴ نصف قطر کا۔

چالیسویں فصل

(۱) ۷۷ روپیہ ۱۰ر (۲) ۱۶۵۶ روپیہ (۳) ۱۸۳۶ روپیہ ۲ر ۸ پائی

(۴) ۵۶۶ روپیہ ۹ر (۵) ۴۲ روپیہ ۸ر (۶) ۳ ۱/۴ فیٹ لمبا

(۷) ۸۷۳ روپیہ ۳ر (۸) ۱۸۶ سیر ۱ چھٹانک (۹) ۴۳ ۳/۴

(۱۰) ۱۲ پونڈ ۶ شلنگ ۵ ۱/۴ پنس (۱۱) ۷۴ روپیہ ۲ر کے قریب (۱۲) ۱۸۰ روپیہ

(۱۳) ۱۱۵ روپیہ ۸ر (۱۴) ۴۳۴ روپیہ ۱۵ر (۱۵) ۸۲ روپیہ ۸ر

(۱۶) ۵۰۰ روپیہ (۱۷) ۱۲۰ روپیہ (۱۸) ۵۵۵۰

(۱۹) ۹۶ روپیہ ۴ر (۲۰) ۳۳۹ روپیہ ۸ر

اکتالیسویں فصل

(۱) ۶۲ر۵ (۲) ۴ر۳ (۳) ۱۰۲ روپیہ ۸ر (۴) ۲۱۶ ۲/۳

(۵) ۱۸ روپیہ ۸ر (۶) ۵۷ روپیہ ۸ر (۷) ۱۲۰۰ (۸) ۴۶ پونڈ ۱۰ شلنگ

(۹) ۲۵ پونڈ ۸ پنس (۱۰) ۶۲ پونڈ ۱ شلنگ (۱۱) ۱۲۶ روپیہ (۱۲) ۱۲ روپیہ ۸ر

(۱۳) ۱۰۰ ۱/۴ (۱۴) ۱۲۶ روپیہ (۱۵) ۴۱ روپیہ (۱۶) ۱۶۲ روپیہ

بیالیسویں فصل

(۱) ۹۳ ۳/۴ (۲) ۱۱۷ (۳) ۱۶۱ (۴) ۸۷ ۱/۴

(۵) ۱۲ ۱/۲ (۶) ۱۶ ۲/۳ (۷) ۱۲۸ ۱/۴ (۸) ۱۲۸ ۱/۲ (۹) ۶۵ ۵/۸

(۱۰) ۹۶ ۴/۵ (۱۱) ۹۸٫۴۷۶ (۱۲) ۶۲٫۸

تینتالیسویں فصل (۱) ۱۱۰٫۸۷ (۲) ۸۸٫۱۸ (۳) ۱۰۸٫۵۴

(۴) ۵۴٫۲ (۵) ۱۰۸٫۷ (۶) ۹۰٫۰۳ (۷) ۱۱۲٫۴۳

(۸) ۳۵٫۱۵ (۹) ۲۳٫۴۹ (۱۰) ۱۵٫۹۸

چوالیسویں فصل (۱) ۵۷٫۹۷ ایکر (۲) ۶۲٫۲۶ ایکر

(۳) ۵۶٫۲۸۳ ایکر (۴) ۷٫۱۶۵ ایکر (۵) ۱٫۱۴۳۵ ایکر

(۶) ۱٫۱۱۷۵ ایکر (۷) ۷۶۶ مربع کڑی (۸) ۱۱۵۱ مربع کڑی

(۹) ۲۳۰۰ م کڑی (۱۰) ۵۶۴۰ م کڑی (۱۱) ۱۱٫۳ ایکر

(۱۲) ۳٫۶۱۱۳۵ ایکر (۱۳) ۲٫۶۶ ایکر

(۱۴) ۸٫۷۷۱۲۷ ایکر اور زاویہ اب س ۹۰° کا معلوم ہوگا اور اس د ۹۰° کا

(۱۵) ۱۶٫۲۴۴۲۵ ایکر (۱۶) ۵٫۰۲۹۲۲ ایکر

اڑتالیسویں فصل (۱) ۹ م فیٹ (۲) ۱۶ م فیٹ ۸ مسطح اولے (۳) ۹ م فیٹ ۲ مسطح اولے

(۴) ۱۶ م فیٹ ۲ مسطح اولے ۹ انچ (۵) ۲۶ م فیٹ ۱۱ مسطح اولے ۱۰ انچ

(۶) ۲۰ م فیٹ ۱ مسطح اولے ۵ انچ (۷) ۱۳ م فیٹ ۱۰ مسطح اولے ۱۰ انچ

(۸) ۱۵ م فیٹ ۸ مسطح اولے ۸ انچ (۹) ۱۴ م فیٹ ۱۰ مسطح اولے ۴ انچ ۱۰ واں

(۱۰) ۲۲ م فیٹ ۷ مسطح اولے ۴ انچ بارہواں ۱۱ (۱۱) ۱۳ مکعب فیٹ ۶ مجسم اولے

(۱۲) ۳۳ مکعب فیٹ ۹ مجسم اولے (۱۳) ۳۴ مکعب فیٹ ۴ مجسم اولے

(۱۴) ۳ مکعب فیٹ ۱۰ مجسم اولے ۸ مجسم ثانی (۱۵) ۱۲۳ مکعب فیٹ ۶ مجسم ثانی ۹ انچ

(۱۶) ۱۸۷ مکعب فیٹ ۲ مجسم اولی ۲ انچ

اونچاسویں فصل (۱) ۱۲۴۱۱٫۴۷ میٹر (۲) ۱۲ ہیکٹر ۵۶٫۳۹ ایر

(۳) ۱۹۰٫۵۷۶ ایر (۴) ۷۳٫۴۴ (۵) ۴٫۰۲ (۶) ۵٫۲۳ (۷) ۴۶۹۲

(۸) ۵۱ (۹) ۱۷۲ (۱۰) ۳۱ء۴۱۶ (۱۱) ۱۰۴ (۱۲) ۲۵۴ (۱۶) ۲ء۰۶۲ میٹر

(۱۷) ۱ء۱۰۸ میٹر (۱۸) ۰ء۹۸ میٹر

متفرقات مثالوں کے جواب

(۱) ۷۹ فیٹ (۲) ۸ ۱/۳ (۳) ۱۰ ایکڑ و ۹۰ ایکڑ (۴) ۵۰ فیٹ ۴ انچ (۵) ۹۷۲م گز

(۶) ۱۷ روپیہ ۸ ر (۷) ۵۲ روپیہ ۸ ر (۸) ۱۴۱۴ روپیہ (۹) ۳ء۹۶ ایکڑ

(۱۰) ۲۳ فیٹ ۲۷ فیٹ (۱۱) ۵/۶ میل (۱۲) ۱۹۳۶۰۰ (۱۳) ۲۰ ، انچ

(۱۴) ۶۰ فیٹ ۹ انچ (۱۵) ۸ء۱۳ منٹ (۱۶) ۸ روپیہ ۵ ر ۴ پائی

(۱۷) ۸۰ روپیہ ۱۰ ر (۱۸) ۶ گز (۱۹) ۳ء۵۵۶۸ ایکڑ (۲۰) ۱۷۵۶۰۲

(۲۱) ۲۱۰م فیٹ (۲۲) ۱۱۲۰ گز ۲۶۲ ایکڑ ۱ روڈ ۲۶ پول ۳ ۱/۲م گز

(۲۳) ۵۸ فیٹ ۱۰ انچ (۲۴) ۸۰۰ گز و ۳۱۶ء۲۲۸ گز (۲۵) ۱۵ روپیہ ۱۵ ر ۲ ۱/۲ پائی

(۲۶) ۱۶ روپیہ ۱۵ ر ۶ پائی (۲۷) طول ۱۰ ۱/۲ گز عرض ۳ ۱/۲ ارتفاع ۴ گز

(۲۸) ۶۸۴۳م فیٹ (۲۹) ۶۴۵م فیٹ ۱۳ فیٹ (۳۰) ۱۰۲ فیٹ

(۳۱) ۱ ۱/۲ انچ (۳۲) کچھ زیادہ ۱۳ ۳/۸ سے (۳۳) ۲۴۳ انچ

(۳۴) ۳۶۰ء۵۵۵ گز و ۳۳۶۰۰م گز (۳۵) ۳۸۰ روپیہ ۶ ر

(۳۶) ۲۸ روپیہ ۱۲ ر اور چوگنا اسے (۳۷) ۵۰م گز

(۳۸) ۱۵۰م فیٹ ۲۰۰م فیٹ (۳۹) ۹ء۴۶۱۲ ایکڑ (۴۰) ۲۶ ۲/۳ فیٹ

(۴۱) ۱۲ فیٹ (۴۲) ۱۸ فیٹ ۲ ۱/۳ انچ (۴۳) ۵۹۴ گز

(۴۴) ۲۲۷ روپیہ ۱۴ ر ۱۱ ۳/۱۴ پائی (۴۵) ۶۲۴۶ روپیہ (۴۶) ۶۲ روپیہ ۱۱ ر

(۴۷) ۲۱ فیٹ طول ۱۰ ۱/۲ فیٹ عرض ۱۰ فیٹ ارتفاع (۴۸) ۱۳۳۸۳۷م فیٹ

(۴۹) ۲۰۷م فیٹ (۵۰) ۱۵ انچ ۱۸ ۳/۴ انچ (۵۱) ۱۷ روپیہ (۵۲) ۳۷ فیٹ ۷ ۱/۴ انچ

(۵۳) ۱۰ء۰۹۳۶ گز (۵۴) ۳۵۰۸۹۸۶۴ روپیہ ۹ ر (۵۵) ۳ روپیہ ۱ ر ۳ ۵/۱۴ پائی

(۵۶) ۸۱۹۲۰ (۵۷) ۳۲،۱۴۱ اگز (۵۸) ۹۷ روپیہ ۱۵ ر

(۶۱) ۳۶۰۰ (۶۲) ۵ انچ (۶۳) ۱۳۰۲ ۱/۴ سیر

(۶۴) ۲۷۵۶۲۵ (۶۵) ۴ فیٹ (۶۶) ۳۳۴۹ ۱/۲ پونڈ

(۶۷) ۳۲۰ ۷/۱۸۱ و ۱۴۵۹ (۶۸) ۲۰۷۰۵،۳ و ۱۴ روپیہ ۷ ر (۶۹) ۵،۴۴

(۷۰) ۱۴۷ مکعب فیٹ (۷۱) ۱۲۲۸ (۷۲) ۲۵ انچ

(۷۳) ۴۸۰ (۷۴) ۲۵ فیٹ ۴ انچ

(۷۵) ۲۲،۲۲ انچ (۷۶) ۱۰۸ فیٹ ۱۴۴،۱۳۱۵ مکعب فیٹ

(۷۷) ۱۴۱۴،۳ مکعب فیٹ (۷۸) ۴،۷۵۳ پونڈ (۷۹) ۱۱ پونڈ ۴ پنس اور ۲ پونڈ ۱۲ شلنگ ۳ پنس

(۸۰) ۳ ۳۱ اور اکی (۸۱) ۵ فیٹ (۸۲) ۱۷۶۷۸۶ (۸۳) ۲۱

(۸۴) ۲۷ انچ (۸۵) ۱۲ شلنگ ۳ پنس (۸۶) ۶۸۹ (۸۷) ۲ فیٹ ۶ انچ

(۸۸) ۶۹۹۲،۷۳ مکعب انچ ۴۸۹۳،۷۵م انچ (۸۹) ۳۰۴ مکعب انچ

(۹۰) ۴،۷۵۱۱ مکعب انچ (۹۱) ۶۷۱ (۹۲) ۱۹۶۹ پونڈ

(۹۳) ۷۰۰۹ انچ (۹۴) ۶۳۸ (۹۵) ۲۸ ۱/۲ و ۴۲۷ ۱/۲ پونڈ

(۹۶) ۵۲ روپیہ (۹۷) ۳۷۸۰ پونڈ ۵۹۱۵۹ (۹۸) ۴ ۱/۲ انچ

(۹۹) ۲۸۵۹۲،۳۵م فیٹ (۱۰۰) ۳ ۳/۴ (۱۰۱) ۵۱۲

(۱۰۲) ۲۷ و ۲۸ و ۱۲ فیٹ (۱۰۳) ۹۰۱۹ انچ (۱۰۴) چوگنا

(۱۰۵) ۴۲۳۰۷۹۱ (۱۰۶) ۱۳۰۳۰۱،۱ پہلے حجم کے (۱۱۱) ۸۰۵ ۱/۲

(۱۱۲) ۱۰۲۰۹ روپیہ ۶ ر (۱۱۳) ۲۱ ۳/۳ انچ (۱۱۴) ۱۲۸۰۰ سیر

(۱۱۵) ۶،۱۸۸۵ مکعب فیٹ (۱۱۶) ۵۶۵،۴۸۸ مکعب فیٹ (۱۱۷) ۲،۱۴۲ فیٹ

(۱۱۸) ۲۷۲،۴۳،۱۰۷ مکعب فیٹ (۱۱۹) ۴۴ پونڈ ۷ اونس (۱۲۰) ۱۲،۰۳۶ مکعب فیٹ

(۱۲۱) ۲۲ ۱/۲ مکعب فیٹ (۱۲۲) ۵۸۰۸۰۰ پونڈ (۱۲۳) ۹۰۰

نمبر	نام کتاب		
۱۰	ذخیرہ کافی اسمین ہندوستان کی تمام یونیورسٹیون کے سوالات امتحانی علم حساب انٹرنس کلاس سکے مع شرح وسوالات انتخابیہ وبعض اصول و قواعد مولفہ مولوی احمد سعید صاحب مدرس ریاضی ڈسٹرکٹ اسکول دہلی	۶ر	۱ر
۱۱	انتخاب منتہی الحساب حصہ دوم	۲ر	۰ر
۱۲	رسالہ کسور عشاریہ وجذر وجذر المکعب جسمین جذر المکعب نکالنے کی ترکیب کچھہ نئی ہے	۲ر	۰ر
۱۳	منتہی الحساب حصہ چہارم	۳ر	۰ر
۱۴	معراج الحساب حصہ سوم	۳ر	۰ر
۵	زبانی حساب	۱ر	۰ر
۱۶	بیشنٹھ کا عذات امتحان جسمین پانچ سو سوالات مع جواب ہین	۲ر	۰ر
	علم جبر مقابلہ		
۱	ٹوڈہنٹر کا جبر مقابلہ خورد	۱۲ر	۱ر
۲	〃 کلان	۱۲ عہ	۳ر
۳	〃 شرح	عہ	۱ر
۴	رسالہ معادلات	عہ	۱ر
۵	برنارڈ سمتھ کا جبر مقابلہ	عہ	۱ر
۶	ہیملن سمتھ کا جبر مقابلہ چھپ رہا ہے	۱۲ر	۱ر
	علم ہندسہ		
۱	ٹوڈہنٹر کے اقلیدس بارہ مقالے مع شرح ونتائج	عہ	۱ر
۲	〃 اقلیدس مقالہ اول ودوم	۲ر	۰ر
۳	شرح ایضاً مع سوالات ونتائج	۳ر	۰ر
۴	نتائج مقالہ اول ودوم	۴ر	۱ر
۵	ضمیمہ نتائج مقالہ اول ودوم	۳ر	۰ر
۶	نتائج مقالہ پنجم وششم ویازدہم	۸ر	۱ر
۷	رسالہ تراشہائے مخروطی مع شرح وسوالات - جو شخص تحریر اقلیدس جانتا ہے وہ اس کتاب کو سمجھہ سکتا ہے	علے	۱ر
	علم مساحت		
۱	رسالہ مساحت کلان ٹوڈہنٹر کا	۱۲ر	۱ر
۲	شرح رسالہ مساحت کلان ٹوڈہنٹر دو حصہ ہر حصہ قیمت ۸ر	۸ر	۱ر
۳	رسالہ مساحت خورد ٹوڈہنٹر برائے ہند	۶ر	۱ر

نمبر	نام کتاب	قیمت	محصول
۱۰	ذخیرہ کافی جسمین ہندوستان کی تمام یونیورسٹیون کے سوالات امتحانی علم حساب انٹرنس کلاس تک مع شرح و سوالات انتخابیہ و بعض اصول و قواعد مولفہ مولوی احمد سعید صاحب مدرس ریاضی ڈسٹرکٹ اسکول دہلی	۱۲/	۱/
۱۱	انتخاب منتہی الحساب حصہ دوم	۳/	۰/
۱۲	رسالہ کسور عامہ اعشاریہ و جذر و جذر المکعب جسمین جذر المکعب نکالنے کی ترکیب کچہ نئی ہے	۲/	۰/
۱۳	منتہی الحساب حصہ چہارم	۳/	۰/
۱۴	معراج الحساب حصہ سوم	۳/	۰/
۵	زبانی حساب	۱/	۰/
۱۶	بیلنشہ کا غذات امتحان جسمین پانچسو سوالات مع جواب ہین	۲/	۰/

علم جبر مقابلہ

نمبر	نام کتاب	قیمت	محصول
۱	ٹوڈہنٹر کا جبر مقابلہ خرد	۱۲/	۰۱/
۲	" کلان	عہ/	۳/
۳	شرح "	عہ	۰۱/
۴	رسالہ معادلات	عہ	۰۱/
۵	برنارڈ سمتھ کا جبر مقابلہ	عہ/	۰۱/
۶	ہیملن سمتھ کا جبر مقابلہ چھپ رہا ہے	۱۲/	۱/

علم ہندسہ

نمبر	نام کتاب	قیمت	محصول
۱	ٹوڈہنٹر کے اقلیدس بارہ مقالے مع شرح و نتائج	عہ	۰۱/
۲	" اقلیدس مقالہ اول و دوم	۲/	۰/
۳	شرح ایضاً مع سوالات و نتائج	۳/	۰/
۴	نتائج مقالہ اول و دوم	۲/	۱/
۵	ضمیمہ نتائج مقالہ اول و دوم	۲/	۰/
۶	نتائج مقالہ پنجم و ششم و یازدہم	عہ	۱/
۷	رسالہ تراشہاے مخروطی مع شرح و سوالات - جو شخص تحریر اقلیدس جانتا ہے وہ اس کتاب کو سمجھہ سکتا ہے	للعہ	۰۱/

علم مساحت

نمبر	نام کتاب	قیمت	محصول
۱	رسالہ مساحت کلان ٹوڈہنٹر	۱۲/	۰۱/
۲	شرح رسالہ مساحت کلان ٹوڈہنٹر در دو حصہ ہر حصہ قیمت مع	۸/	۱/
۳	رسالہ مساحت خرد ٹوڈہنٹر براے ہند	۲/	۱/

نمبر	نام کتاب	قیمت	محصول
۴	شرح ایضاً	۴ر	۰
۵	رسالہ مساحت سور صاحب	۳ر	۰
۶	رسالہ سوالات مساحت جنمین ۱۳۲ سوال مع حل ہین	۲ر	۰

علم مثلث

نمبر	نام کتاب	قیمت	محصول
۱	رسالہ علم مثلث مستوی ٹوڈہنٹر	عہ	۰۱
۲	ایضاً کروی	۱۲ر	۰
۳	" ہاٹن گلبرتھہ	۱۲ر	۰
۴	رسالہ استعمال جداول علم مثلثی	۴ر	۰

متفرقات

نمبر	نام کتاب	قیمت	محصول
۱	رسالہ علم ہندسہ تا بجبر	عہ	۰۱
۲	رسالہ علم حساب الجزئیات ٹوڈہنٹر	عہ	[illegible]
۳	رسالہ علم حساب الکلیات ایضاً	عہ	۰۱

علوم طبعیہ

نمبر	نام کتاب	قیمت	محصول
۱	رسالہ علم سکون ۔ اس علم کی بہت معتبر انگریزی کتابونسے انتخاب کرکے لکھا ہے	عہ	۰۱
۲	رسالہ چار عنصر علم کیمیا ۔ ابتدائے اصول علم کیمیا کے لکھے ہین اور اسکے ساتھ تمہید مین علم کیمیا کی تاریخ کا کچھہ بیان ہے	۳ر	۰
۳	صحیفہ فطرت کی تمہید و مقالہ اول	۴ر	۱
۴	علوم طبعیہ کی الف بے تے سوالات وجوابات کے طور پر	۴ر	۱
۵	جغرافیہ ریاضیہ رسالہ کرہ اور نقشون کے بنانے اور سمجھنے کے باب مین	۸ر	۱
۶	جغرافیہ طبیعی مع سوالات سوا اسکے اسمین ہوا بادل مینہہ اوس برف کے باب مین سوال و جواب اسطرح لکھے ہین کہ گویا استاد ونکو پوچھنے چاہین اور شاگرد ونکو بتلانے	۲ر	۰

کتب ریاضیہ ہندی

نمبر	نام کتاب	قیمت	محصول
۱	ٹوڈہنٹر تحریر اقلیدس مقالہ اول مع شرح و نتائج ۔	۵	۱
۲	جبر مقابلہ ٹوڈہنٹر تا مساوات دو مجہول	۰۴	۰۱

محمد ذکاء اللہ پروفیسر میور کالج الہ آباد